ANALIZA TENIŠKE IGRE Z RAČUNALNIŠKIMI SIMULACIJAMI PO METODI MONTE CARLO

Avtor: Jakob Lah

Področje: Šport

Mentorja: prof. Marta Zabret, prof. Matej Juhart

Gimnazija in srednja šola Rudolfa Maistra Kamnik

Kamnik, 2025

ZAHVALA

Pri delu sta me usmerjala mentorja prof. Matej Juhart in prof. Marta Zabret. Prof. Juhart je bil pravi naslov za nasvete s športnega vidika. Prof. Zabret pa me je vodila preko matematičnih preprek. Vedno me je bila pripravljena poslušati in mi tudi svetovati. Obema se iskreno zahvaljujem.

Zahvaljujem se tudi Gimnaziji in srednji šoli Rudolfa Maistra Kamnik, ki mi je omogočila raziskavo in udeležbo na Srečanju mladih raziskovalcev Slovenije 2025.

KAZALO

POVZETEK

Tenis je priljubljena športna igra z loparji. Za teniški dvoboj je značilen precej zapleten način merjenja izida, ki vključuje razdelitev na točke, igre in nize. Čeprav igralci(ke) na profesionalni ravni dosegajo visoko raven tehničnega in taktičnega znanja ter kondicijske in psihološke pripravljenosti, so med njimi lahko velike razlike v številu doseženih zmag. Zakaj je tako, ter kateri parametri in na kakšen način vplivajo na izid dvoboja, je slabo razumljeno. Zato me je kot teniškega igralca in opazovalca zanimalo, kaj določa verjetnost doseganja točke, in kako je ta povezana z izidom dvoboja.

Razvil sem računalniški program osnovan na metodi Monte Carlo, s katerim sem simuliral veliko število dvobojev. Program na osnovi verjetnosti za doseganje točke za vsako točko napove, kateri igralec jo bo osvojil, in preveri, ali ta točka pomeni, da je igra, niz ali dvoboj končan. Ugotovil sem, da zaradi veriženja točk lahko že majhna razlika v verjetnosti za doseganje točke povzroči veliko razliko v izidu dvoboja. Izide dvobojev profesionalcev sem kvantitativno pojasnil z vpeljavo parametrov, ki opišeta psihološko in kondicijsko pripravljenost igralca. Analiziral sem tudi odvisnost izida dvoboja od lastnosti igralca, ki opredeli, katere lastnosti in koliko jih je treba spremeniti za bistveno izboljšanje izida dvoboja.

Raziskava predstavlja inovativen konceptualen pristop, ki bi lahko prispeval k boljšemu razumevanju narave teniške igre in k opredelitvi smernic za napredek igralca.

Ključne besede: Tenis; Izid teniškega dvoboja, Simulacija Monte Carlo, Psihološka in kondicijska pripravljenost.

ABSTRACT

Tennis is a popular racket sport. A tennis match is characterized by a rather complex way of measuring results, which involves a division into points, games and sets. Although professional players have a high level of technical and tactical knowledge as well as physical and mental fitness, there can be large differences between them in the number of victories achieved. Why this is the case and which parameters influence the outcome of a match and how, is not well understood. As a tennis player and observer, I was interested in what determines the probability of winning a point and how it relates to the outcome of the match.

I developed a computer program based on the Monte Carlo method, which I used to simulate large number of matches. The program predicts which player will win each point based on the probability of scoring a point, and checks whether that point means the end of the game, set or match. I have found that due to the chaining of points, even a small difference in the probability of scoring a point can make a big difference to the outcome of the match. I have explained the results of professional matches quantitatively by introducing parameters that describe the physical and mental fitness of the players. I also analysed the dependence of match outcome on player characteristics, i.e. which characteristics need to be changed and to what extent, in order to significantly improve the outcome of the match.

The research represents an innovative conceptual approach that could contribute to a better understanding of the complex nature of tennis game and provide guidelines for improving players' game.

Keywords: Tennis; Tennis match outcome, Monte Carlo simulation, Mental and physical fitness.

1. UVOD

Tenis

Tenis je šport, pri katerem igralca z loparjem udarjata žogo čez mrežo iz lastnega v nasprotnikovo igralno polje. Tenis se lahko igra tudi v dvojicah, kjer sta na vsaki strani na igrišču istočasno po dva igralca. Izhaja iz Anglije (konec devetnajstega stoletja) in je danes eden najbolj razširjenih in priljubljenih športov na svetu. Igranje tenisa je primerno za vse starostne kategorije, od petletnih otrok do upokojencev. Tekmovalni tenis se igra na treh različnih podlagah: pesku, travi in na t.i. trdi podlagi, narejeni iz umetnih mas ali betona. Igralci imajo različne lastnosti in načine igranja, ki jim lahko določena podlaga bolj ustreza.

Slika 1. Teniška igrišča na najpomembnejših svetovnih tekmovanjih (*Grand Slam*). Gre za odprta prvenstva Avstralije (Melbourne, trda podlaga), Francije (Pariz, peščena podlaga), Anglije (London, travnata podlaga) in ZDA (New York, trda podlaga). Povzeto po referenci [1].

Pravila teniške igre

Teniška igra se začne z začetnim udarcem (servis) enega od igralcev (server) in sprejemom servisa (reteren) s strani nasprotnika na drugi strani mreže. Igra v točki (izmenjava udarcev žoge) se lahko razvije le, če žoga po servisu zadene servisno polje na strani nasprotnika. Če to ni tako (zgrešen prvi servis), ima server na voljo še en (drugi) servis. Če v nobenem izmed dveh poskusov ni uspel zadeti servisnega polja, je napravil dvojno napako in se točka pripiše nasprotniku. Po zadetem prvem ali drugem servisu se igra lahko razvije - igralca skušata prisiliti nasprotnika k napaki in se izogibati lastnim napakam. Izgubljena točka igralca se šteje kot dobljena točka nasprotnika. Točka je za igralca izgubljena vsakič, ko ne uspe udariti žoge v nasprotnikovo igralno polje. Prva dobljena točka v igri se šteje »15«, druga »30«, tretja »40«. Pri četrti točki je igra dobljena, če je nasprotnik dosegel manj kot tri točke. Če oba dosežeta tri, se rezultat imenuje »izenačenje« (*angl. deuce*), po naslednji točki pa »prednost« (*angl. advantage*) tistega igralca, ki doseže točko. Šest dobljenih iger ob minimalno dveh igrah razlike šteje za dobljen niz. Pri rezultatu 6:5 ima igralec, ki vodi, možnost dobiti niz, če zmaga v igri, ki sledi. V nasprotnem primeru (rezultat 6:6) se igra podaljšana igra (*ang. tie break*) običajno do sedem dobljenih točk na dve točki razlike. Na mednarodnih turnirjih se dvoboj konča, ko igralec dobi dva niza (oz. tri nize – za moške na tekmovanjih za *Grand Slam*). Teniški dvoboj se ne more končati z neodločenim izidom. Točke, igre in nizi niso časovno omejeni, zato dvoboji lahko trajajo tudi več ur [2,3]. Sodobna igra tenisa zahteva izvajanje preko dvajset različnih udarcev, ki rezultirajo v visokih hitrostih (tudi preko 200 km/h) in ekstremnih rotacijah žoge. Zaradi zapletene strukture in številnih biofizikalnih dejavnikov igre je uspeh v sodobnem tenisu pogojen z visoko ravnjo tehničnega in taktičnega znanja ter kondicijske in psihološke pripravljenosti [4].

Motivacija za raziskavo

Sem aktiven igralec tenisa in poznam značilnosti in pravila teniške igre. Tenis treniram deset let ter nastopam na nacionalnih in mednarodnih tekmovanjih. Poleg lastnega igranja spremljam veliko dvobojev profesionalnih igralcev preko medijev in v živo. **Motivacija za raziskavo izvira iz moje želje po globljem razumevanju zakonitosti teniške igre**. Boljše razumevanje, **kateri parametri in na kakšen način vplivajo na izid teniškega dvoboja**, bi lahko določilo smernice, kako izboljšati igro igralca (tudi mojo lastno igro). Odgovori na vprašanja, ki sem si jih zastavil, so zahtevali razvoj metode za analizo teniške igre. **Vprašanja, razvoj metode in izvedba raziskave so plod moje lastne izvirne ideje.**

Tenis ima v primerjavi z drugimi športnimi igrami poseben sistem merjenja rezultata, ki vključuje razdelitev na igre in nize (štetje oz. točkovanje; glejte zgoraj). To so tisti sestavni deli dvoboja, ki so pomembni za izid dvoboja, ne pa vsaka posamezna točka, kar vodi do temeljnega vprašanja, ki sem si ga zastavil v raziskavi: **"Kaj določa verjetnost doseganja točke in kako je ta povezana z verjetnostjo zmage v igri, nizu ali dvoboju?"** V tem oziru je tenis posebej zanimiv, ker vsaka točka ni enako pomembna za izid dvoboja. Možni so izidi dvobojev, pri katerih zmagovalec doseže znatno manj točk kot poraženec. Zmagovalec ima v tem primeru sicer manjšo (povprečno) verjetnost za osvojitev točke, a je dobil »pomembne« točke, pri katerih se je rezultat znatno spremenil oz. »lomil« (točke, ki vodijo v osvojitev iger in nizov). **Na pogled se zdi razlika v kvaliteti igre prvega in stotega igralca na svetovni jakostni lestvici majhna** (opazimo podobno visoko raven tehničnega znanja in motoričnih sposobnosti), pa vendar je **razlika v deležu dobljenih dvobojev precejšnja. Zakaj je tako**, sem v raziskavi skušal odkriti na osnovi statističnih podatkov o dvobojih profesionalnih teniških igralcev. Osredotočil sem se na parametre, s katerimi lahko ocenimo verjetnost za doseganje točke: delež zadetih prvih servisov, delež točk dobljenih po prvem servisu, delež zadetih drugih servisov (dvojne napake) in delež točk dobljenih po drugem servisu. Parametre sem uporabil kot vhodne podatke za računalniško simulacijo teniške igre po metodi Monte Carlo in spremljal razvoj izida dvoboja. Simulacija teniških dvobojev je v mnogih pogledih zahtevna. Potrebno je upoštevati različne igralne podlage, saj ima vsaka specifične učinke na igro in igralce. Na primer, dva izmed treh najboljših teniških igralcev vseh časov Rafael Nadal (22 zmag na tekmovanjih za *Grand Slam,* od tega 14 na peščeni podlagi) in Roger Federer (20 zmag na tekmovanjih za *Grand Slam,* od tega le ena na peščeni podlagi) sta bila v splošnem podobno uspešna, a na različnih podlagah. Poleg tega le majhno število najboljših igralcev na svetu (npr. Djoković, Nadal, Federer) odigra v svoji karieri znatno število medsebojnih dvobojev, zato splošna ocena verjetnosti za doseganje točke za igralca v dvobojih ni enostavna. Na drugi strani pa lahko za dane vrednosti parametrov simuliramo ogromno število dvobojev (npr. 10000) med dvema igralcema, ki bi jih bilo v realnosti nemogoče odigrati.

Slika 2. Novak Djoković, Roger Federer in Rafael Nadal na tekmovanju za Laverjev pokal (*Laver Cup*) 2022. Po mnenju mnogih gre za najboljše igralce v zgodovini tenisa. Povzeto po [5].

V raziskavi sem na osnovi velikega vzorca simuliranih dvobojev ugotavljal, kateri izidi dvoboja med dvema igralcema so najbolj verjetni. Z upoštevanjem vplivov kondicijske in psihološke priprave igralcev sem skušal kvantitativno pojasniti izide reprezentativnih dvobojev profesionalnih igralcev. Raziskoval sem tudi vpliv posameznih parametrov na zmago v dvoboju, kar lahko koristi pri opredelitvi smernic za napredek igralca. Glede na pregled dostopne literature predstavljeni pristop (model, računalniški program), ki omogoča spremljanje izidov na osnovi parametrov, ki spreminjajo svoje vrednosti tekom dvoboja, predstavlja **nov način analize teniških dvobojev**, ki lahko **prispeva k boljšemu razumevanju zakonitosti teniške igre.**

Izhodišča in namen raziskave

Statistično modeliranje in napovedovanje izidov teniških dvobojev sta v zadnjih letih pritegnila znatno pozornost strokovne in laične javnosti. Statistični modeli so koristni za opis glavnih značilnosti teniških dvobojev in za ugotavljanje jakosti teniških igralcev v igri na različnih podlagah [6,7]. Mogoče ji je uporabiti tako za določanje jakostnih lestvic igralcev kot napovedovanje izidov srečanj npr. za potrebe športnih stav [8,9]. Za dane konstantne verjetnosti za doseganje točke je mogoče analitično izračunati verjetnosti zmage v igrah, nizih in srečanjih. Pomanjkljivost analitičnih izračunov je, da ne odražajo stohastične narave teniške igre (nihanj v izidu tekom dvoboja), kar je ključno za razumevanje izidov dvobojev. Za razliko od analitičnih metod se **v simulaciji izid spreminja v skladu z dejanskim potekom igre.** Možni so vsi izidi dogodkov (zadet ali zgrešen (prvi ali drugi) servis, dobljena ali izgubljena točka po prvem ali drugem servisu) v skladu s pripadajočimi verjetnostmi. **Simulacija v primerjavi z analitičnimi računi omogoča tudi večjo prilagodljivost.** Lahko opazujemo izide velikega števila dvobojev in upoštevamo, da se parametri, ki določajo verjetnost za dobljeno točko, tekom dvoboja spreminjajo [10].

Zato sem za analizo teniške igre uporabil računalniške simulacije po metodi Monte Carlo in ne analitičnih izračunov. **Razvil sem računalniški program**, ki za vsako točko napove, kateri igralec jo bo osvojil, in preveri, ali ta točka pomeni, da je igra, niz ali dvoboj končan. Program sledi stanju dvoboja in pri tem beleži, kateri igralec trenutno servira, ali smo v podaljšani igri ter trenutni izid v igri, nizu in dvoboju. Ko simuliramo dovolj točk, da en igralec zmaga, se izid tekme shrani in lahko zaženemo novo simulacijo (nov dvoboj med istima igralcema). S pomočjo računalniškega programa sem v začetnem delu raziskave iskal odgovor na vprašanje, **v kolikšni meri sprememba verjetnosti za doseganje točke vpliva na verjetnost za zmago v dvoboju.** Osrednji del raziskave je namenjen oceni vrednosti parametrov, ki določajo verjetnost za doseganje točke, na osnovi statističnih podatkov o dvobojih profesionalnih igralcev, in uporabi teh vrednosti kot vhodnih podatkov za simulacijo dvobojev. Pri tem me je zanimalo, **ali je možno izide srečanj pojasniti le na osnovi dostopnih statističnih podatkov**. Raziskal sem tudi, **kako posamezni parametri vplivajo na izid dvoboja**, kar omogoča boljše razumevanje vzrokov za zmago oz. poraz.

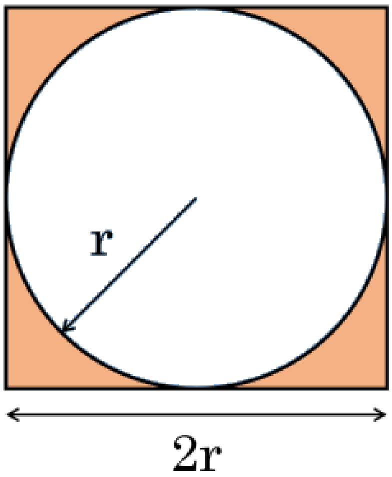
<u>V raziskavi sem preverjal naslednje hipoteze</u>:

1) Majhna razlika v verjetnosti za doseganje točke med igralcema lahko povzroči veliko razliko v verjetnosti za zmago v dvoboju.
2) Izide dvobojev je mogoče pojasniti na osnovi dostopnih statističnih podatkov.
3) Za vsak parameter, ki vpliva na verjetnost doseganja točke, obstaja določeno območje, v katerem njegova sprememba znatno vpliva na verjetnost za zmago v dvoboju.

2. METODE DELA

Metoda Monte Carlo

Metoda Monte Carlo je računski algoritem, ki za reševanje problemov uporablja naključnost. Zanaša se na ponavljajoče naključno vzorčenje in omogoča napovedovanje kompleksnega obnašanja na področjih, kot so ekonomija, inženirstvo, fizika, kemija, biologija in tudi šport [11,12]. Zelo znan primer uporabe metode Monte Carlo je računanje približka števila π. Ta vključuje naključno postavljanje točk znotraj kvadrata in štetje, koliko jih leži znotraj kroga, včrtanega v kvadrat (Slika 3). Razmerje med številom točk znotraj kroga in skupnim številom točk se lahko uporabi za približek števila π. Ker je ploščina kroga, včrtanega kvadratu s stranico 2r, πr^2, in ploščina kvadrata $(2r)^2 = 4r^2$, je razmerje njunih ploščin π/4. To pomeni, da je verjetnost, da točka pristane znotraj kroga, π/4. Če torej razmerje med številom točk znotraj kroga in skupnim številom točk pomnožimo s 4, dobimo oceno števila π. Več točk kot uporabimo, bolj natančna bo naša ocena. Ko gre število točk proti neskončno, razmerje konvergira k dejanski vrednosti π/4.

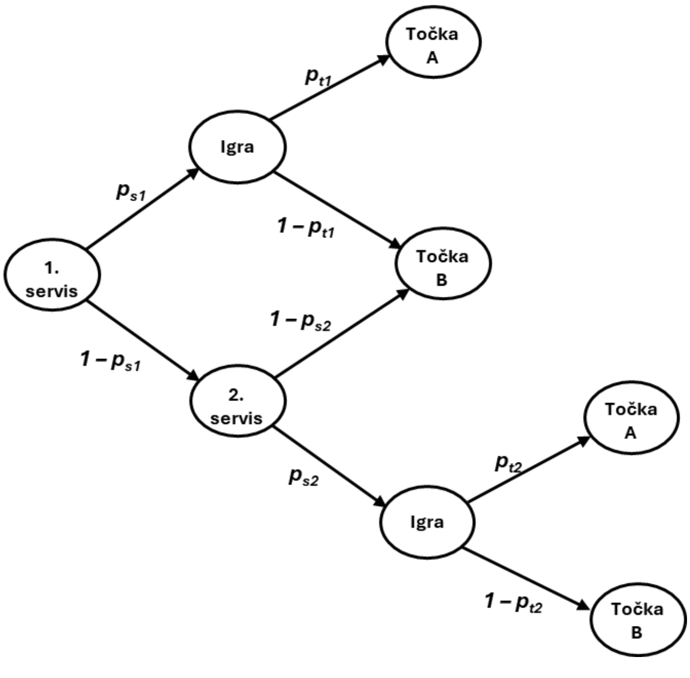


Slika 3. Razmerje ploščin kvadrata ($4r^2$) in včrtanega kroga (πr^2) znaša π/4.

Metoda Monte Carlo v tenisu

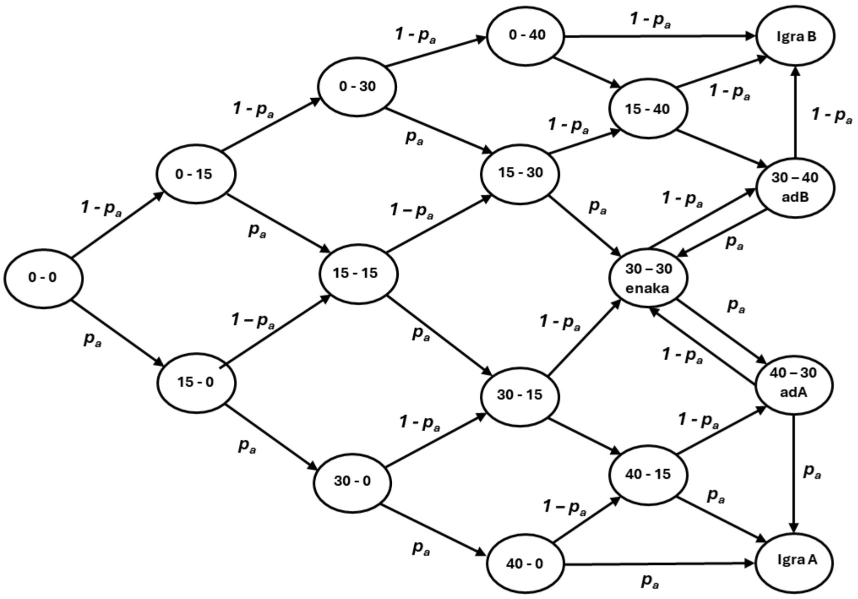
Metoda Monte Carlo je uporabna tudi pri simulacijah teniške igre [13]. Za potrebe raziskovalne naloge sem napisal program za simulacijo teniške igre v programskem jeziku Python (celoten program je v prilogi). Algoritem, na osnovi katerega program deluje, je opisan v nadaljevanju. Teniška igra je sestavljena iz niza dogodkov. Vsakemu dogodku lahko pripišemo dva izida (X in Y): Npr. servis (zadet, zgrešen), točka (dobljena, izgubljena). Izidu X pripada verjetnost p_x, izidu Y pa verjetnost p_y. Verjetnosti p_x in p_y lahko zavzameta vrednosti med 0 in 1 ($p_x + p_y = 1 \Rightarrow p_y = 1 - p_x$). Izid opazovanega dogodka simuliramo s pomočjo generiranja naključnih realnih števil. Naključno število R zavzame vrednosti med 0 in 1. Pri vrednosti $0 \leq R \leq p_x$ se zgodi X, pri vrednosti $p_x < R \leq 1$ pa Y. Če je dogodek met kovanca, je verjetnost, da pade mož (izid X), $p_x = 0,5$, in verjetnost, da pade cifra (izid Y), $p_y = 0,5$. Če bo generirano naključno število R v območju $0 \leq R \leq 0,5$, pade mož, drugače pade cifra. Pri tenisu je dogodek npr. točka po servisu. Vzemimo, da je za prvega igralca verjetnost, da jo dobi $p_x = 0,7$, za drugega pa $p_y = 1 - p_x = 0,3$. Če program izmed realnih števil med 0 in 1 naključno izbere na primer $R = 0,653$ dobi točko prvi igralec ($0 \leq R \leq 0,7$), če pa bi izbral na primer $R = 0,825$, točko dobi drugi igralec ($0,7 < R \leq 1$).

Točko teniškega dvoboja program simulira, kot kaže Slika 4. Izid vsakega zaporednega dogodka v točki se določa s primerjavo pripadajoče verjetnosti z vrednostjo naključnega števila (opisano zgoraj), ki ga program generira za vsak dogodek posebej.

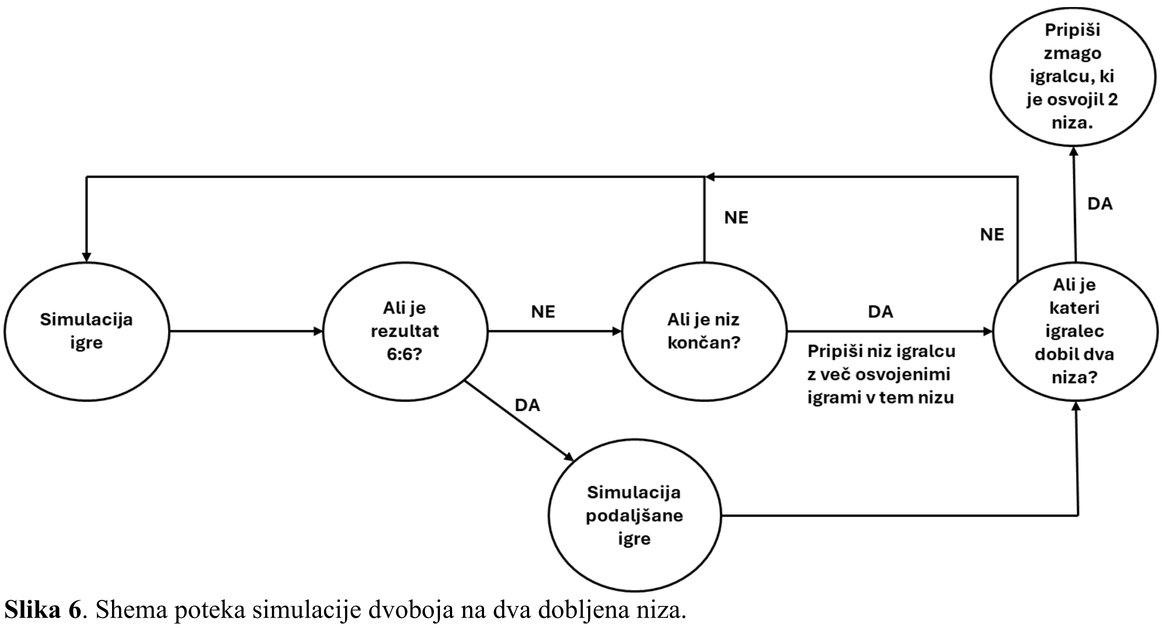


Slika 4. Shema dogodkov in izidov, ki vodijo v dobljeno točko igralca A (izgubljena točka igralca B) ali dobljeno točko igralca B (izgubljena točka igralca A), ko servira igralec A. Igra pomeni izmenjavo udarcev po zadetem servisu. p_{s1} je verjetnost, da igralec A zadene prvi servis, p_{t1} je verjetnost, da igralec A dobi točko po prvem servisu. p_{s2} je verjetnost, da igralec A zadene drugi servis, p_{t2} je verjetnost, da igralec A dobi točko po drugem servisu.

Obstoječi algoritmi za simulacijo teniške igre dogodkov znotraj točke (Slika 4) ne obravnavajo. **Za simulacijo dogodkov znotraj točke sem se odločil, ker je ta način skladen z dejanskim potekom igre, in nudi boljši vpogled v vzroke za dobljeno oz. izgubljeno točko**. Program simulira vsako točko neodvisno od prejšnje in jih po pravilih teniške igre združuje v igre (*angl. games),* kot kaže Slika 5. Igre se združujejo v nize (*angl. sets*; niz je šest dobljenih iger ob minimalno dveh igrah razlike med igralcema ali sedem dobljenih iger ob rezultatu 7:5 ali 5:7) kot kaže Slika 6. Pri rezultatu 6:6 se simulira podaljšana igra do najmanj sedem dobljenih točk in minimalno dveh točk razlike.

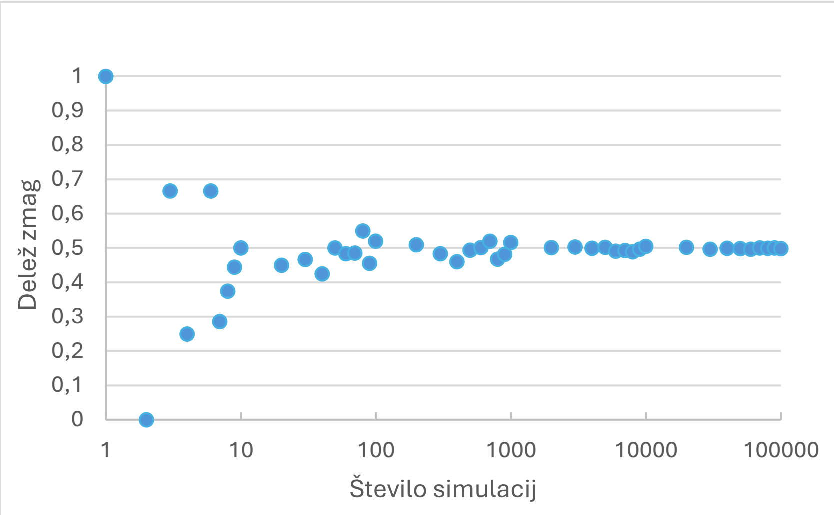


Slika 5. Shema niza dogodkov v igri, ko servira igralec A, v skladu s pravili štetja pri tenisu. **ad** predstavlja prednost nekega igralca. p_A pa verjetnost igralca A, da osvoji točko. p_A je lahko fiksna vrednost, ali pa je določena z verjetnostmi dogodkov v sami točki kot kaže Slika 4. Izračunamo jo lahko kot $p_A = p_{s1} \cdot p_{t1} + (1 - p_{s1}) \cdot p_{s2} \cdot p_{t2}$.



Slika 6. Shema poteka simulacije dvoboja na dva dobljena niza.

Simulacija po metodi Monte Carlo omogoča spremljanje izida tekom dvoboja in določanje končnega izida. Pred uporabo programa za podrobno analizo teniške igre sem preveril, ali je program zanesljiv za napoved izida dvoboja. Vse parametre, ki določajo verjetnost za doseganje točke igralca A, sem postavil na enake vrednosti kot tiste igralca B. V tem primeru pričakujemo, da bosta A in B dobila vsak polovico točk, iger, nizov in dvobojev. Zanimalo me je tudi, koliko simulacij je potrebno izvesti (koliko dvobojev odigrati), da bo delež dobljenih točk, iger, nizov in dvobojev zanemarljivo malo odstopal od točne vrednosti 0,5.



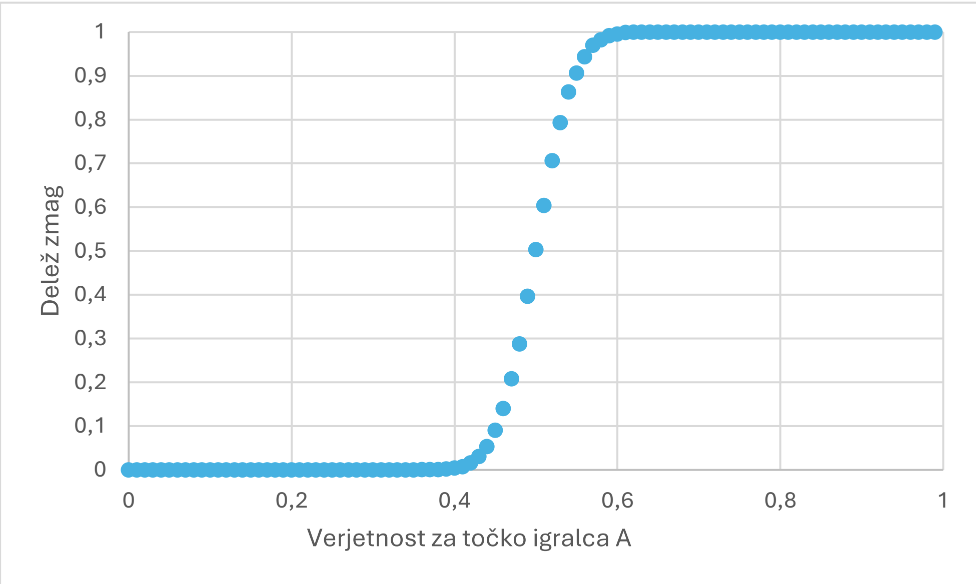
Slika 7. Odvisnost deleža zmag igralca A v dvobojih z B od števila dvobojev simuliranih za enake verjetnosti A in B za doseganje točke. Vsaka točka odraža določeno število (abscisa) neodvisnih simulacij.

Iz Slike 7 je razvidno, da pri majhnem številu odigranih dvobojev (simulacij) delež zmag zelo niha, s povečevanjem števila simulacij pa se vrednost približuje točni vrednosti 0,5. V raziskavi sem za vsak izračun najverjetnejših izidov dvobojev in deležev zmag izvedel 10000 simulacij. Napaka v deležu zmag pri takem število simulacij je približno 1 % (podobna napaka tudi pri deležu nizov in iger, pri deležu točk pa znatno manjša), kar zadošča za potrebe raziskave. Statistični podatki o dvobojih, ki jih uporabljam za ocene verjetnosti [14], so podani s približno enako natančnostjo.

3. REZULTATI in RAZPRAVA

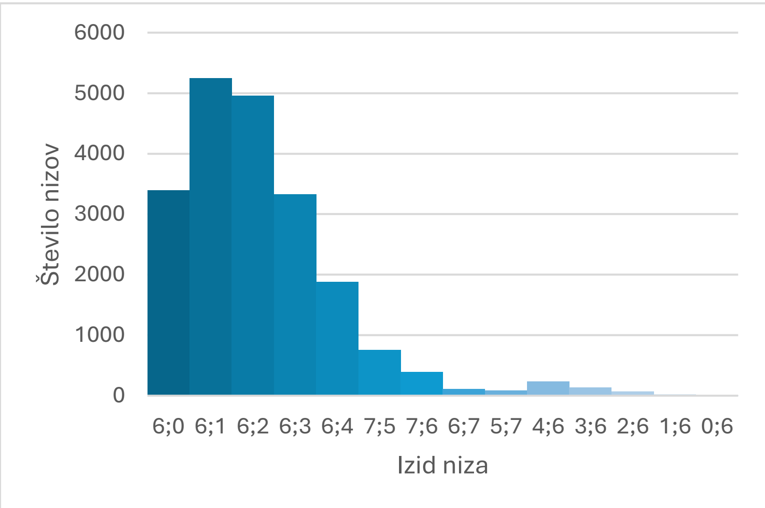
Povezava med deležem zmag v dvobojih in verjetnostjo za doseganje posamezne točke

S programom sem simuliral, kako se spreminja delež doseženih zmag igralca A, če se njegova verjetnost za osvojitev točke, p_A, povečuje od 0 do 1 (posledično se verjetnost za osvojitev točke drugega igralca B zmanjšuje od 1 do 0). Verjetnost za doseganje točke sem pri tej analizi, ki se nanaša na splošno naravo teniške igre, v simulaciji vzel kot konstanto in nisem simuliral dogodkov znotraj točke. Odvisnost prikazana na Sliki 8 pokaže, da je delež zmag zanemarljiv pri $p_A < 0,4$ in se približuje vrednosti 1 pri $p_A > 0,6$. Krivulja je najbolj strma v območju $0,4 < p_A < 0,6$, iz česar sklepam, da v tem območju lahko že **majhna razlika v verjetnosti za doseganje točke med dvema igralcema povzroči veliko razliko v deležu dobljenih dvobojev.**



Slika 8. Delež zmag igralca A v odvisnosti od njegove verjetnosti doseganje točke (p_A).

Odvisnost (Slika 8) lahko pojasnimo preko primerjave s športom, pri katerem je števnih dogodkov bistveno manj kot pri tenisu, npr. nogometom. Števni dogodek pri tenisu je dosežena točka, pri nogometu pa dosežen zadetek (gol). Vzemimo, da je verjetnost, da doseže gol ekipa A, $p_A = 0,6$. To pomeni, da nasprotna ekipa B doseže gol z verjetnostjo $p_B = 1 - p_A = 0,4$. Dosežene gole obravnavajmo kot medsebojno neodvisne dogodke, in izračunajmo, kolikšna je verjetnost, da ekipa A zmaga in pri tem doseže dva gola. Obstajajo trije načini, da dosežemo tak izid: (1) A doseže dva zaporedna gola ($p_1 = p_A \cdot p_A = 0,6^2 = 0,36$); (2) A najprej doseže gol, nato B in spet A ($p_2 = p_A \cdot p_B \cdot p_A = 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}144$); (3) B najprej doseže gol, nato A dva zaporedoma ($p_3 = p_B \cdot p_A \cdot p_A = 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}144$); Verjetnost za zmago A z 2:0 ali 2:1 je vsota verjetnosti: $p = p_1 + p_2 + p_3 = 0{,}648$. Opazimo, da je pri danem, relativno majhnem številu golov, verjetnost za zmago A približno enaka verjetnosti A za dosego posameznega gola ($p \approx p_A = 0{,}6$). Kako pa je s tem pri tenisu? Števni dogodki pri tenisu so dosežene točke. Vzemimo, da je verjetnost, da točko doseže igralec A, $p_A = 0{,}6$, torej je verjetnost, da točko doseže nasprotnik B, $p_B = 0{,}4$. Dosežene točke vzemimo kot neodvisne dogodke in obravnavajmo verjetnost, da v igri na dva dobljena niza zmaga igralec A (2:0 ali 2:1 v nizih). Pri teniški igri zaradi veriženja točk (Sliki 5 in 6, veriga Markova [11,15]), ki se združujejo v igre in nize, obstaja ogromno načinov (porazdelitev točk), na katere dosežemo rezultat 2:0 ali 2:1 v nizih. Zato je verjetnost za zmago igralca A (p) mnogo večja od verjetnosti A za doseganje točke (p_A). Pri nogometu (malo števnih dogodkov) torej obstaja precejšnja možnost, da zmaga slabša ekipa, ki ima verjetnost za doseganje gola znatno nižjo od nasprotne ekipe. To lahko opazimo v primerih obrambno usmerjenih ekip (nizka posest žoge, igra »bunker«), ki prežijo na protinapade, po katerih dosegajo redke zadetke. Nasprotno, je pri tenisu možnost za zmago slabšega igralca bistveno manjša. Pri verjetnosti za doseganje točke igralca A, $p_A = 0{,}6$, analiza pokaže (Slika 8), da bi slabši igralec B ($p_B = 0{,}4$) dobil le enega od stotih dvobojev. To se odraža tudi na Sliki 9, ki za dane verjetnosti p_A in p_B prikazuje porazdelitev izidov v nizih. Na Sliki 9 opazimo, da se je velika večina nizov končala v prid igralca A, le redki so se končali s podaljšano igro, ali v prid nasprotnika B. Največje število nizov se je končalo z rezultatom 6:1 ali 6:2.



Slika 9. Porazdelitev izidov v nizih za 10000 simuliranih dvobojev s konstantno verjetnostjo doseganja točke igralca A, $p_A = 0{,}6$ ($p_B = 0{,}4$).

Vzroki za zmago oz. poraz v dvoboju izhajajo iz parametrov, ki določajo verjetnost za doseganje točke

Za dvoboje profesionalnih igralcev so dostopni statistični podatki [14]. Nekatere od teh sem vzel kot izhodiščne parametre, ki določajo verjetnost doseganja točke po zaporednih dogodkih prikazanih na Sliki 4. Delež zadetih prvih servisov sem upošteval kot p_{s1}, delež dobljenih točk po prvem servisu kot p_{t1}, delež zadetih drugih servisov kot p_{s2} in delež dobljenih točk po drugem servisu kot p_{t2}. Obravnaval sem reprezentativne dvoboje profesionalnih igralcev, ki so odigrali znatno število medsebojnih dvobojev na enaki podlagi. Zanimalo me je, ali je mogoče le s pomočjo statističnih podatkov (fiksne povprečne vrednosti p_{s1}, p_{t1}, p_{s2}, p_{t2}) pojasniti opažene izide dvobojev. Zato sem izvedel simulacije in primerjal izide simuliranih dvobojev z dejanskimi. Ugotovil sem (Tabele 1–4, Slike 11–14), da so **izidi simuliranih dvobojev znatno različni od dejanskih.** Fiksni parametri (p_{s1}, p_{t1}, p_{s2}, p_{t2}) še poudarijo razliko v kvaliteti dveh igralcev. **Igralci, ki so bili v realnosti boljši, so v simulacijah postali še boljši - dobijo še večji delež dvobojev, nizov in iger.**

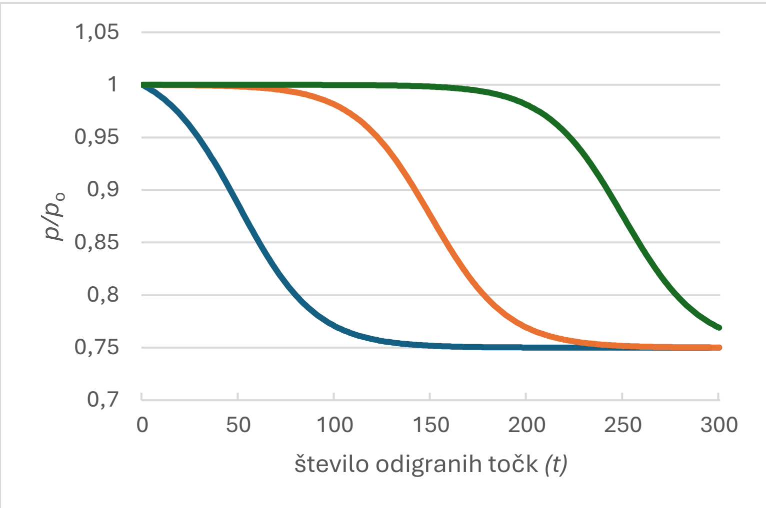
Vzrok za odstopanje simuliranih izidov od izidov dejanskih dvobojev se verjetno skriva v napačni predpostavki, da so parametri p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} neodvisni od poteka dvoboja. Opazovanje dvobojev namreč pokaže, da se verjetnost za doseganje točke tekom dvoboja spreminja. To sem skušal zajeti z dvema dodatnima parametroma. Prvi odraža psihološko pripravljenost igralca, drugi pa njegovo kondicijsko pripravljenost (manjšo ali večjo utrujenost). Obe sta ključni prvini v tenisu. **Psihološko pripravljenost** sem upošteval kot **vpliv na verjetnost za doseganje pomembnih točk v dvoboju** (zaključne žoge za niz in »break« žoge - žoge za odvzem servisa). Parametra za psihološko pripravljenost dveh igralcev (*psih*A in *psih*B) sta upoštevana glede na to, kdo servira. Če npr. pripišemo igralcu A *psih*A = 1,2 in igralcu B *psih*B = 1, izračunamo parameter *psih,* ko servira igralec A, kot *psih* = *psih*A/*psih*B = 1,2 in ko servira igralec B, kot *psih* = *psih*B/*psih*A = 0,83. Za pomembne točke verjetnost za doseganje točke po prvem servisu postane enaka $p_{t1}\cdot psih$, po drugem servisu, če do njega pride, pa $p_{t2}\cdot psih$. V simulacijah sem bil pozoren na to, da sta bili vrednosti $p_{t1}\cdot psih$ in $p_{t2}\cdot psih$ vselej manjši od 1. Vrednost 1 ali več bi pomenila 100 % verjetnost za točko po prvem oz. drugem servisu, kar je neustrezno. Torej, večji kot je parameter *psih*, večja je verjetnost za doseganje pomembnih točk, kar je skladno z boljšo psihološko pripravo igralca.

Za **parameter, ki opiše kondicijsko pripravo igralca,** sem privzel, da vpliva **na zmanjševanje verjetnosti** za zadetek prvega servisa in verjetnosti za doseganje točke po prvem servisu tekom dvoboja. Ta pogled je sicer zelo poenostavljen a skladen z opazovanimi dvoboji.

Predpostavil sem, da se ti dve verjetnosti (p_{s1}, p_{t1}) zmanjšujeta s povečevanjem celokupnega števila odigranih točk, t, v skladu z Enačbo 1

$$p = p_o\left[1 - 0{,}25\,\frac{1-e^{-at}}{1+e^{-a\left(t-t_{1/2}\right)}}\right] \qquad \text{(Enačba 1)}$$

kjer p_o predstavlja verjetnost na začetku srečanja pri $t = 0$ (statistični podatek). Parameter a sem postavil na vrednost 0,05, ki zagotavlja zmerno padanje verjetnosti (upad sposobnosti zaradi utrujenosti) v razponu približno 100 odigranih točk. Vrednost $t_{1/2}$ predstavlja celokupno število odigranih točk, pri katerem je upad verjetnosti (telesnih sposobnosti) najbolj izrazit. Zaradi enostavnosti je v moji analizi $t_{1/2}$ edini parameter, ki določa vpliv kondicijske priprave igralca. Večji kot je $t_{1/2}$, kasneje (pri večjem številu odigranih točk) se igralcu začne poznati utrujenost. Za igralce sem izbral vrednosti $t_{1/2}$ blizu 150 – vpliv utrujenosti postaja znaten po cca. 150 odigranih točkah (v tretjem nizu). Opazovanje daljših dvobojev pokaže, da utrujenost prizadene oba igralca, zato sem vzel funkcijo, ki predvidi, da se verjetnost za oba igralca pri velikem številu odigranih točk (npr. peti niz) približuje isti vrednosti $0{,}75p_o$. Funkcijo (Enačba 1) s sigmoidno obliko (pri majhnih t so spremembe majhne, okoli $t = t_{1/2}$ največje, pri velikih t pa spet majhne, Slika 10) sem izbral zato, ker po mojem mnenju odraža naravno upadanje fizičnih sposobnosti. Učinkovitost fizioloških procesov (npr. sposobnost vezanja kisika na hemoglobin [16] se namreč pogosto zmanjšuje na podoben način.



Slika 10. Slika prikazuje, kako v modelu povečana utrujenost zmanjšuje verjetnost za zadetek prvega servisa in verjetnost za doseganje točke po prvem servisu (Enačba 1). Z drugimi besedami, kako ti dve verjetnosti padata z rastočim celokupnim številom odigranih točk (t) za $t_{1/2}$ = 50, 150 in 250.

V nadaljevanju predstavljam analizo izidov reprezentativnih dvobojev med Rafealom Nadalom, Novakom Djokovićem in Rogerjem Federerjem.

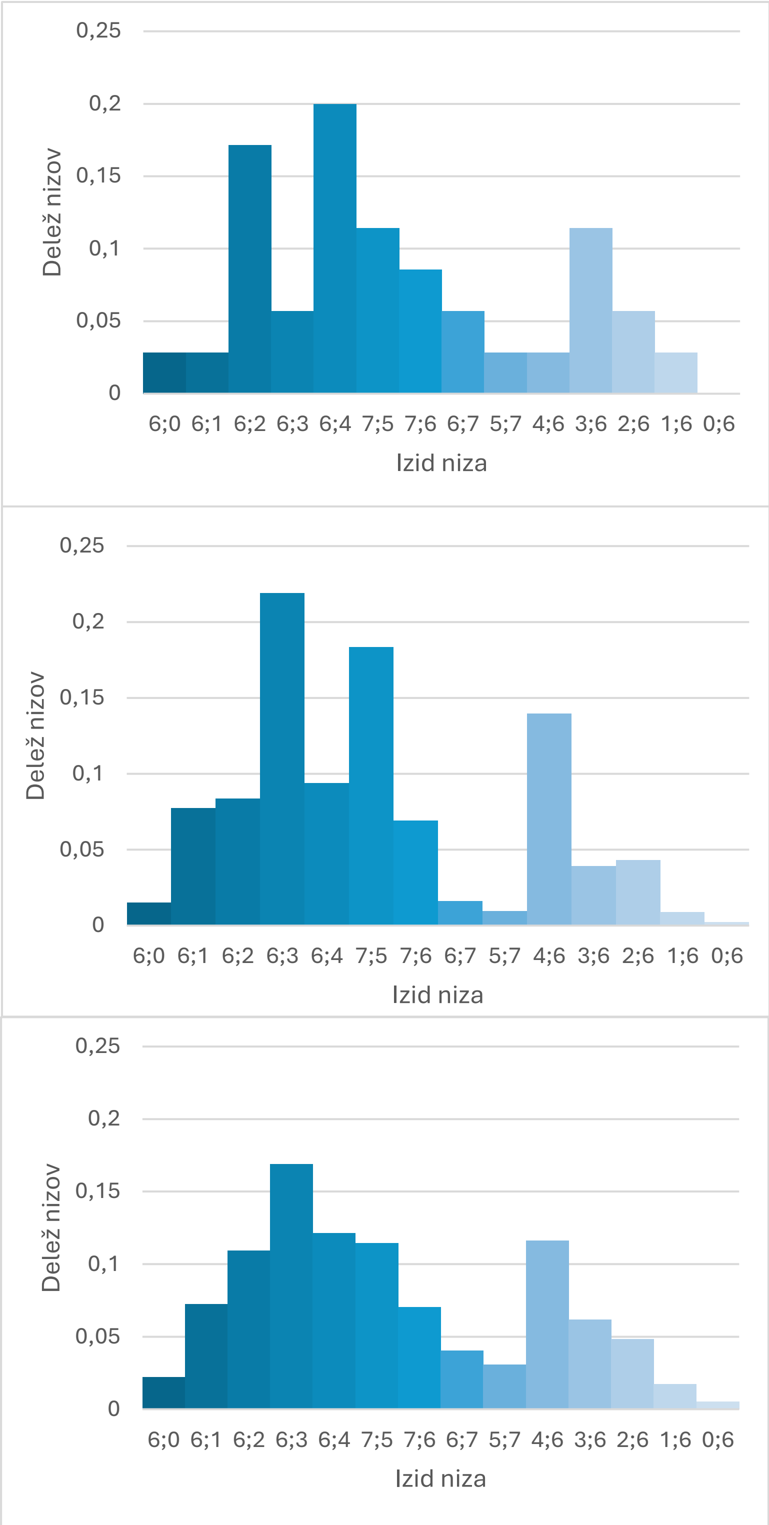
1. *Rafael Nadal in Novak Djoković* na peščeni podlagi na tri dobljene nize

Na tri dobljene nize (Odprto prvenstvo Francije) sta odigrala deset dvobojev, od katerih jih je osem (80 %) dobil Nadal, dva (20 %) pa Djoković. Nadal je v teh dvobojih osvojil 69 % nizov in 55 % iger. Za simulacije sem uporabil parametre predstavljene v Tabeli 1. Od 10000 simuliranih dvobojev jih je Nadal dobil 89 % in skupno 74 % nizov ter 57 % iger. Vrednosti za dobljene dvoboje, nize in igre znatno odstopajo od opaženih. Znatno odstopanje kaže tudi primerjava porazdelitve izidov v nizih (Sliki 11a in 11b). Boljši opis izidov sem iskal z upoštevanjem psihološke in kondicijske priprave igralcev. Ker Djoković statistično zelo dobro igra pomembne točke, sem mu določil nekoliko višjo vrednost za psihološko pripravljenost (*psih*B = 1,1) kot Nadalu (*psih*A = 1,0). Za Nadala je znano, da s svojo igro (npr. visoki spin udarci na nasprotnikov bekend z izjemno rotacijo) utruja nasprotnike, sam pa se utrudi kasneje. Zato sem vrednosti $t_{1/2}$ postavil na večjo vrednost za Nadala (150) kot za Djokovića (140). Simulacije so pokazale, da je Nadal dobil 80 % obračunov, 68 % nizov in 56 % iger, kar se ujema z dejanskimi vrednostmi v okviru napake (Tabela 1). Tudi porazdelitev izidov v nizih se približa opaženi porazdelitvi (Sliki 11a in 11c). Z dodatnima parametroma, ki opredelita razliko v utrujenosti igralcev, torej uspešno opišemo izide opazovanih dvobojev med Nadalom in Djokovićem na peščeni podlagi na tri dobljene nize.

Tabela 1. Primerjava izidov dvobojev Nadal - Djoković (peščena podlaga, na tri dobljene nize, OP Francije).

	Nadal			**Djoković**		
p_{s1}	0,673			0,650		
p_{t1}	0,663			0,627		
p_{s2}	0,975			0,978		
p_{t2}	0,545			0,467		
psih (psihološka pripravljenost)	1,0			1,1		
$t_{1/2}$ (*kondicijska pripravljenost)*	150			140		
	delež dobljenih			**delež dobljenih**		
	dvobojev	nizov	iger	dvobojev	nizov	iger
dejanski dvoboji[a]	0,80	0,67	0,55	0,20	0,33	0,45
simulacije 1[b]	0,89	0,74	0,57	0,11	0,26	0,43
simulacije 2[c]	0,80	0,68	0,56	0,20	0,32	0,44

[a] Podatki za odigrane dvoboje, delež zadetih prvih servisov (p_{s1}), delež dobljenih točk po prvem servisu (p_{t1}),, delež zadetih drugih servisov (p_{s2}) in delež dobljenih točk po drugem servisu (p_{t2}) so pridobljeni iz vira [14].
[b] Rezultati simulacij z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov.
[c] Rezultati simulacij s spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$).



Slika 11. Porazdelitev izidov v nizih za dvobojev Nadal - Djoković (peščena podlaga, na tri dobljene nize): a) dejanski dvoboji; b) simulirani dvoboji z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov; c) simulirani dvoboji z upoštevanjem spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$). Za simulacije so bili uporabljeni parametri iz Tabele 1.

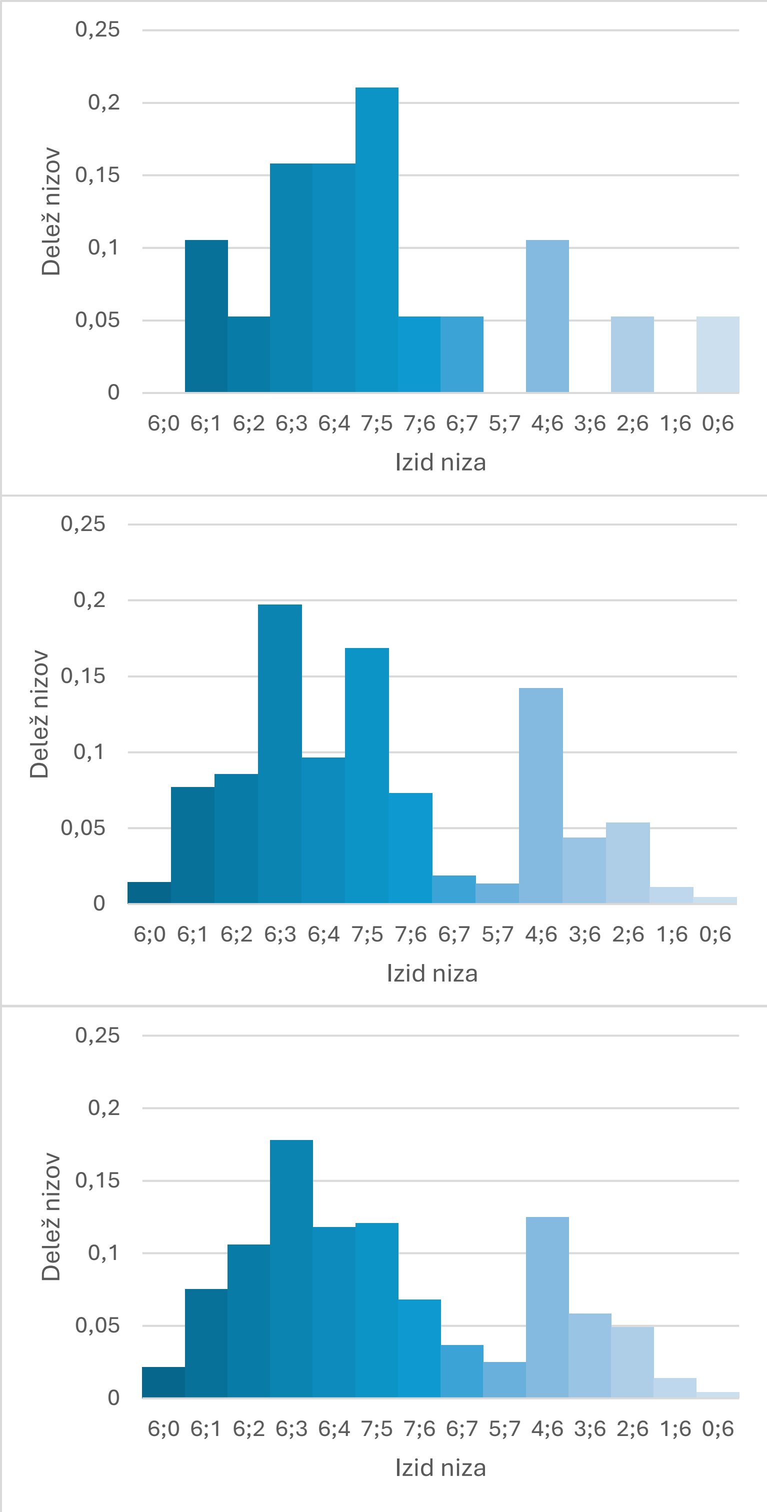
2. Rafael Nadal in Roger Federer na peščeni podlagi na dva dobljena niza

Na dva dobljena niza sta odigrala osem dvobojev. Šest dvobojev (75 %) je dobil Nadal, dva (25 %) pa Federer, pri čemer je Nadal osvojil 68 % nizov in 55 % iger. Za simulacije sem uporabil parametre predstavljene v Tabeli 2. Od 10000 simuliranih dvobojev jih je Nadal dobil 81 % in skupno 71 % nizov ter 56 % iger. V tem primeru se izidi simuliranih dvobojev bolje ujemajo z dejanskimi kot v primeru 1 (Nadal - Djoković), vendar je odstopanje še vedno večje od napake izidov iz simulacij. Tudi razporeditev nizov je podobna dejanski (Sliki 12a in 12b). Boljši opis sem iskal z upoštevanjem psihološke in kondicijske priprave igralcev. Obema igralcema sem pripisal enako psihološko pripravljenost. Nadal je znan po tem, da je prihajal do zmag z vztrajno igro s forhend spin udarci na bekend Federerja, čeprav je bil lahko na začetku dvoboja Federer boljši nasprotnik. Zato sem vzel, da se pri Nadalu utrujenost pojavi kasneje kot pri Federerju ($t_{1/2}$ (Nadal) > $t_{1/2}$ (Federer). Izidi simulacij (Nadal je dobil 76 % dvobojev, 69 % nizov in 56 % iger) se ujemajo z dejanskimi v okviru napake, prav tako je opaženo dobro ujemanje porazdelitev izidov v nizih (Sliki 12a in 12c).

Tabela 2. Primerjava izidov dvobojev Nadal – Federer (peščena podlaga, na dva dobljena niza).

	Nadal			**Federer**		
p_{s1}	0.779			0.602		
p_{t1}	0.643			0.654		
p_{s2}	0.981			0.988		
p_{t2}	0.508			0.422		
psih (psihološka pripravljenost)	1,0			1,0		
$t_{1/2}$ (*kondicijska pripravljenost*)	145			135		
	delež dobljenih			**delež dobljenih**		
	dvobojev	nizov	iger	dvobojev	nizov	iger
dejanski dvoboji[a]	0,75	0,68	0,55	0,25	0,32	0,45
simulacije 1[b]	0,81	0,71	0,56	0,19	0,29	0,44
simulacije 2[c]	0,76	0,69	0,56	0,24	0,31	0,44

[a] Podatki za odigrane dvoboje, delež zadetih prvih servisov (p_{s1}), delež dobljenih točk po prvem servisu (p_{t1}),, delež zadetih drugih servisov (p_{s2}) in delež dobljenih točk po drugem servisu (p_{t2}) so pridobljeni iz vira [14].
[b] Rezultati simulacij z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov.
[c] Rezultati simulacij s spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$).



Slika 12. Porazdelitev izidov v nizih za dvobojev Nadal - Federer (peščena podlaga, na dva dobljena niza): a) dejanski dvoboji; b) simulirani dvoboji z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov; c) simulirani dvoboji z upoštevanjem spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$). Za simulacije so bili uporabljeni parametri iz Tabele 2.

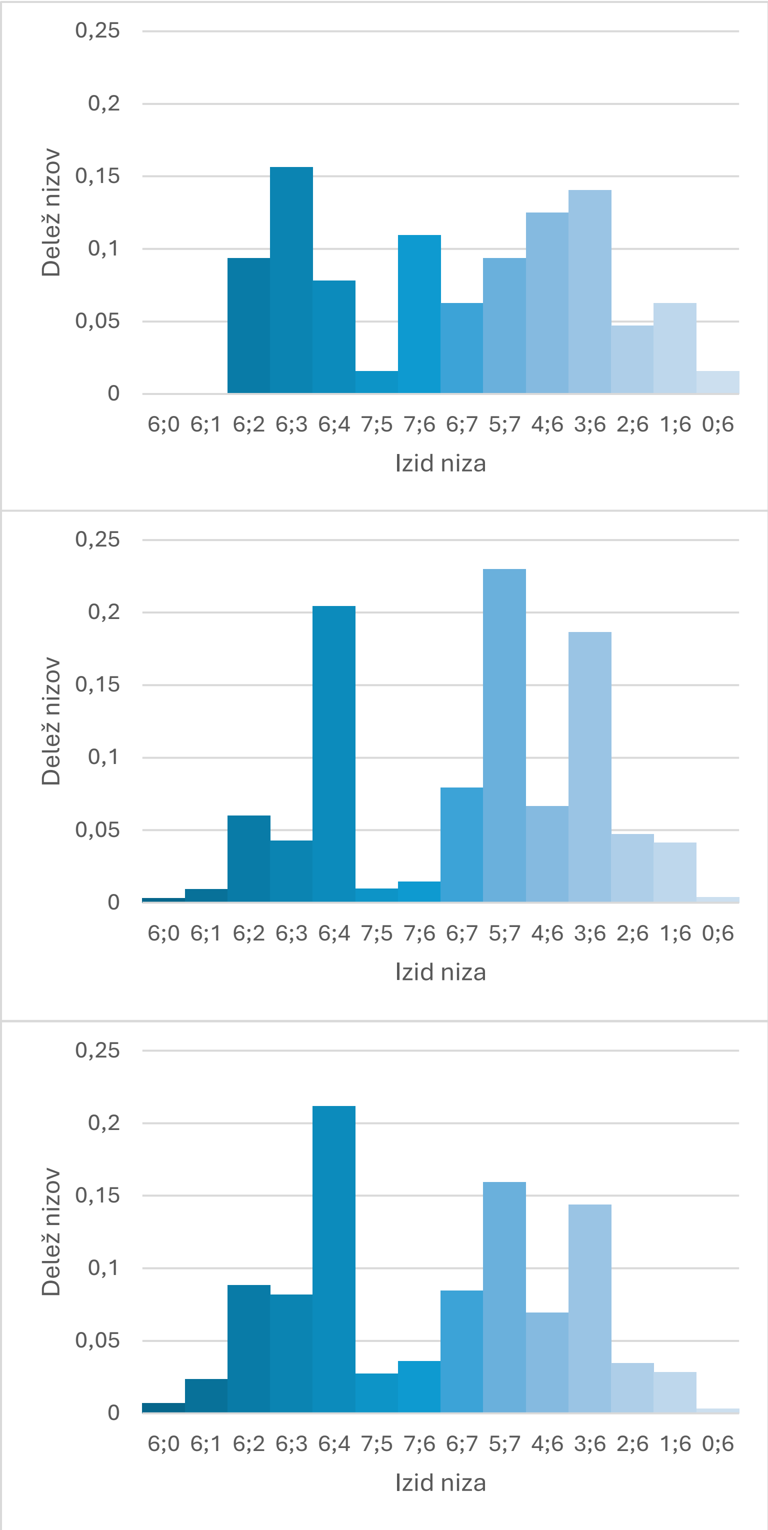
3. Novak Djoković in Roger Federer na trdi podlagi na dva dobljena niza

Na dva dobljena niza sta odigrala 26 dvobojev. 13 dvobojev (50 %) je dobil Djoković, 13 (50 %) pa Federer, pri čemer je Djoković dobil manj od polovice nizov (46 %) in iger (48 %). Za simulacije sem uporabil parametre predstavljene v Tabeli 3. Simulacije s fiksnimi parametri bistveno precenijo kvaliteto Federerja, ki je dobil 73 % dvobojev, 66 % nizov in 54 % iger. Tudi porazdelitev izidov v nizih iz simulacij (Slika 13b) ni podobna dejanski (Slika 13a). Boljši opis sem iskal z upoštevanjem psihološke in kondicijske priprave igralcev. Djokoviću sem pripisal boljšo psihološko pripravljenost (Tabela 3), saj je bil ravno Djoković tisti, ki je Federerju v dveh dvobojih na Odprtem prvenstvu ZDA v letih 2010 in 2011 ubranil žoge za zmago, da je prišel do dveh naslovov za *Grand Slam*. Ker Djoković, podobno kot Nadal, nasprotnika utruja z dolgimi izmenjavami, sam pa ostaja svež, sem mu pripisal boljšo kondicijsko pripravljenost kot Federerju ($t_{1/2}$ (Djoković) > $t_{1/2}$ (Federer), Tabela 3). V tem primeru je napoved simulacij malo slabša kot v prejšnjih dveh (1 in 2 glejte zgoraj). Odstopanje deleža dobljenih nizov od dejanskega je okoli 2 %, prav tako iger. Vzrok slabše napovedi pri nizih in igrah je verjetno v veliki izenačenosti igralcev. Na drugi strani je porazdelitev izidov v nizih dokaj podobna dejanski, mogoče malo zamaknjena (Sliki 13a in 13c).

Tabela 3. Primerjava izidov dvobojev Djoković – Federer (trda podlaga, na dva dobljena niza).

	Djoković			**Federer**		
p_{s1}	0.654			0.622		
p_{t1}	0.666			0.724		
p_{s2}	0.965			0.974		
p_{t2}	0.546			0.506		
psih (psihološka pripravljenost)	1,3			1,0		
$t_{1/2}$ (*kondicijska pripravljenost)*	180			140		
	delež dobljenih			**delež dobljenih**		
	dvobojev	nizov	iger	dvobojev	nizov	iger
dejanski dvoboji[a]	0,50	0,46	0,48	0,50	0,54	0,52
simulacije 1[b]	0,27	0,34	0,46	0,73	0,66	0,54
simulacije 2[c]	0,49	0,48	0,50	0,51	0,52	0,50

[a] Podatki za odigrane dvoboje, delež zadetih prvih servisov (p_{s1}), delež dobljenih točk po prvem servisu (p_{t1}),, delež zadetih drugih servisov (p_{s2}) in delež dobljenih točk po drugem servisu (p_{t2}) so pridobljeni iz vira [14].
[b] Rezultati simulacij z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov.
[c] Rezultati simulacij s spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$).



Slika 13. Porazdelitev izidov v nizih za dvobojev Djoković - Federer (trda podlaga, na dva dobljena niza): a) dejanski dvoboji; b) simulirani dvoboji z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov; c) simulirani dvoboji z upoštevanjem spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$). Za simulacije so bili uporabljeni parametri iz Tabele 3.

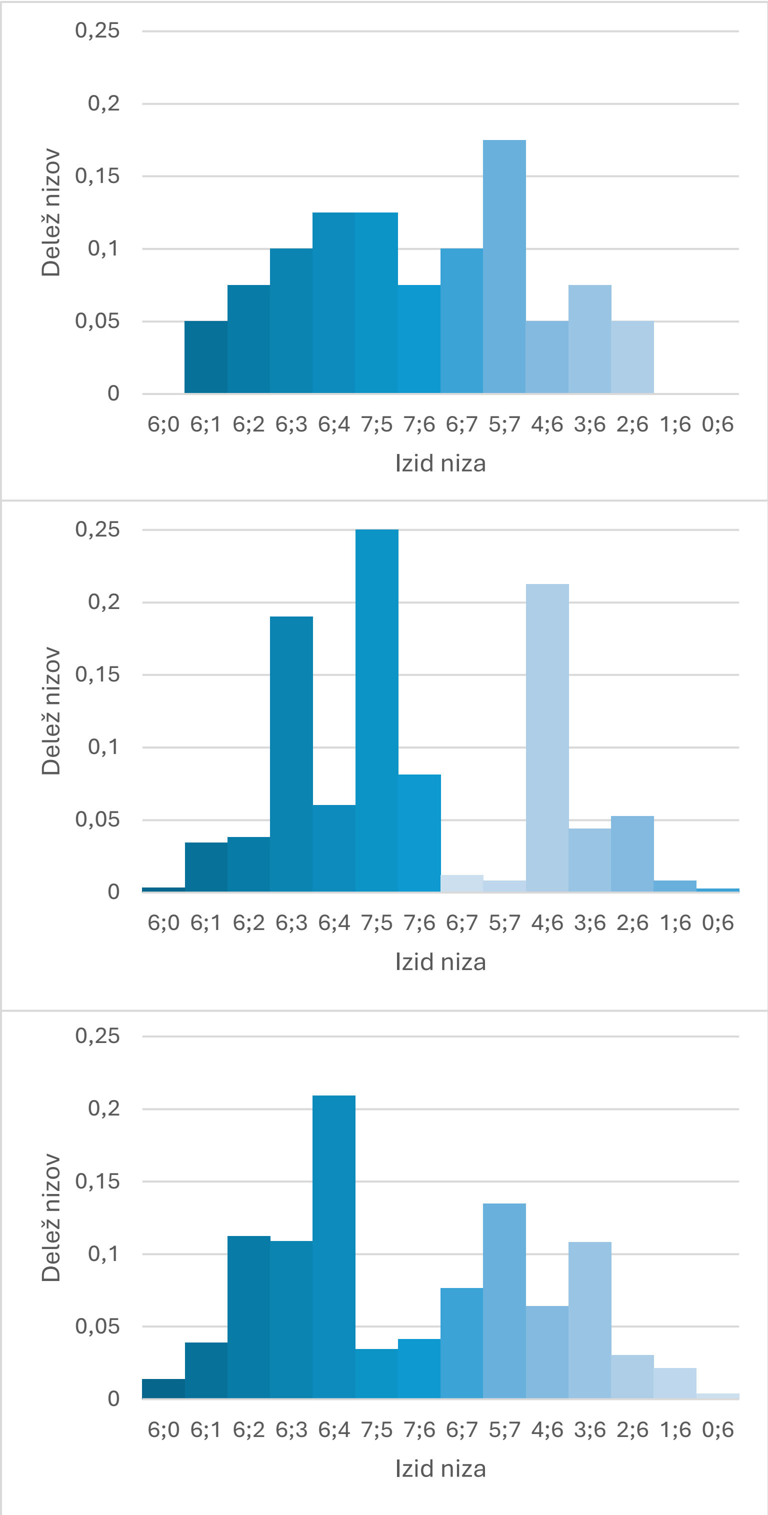
4. Novak Djoković in Roger Federer na trdi podlagi na tri dobljene nize

Na tri dobljene nize (Odprti prvenstvi ZDA in Avstralije*)* sta odigrala 11 dvobojev. 7 dvobojev (64 %) je dobil Djoković, 4 (36 %) pa Federer, pri čemer je Djoković dobil 55 % nizov in iger 52 % iger. Za simulacije sem uporabil parametre predstavljene v Tabeli 4. V tem primeru simulacije s fiksnimi parametri bistveno precenijo kvaliteto Djokovića, ki je dobil 78 % dvobojev, 66 % nizov in 54 % iger. Tudi porazdelitev izidov v nizih simuliranih dvobojev (Slika 14b) ni podobna dejanski (Slika 14a). Boljši opis sem iskal z upoštevanjem psihološke in kondicijske priprave igralcev. Djokoviću sem še malo povečal psihološko pripravljenost kot v dvobojih na dva niza, saj gre v tem primeru za bistveno bolj »pomembne« obračune (turnirji za *Grand Slam*). Kondicijsko pripravljenost pa sem pustil enako kot pri igri na dva dobljena niza. V simulacijah je Djoković dobil 62 % dvobojev, 56 % nizov in 53 % iger, kar se dobro ujema z rezultati dejanskih dvobojev. V porazdelitvah izidov v nizih je nekoliko večje odstopanje - izide nizov pri dvobojih igralcev z zelo podobno kvaliteto na določeni podlagi je težko napovedati (Sliki 14a in 14c).

Tabela 4. Primerjava izidov dvobojev Djoković – Federer (trda podlaga, na tri dobljene nize, OP ZDA in Avstralije).

	Djoković			Federer		
p_{s1}	0.641			0.605		
p_{t1}	0.717			0.721		
p_{s2}	0.966			0.978		
p_{t2}	0.528			0.52		
psih (psihološka pripravljenost)	1,4			1,0		
$t_{1/2}$ (*kondicijska pripravljenost*)	180			140		
	delež dobljenih			**delež dobljenih**		
	dvobojev	nizov	iger	dvobojev	nizov	iger
dejanski dvoboji[a]	0,64	0,55	0,52	0,36	0,45	0,48
simulacije 1[b]	0,78	0,66	0,54	0,22	0,43	0,46
simulacije 2[c]	0,62	0,56	0,53	0,38	0,44	0,47

[a] Podatki za odigrane dvoboje, delež zadetih prvih servisov (p_{s1}), delež dobljenih točk po prvem servisu (p_{t1}), delež zadetih drugih servisov (p_{s2}) in delež dobljenih točk po drugem servisu (p_{t2}) so pridobljeni iz vira [14].
[b] Rezultati simulacij z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov.
[c] Rezultati simulacij s spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$).



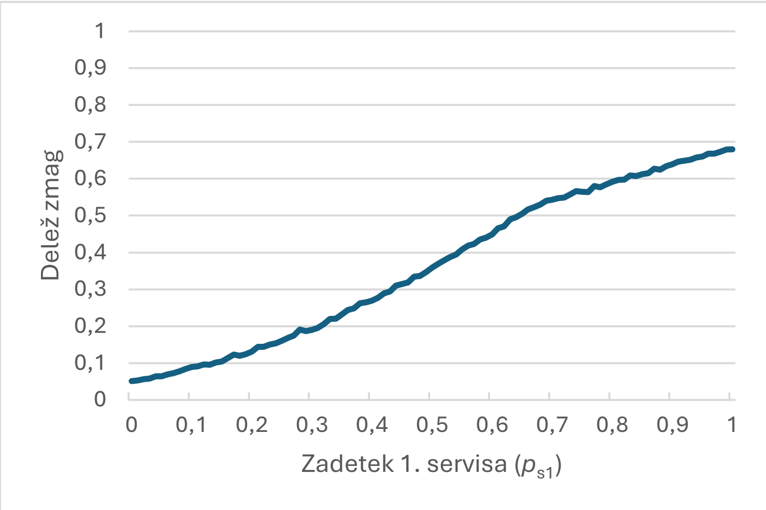
Slika 14. Porazdelitev izidov v nizih za dvobojev Djoković - Federer (trda podlaga, na tri dobljene nize): a) dejanski dvoboji; b) simulirani dvoboji z upoštevanjem p_{s1}, p_{t1}, p_{s2} in p_{t2} kot fiksnih parametrov; c) simulirani dvoboji z upoštevanjem spremenljivimi parametri z upoštevanjem psihološke (*psih*) in kondicijske pripravljenosti ($t_{1/2}$). Za simulacije so bili uporabljeni parametri iz Tabele 4.

Obravnavani primeri kažejo, da sami statistični parametri niso dovolj za dober opis izidov dvobojev, razen v primeru (2), ko se izidi simulacij s konstantnimi statističnimi parametri bolj približajo dejanskim. Ob, čeprav zelo poenostavljenem, upoštevanju psihološke in kondicijske pripravljenosti z dvema parametroma so se izidi simuliranih dvobojev v vseh obravnavanih primerih zelo približali dejanskim. Uvedba (vsaj) dveh dodatnih parametrov je torej nujna za natančno simuliranje (napoved) izidov teniške igre. Največje razlike med simuliranimi in dejanskimi dvoboji opazimo v porazdelitvah izidov v nizih. Razlog je v tem, da je v 10000 simuliranih dvobojih dostopnih mnogo več različnih izidov, kot npr. v desetih dejansko odigranih dvobojih. Zato te porazdelitve lahko primerjamo le kvalitativno. Izidi simuliranih dvobojev so precej občutljivi na vrednosti parametrov *psih* in $t_{1/2}$, s katerima sem zelo približno opisal vpliv psihološke in kondicijske pripravljenosti. Če jih spremenim za več kot ± 5 %, se izidi simuliranih dvobojev ne ujamejo več z dejanskimi. Dober opis izidov z znatno drugačnimi vrednostmi parametrov je tako zelo malo verjeten.

Vpliv spremembe modelnih parametrov na izid dvoboja

Pri simulacijah dvobojev na dva dobljena niza sem uporabil parametre, ki opisujejo lastnosti zelo dobrega profesionalnega igralca: $p_{s1} = 0,65$; $p_{t1} = 0,7$; $p_{s2} = 0,95$; $p_{t2} = 0,5$; $psih = 1$; $t_{1/2} = 150$. Vrednosti sem privzel glede na statistične podatke o dvobojih profesionalnih igralcev (glejte Tabele 1 - 4), v pomoč pa so mi bili tudi rezultati simulacij predstavljeni zgoraj. V simulacijah sta bila oba igralca enaka v vseh parametrih, razen v tistem, ki sem ga spreminjal. Pri enakih vrednostih vseh parametrov za oba igralca je delež zmag seveda enak 0,5.

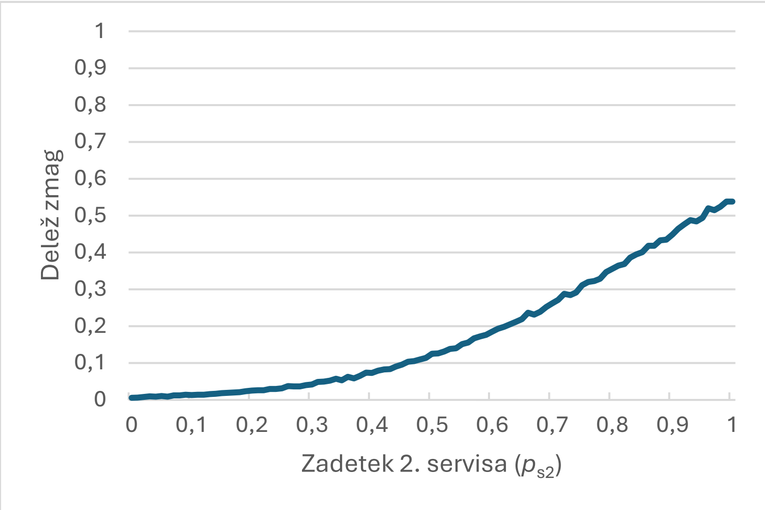
Sprememba verjetnosti za zadetek prvega servisa



Slika 15. Delež zmag igralca v odvisnosti od verjetnosti za zadeti prvi servis (p_{s1})

Slika 15 kaže, da se delež zmag bolj povečuje z rastočim p_{s1} (skoraj premo sorazmerno - strmina krivulje je približno 1), dokler p_{s1} ni enak tistemu drugega igralca (0,65; delež zmag je takrat 0,5), nad to vrednostjo pa je občutljivost deleža zmag na spremembo p_{s1} bistveno manjša. Sledi, da v območju $p_{s1} < 0,65$ za 10 % manjši odstotek zadetih prvih servisov v povprečju pomeni tudi za enak odstotek manj zmag v dvobojih. Pri $p_{s1} > 0,65$, pa se strmina zmanjša na približno polovico. To pomeni, da bi igralec moral zelo povečati odstotek zadetih prvih servisov, če bi hotel malo izboljšati delež zmag. Zaključim lahko, da naporni dodatni trening profesionalnega igralca, da bi izboljšal delež zadetih prvi servisov nad 0,65, ni smiseln, saj ne povzroči bistvenega povečanja deleža zmag v dvobojih.

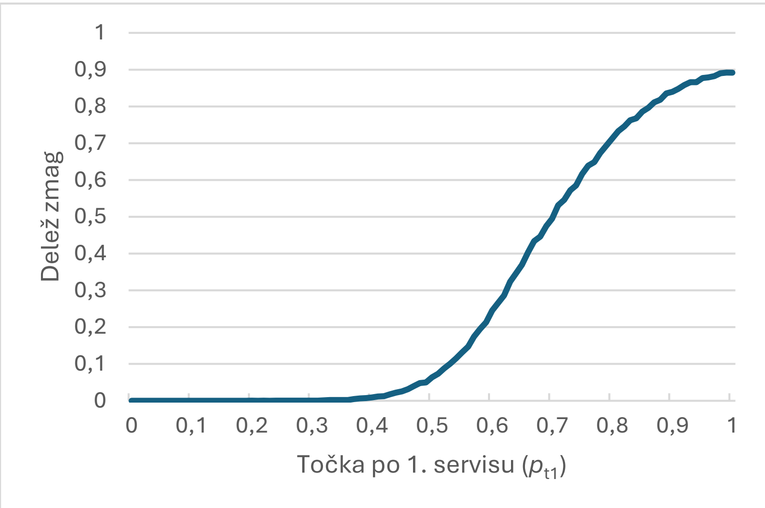
Sprememba verjetnosti za zadetek drugega servisa (dvojne napake)



Slika 16. Delež zmag igralca v odvisnosti od verjetnosti za zadeti drugi servis (p_{s2})

Slika 16 kaže, da igralec, tudi če bi zadel 100 % drugih servisov, na ta račun ne more dosti izboljšati deleža zmag (nad 0,5), saj je visok odstotek zadetih drugih servisov standard med profesionalnimi igralci. Nasprotno, če mu odstotek zadetih drugih servisov pade, to zelo zmanjša delež zmag. Torej, če hoče biti konkurenčen na profesionalni ravni, mora zadeti vsaj okoli 90 % drugih servisov (tam je delež zmag okoli 0,4).

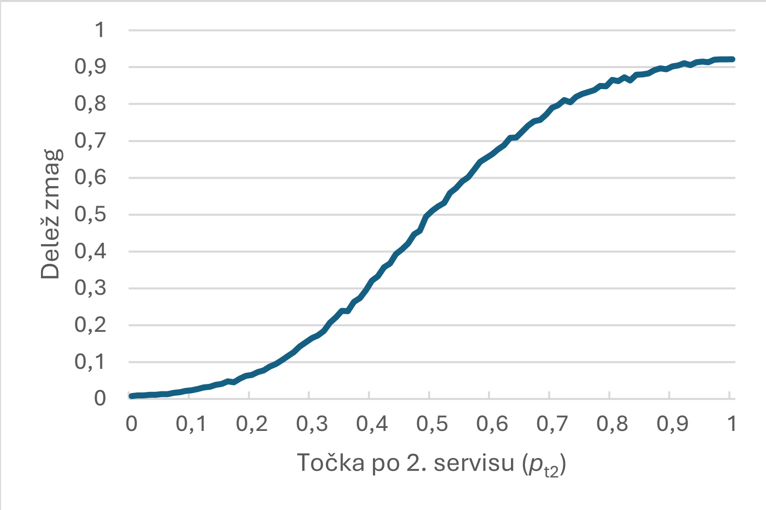
Sprememba verjetnosti za doseganje točke po zadetem prvem servisu



Slika 17. Delež zmag igralca v odvisnosti od verjetnosti za doseganje za točke po zadetem prvem servisu (p_{t1})

Slika 17 kaže, da ob manj kot 50 % dobljenih točk po prvem servisu, igralec težko zmaga v dvoboju s sicer enakovrednim profesionalcem. Nad 50 % pa začne delež zmag drastično naraščati. Torej, če igralec dobro izkorišča svoj prvi servis, mu lahko to zelo pomaga na poti do zmage. Nad 90 % dobljenih točk po prvem servisu, se delež zmag ne spreminja več tako izrazito. To območje v praksi ni zelo pomembno. Doseči 90 % dobljenih točk po zadetem prvem servisu tekom celotnega dvoboja je namreč tudi za najboljše profesionalce zelo težko.

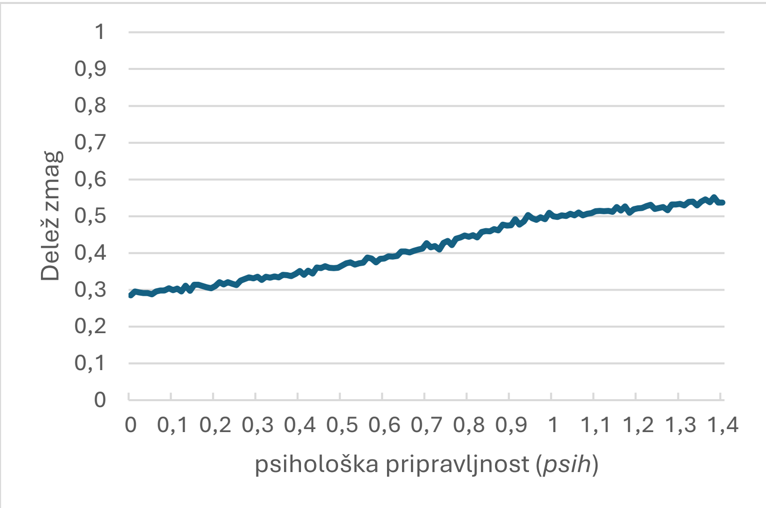
Sprememba verjetnosti za doseganje točke po drugem servisu



Slika 18. Delež zmag igralca v odvisnosti od verjetnosti za doseganje točke po zadetem drugem servisu (p_{t2})

Slika 18 kaže, da se delež zmag najbolj poveča z rastočim p_{t2} okrog vrednosti $p_{t2} \approx 0,5$. sprememba verjetnosti za točko znatno spremeni delež zmag, medtem ko se ta pri nizki vrednostih in visokih vrednostih p_{t2} le malo spreminja. Sledi, da igralec, ki malo bolj izkoristi drugi servis kot nasprotnik, lahko doseže znatno več zmag. In obratno, če ga izkoristi malo slabše, se delež zmag znatno zmanjša.

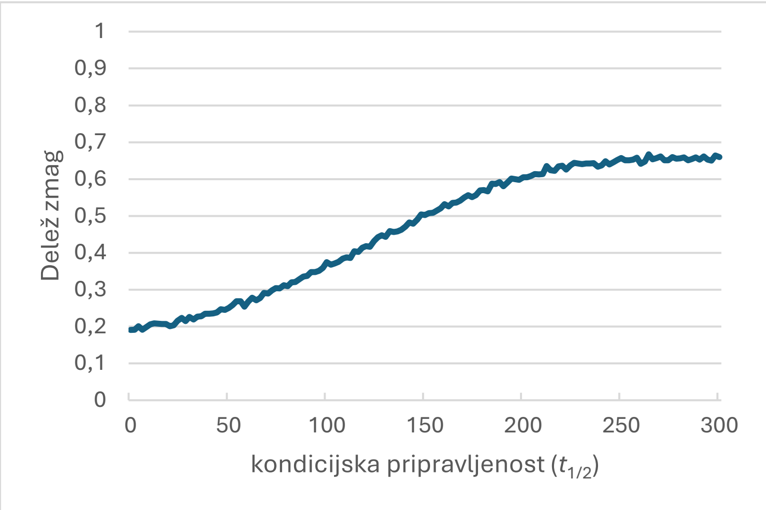
Sprememba psihološke pripravljenosti



Slika 19. Delež zmag igralca v odvisnosti od parametra za psihološko pripravljenost (*psih*; Rezultati in razprava str. 15)

Slika 19 kaže, da tudi izvrstna psihološka pripravljenost ne poveča bistveno deleža zmag (nad 0,5) v dvobojih sicer enakovrednih profesionalcev, verjetno zato ker so igralci na tem nivoju vsi zelo dobro psihološko pripravljeni. Če pa igralec ni na tem nivoju psihološke priprave (psih < 0,85), pa se to lahko znatno pozna na deležu zmag. V krivulji so opazne lokalno skokovite spremembe vrednosti deleža zmag. To je razumljivo, saj se v različnih simuliranih dvobojih lahko »odigra« zelo različno število »pomembnih točk«.

Sprememba kondicijske pripravljenosti



Slika 20 . Delež zmag igralca v odvisnosti od parametra za kondicijsko pripravljenost ($t_{1/2}$; Rezultati in razprava str. 15,16)

Slika 20 kaže, da lahko slabša kondicijska pripravljenost (zgodnejši padec verjetnosti za doseganje točke), povzroči zelo slabe izide dvobojev. Če je igralec dobro telesno pripravljen, pa lahko izboljša svojo igro le do neke mere. V našem primeru do deleža zmag 0,65 pri vrednosti parametra $t_{1/2} \geq 250$. Igralec se v tem primeru znatno utrudi šele po okoli 250 odigranih točkah, referenčni nasprotnik pa bistveno prej, po okoli 150 točkah ($t_{1/2} = 150$, glejte tudi Sliko 10). Skoki v krivulji so posledica definicije vpliva kondicijske pripravljenosti (Enačba 1), ki je odvisna od števila odigranih točk v simuliranih dvobojih, to pa je lahko različno.

Zgornja analiza pokaže, da za vsak parameter, ki je povezan z deležem zmag v dvobojih, obstaja območje njegovih vrednosti, v katerem sprememba parametra znatno vpliva na izid dvoboja.

4. ZAKLJUČEK

Preverjanje postavljenih hipotez je zahtevalo razvoj metode za analizo izidov teniških dvobojev. Razvil sem računalniški program za simulacijo teniške igre po metodi Monte Carlo, ki simulira tudi dogodke znotraj točke, kar je skladno z dejanskim potekom igre. To je nov pristop, ki nudi boljši vpogled v vzroke za dobljeno oz. izgubljeno točko, igro, niz in dvoboj.

Analiza rezultatov računalniških simulacij jasno pokaže, da že majhna razlika v verjetnosti za doseganje točke med igralcema v območju verjetnosti med 0,4 in 0,6 lahko znatno spremeni izid dvoboja (potrjena hipoteza 1). Iz odvisnosti deleža zmag od verjetnosti za doseganje točke lahko sklepamo, da je v športnih igrah kot je tenis, pri katerih končni rezultat odraža veliko vezanih točk, verjetnost za zmago manj kvalitetnega igralca bistveno manjša kot pri športnih igrah z manj števnimi dogodki.

Nadalje sem ugotovil, da je izide dvobojev redko možno pojasniti le na osnovi dostopnih statističnih podatkov (delež zadetih prvih servisov, delež dobljenih točk po prvem servisu, delež zadetih drugih servisov, delež dobljenih točk po drugem servisu). Izide obravnavanih dvobojev pa sem uspel pojasniti z vpeljavo dveh dodatnih parametrov, ki opišeta psihološko in kondicijsko pripravljenost vsakega igralca (delno potrjena hipoteza 2). S tem zelo poenostavljenim opisom psihološke in kondicijske pripravljenosti je možno pojasniti delež dobljenih iger, nizov in dvobojev profesionalnih igralcev na dva ali tri dobljene nize na različnih podlagah.

Uspešen opis izidov dvobojev s predstavljenim modelom me je vodil v analizo vpliva spremembe parametrov, ki določajo verjetnost za osvojitev točke. Za vsak parameter posebej sem ugotovil, da v določenem območju vrednosti njegova sprememba znatno vpliva na verjetnost za zmago v dvoboju (potrjena hipoteza 3). Odvisnost deleža zmag od vrednosti vsakega parametra tako pokaže, v katerem območju vrednosti je izboljšanje parametra (lastnosti igralca) smiselno, in v katerem tudi veliko izboljšanje ne bi prineslo večje verjetnosti za zmago v dvoboju.

Moja analiza je lahko koristna za tekmovalce, ki že dosegajo visoko raven tehničnega in taktičnega znanja ter kondicijske in psihološke pripravljenosti. Pri teh samo z opazovanjem dvobojev zelo težko ugotovimo, zakaj je določeni igralec dobil več dvobojev kot drugi. Na drugi strani s predstavljeno analizo najprej ugotovimo, katere lastnosti (parametri) igralca so v območju, kjer je verjetnost za zmago znatno občutljiva na njihovo spremembo. Prav te je treba izboljšati. To lahko pomeni, da npr. 10 % več zadetih prvih servisov in 10 % boljša kondicijska pripravljenost povečata delež zmag s primerljivimi igralci za 15 %, kar je znaten rezultatski napredek. Način usmerjanja tekmovalca na osnovi poglobljene analize igre in z njo povezanega načrtovanega treninga morda res ni potreben pri tekmovalcih v otroških kategorijah, kjer so pomanjkljivosti igralcev očitne. Vendar pa opažam, da se v Sloveniji tudi v starejših starostnih kategorijah, ko igralci skušajo narediti preskok iz nacionalnega na mednarodni nivo, žal trenažni proces odvija »po občutku«, brez ustreznega načrtovanja in analize. Pogoj za ustrezno načrtovan trenažni proces pa je prav dobro razumevanje vplivov na izid teniškega dvoboja.

V tem oziru menim, da konceptualni pristop, ki sem ga vpeljal, predstavlja korak k boljšemu razumevanju zapletene narave teniške igre in k opredelitvi smernic za napredek teniškega igralca.

5. VIRI in LITERATURA

1. Igrišča na turnirjih za *Grand Slam* (2011): https://bleacherreport.com/articles/634099-the-open-era-the-20-greatest-grand-slam-matches-of-all-time
2. Klemenc, M., Klemenc, A. (1997). *Sto let tenisa na Slovenskem*: *fragmenti zgodovine modernega tenisa*, Radomlje: Teniški klub Radomlje.
3. Pravila tenisa (2016). *Tenisportal.si*.: http://www.tenisportal.si/vec-otenisu/
4. Filipčič, A. (2002). *Tenis: treniranje*, Ljubljana: Fakulteta za šport, Inštitut za šport.
5. Djokovič N., Federer R., Nadal R. (2022) *Laver cup:* https://www.atptour.com/en/news/nadal-federer-congratulate-djokovic-australian-open-2023
6. Klaassen, F. J., Magnus, J. R. (2001) *Are points in tennis independent and identically distributed*?: *Evidence from a dynamic binary panel data model*, J. Am. Statist. Ass., 96, 500–509.
7. Newton, P. K., Aslam, K. (2009) *Monte Carlo tennis: a stochastic Markov chain model,* J. Quant. Anal. Sprts, 5, no. 3.
8. P. Gorgi P., Koopman S. J., Lit R. (2019) *The analysis and forecasting of tennis matches by using a high dimensional dynamic model,* J. R. Statist. Soc. A, 182, 1393–1409.
9. Klaassen, F. J., Magnus, J. R. (2003) *Forecasting the winner of a tennis match,* Eur. J. Oper. Res., 148, 257–267.
10. Krčadinac J., Maruševec E. M., Jerković L., Kovač I., Zloić J., Šarčević A., Vranić M. (2023) *Modeling tennis matches using monte carlo simulations incorporating dynamic parameters*, MIPRO 2023, Opatija, Croatia
11. Rubinstein R. Y., Kroese D. P. (2011). *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons.
12. Baca A. (2015), *Computer Science in Sport: Research and Practice*. Routledge.
13. Newton P. K., Aslam K. (2006) *Monte Carlo Tennis*, Soc. Ind. App. Math., 48, 722–742.
14. Statistika dvobojev (2024): https://www.ultimatetennisstatistics.com/
15. Veriga Markova (2024) *Wikipedia*: https://en.wikipedia.org/wiki/Markov_chain
16. Chou H. G., Lee C. (2023) *The theory of oxygen hemoglobin association*, BioSystems 229, 104932.

ANALIZA TENIŠKE IGRE Z RAČUNALNIŠKIMI SIMULACIJAMI PO METODI MONTE CARLO

PRILOGA

Avtor: Jakob Lah

Področje: Šport

Mentorja: prof. Marta Zabret, prof. Matej Juhart

Gimnazija in srednja šola Rudolfa Maistra Kamnik

Kamnik, 2025

PROGRAM ZA SIMULACIJE TENIŠKE IGRE

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Fri Aug 23 22:12:17 2024

@author: Jakob Lah
"""
def histogram():

  import numpy as np
  import matplotlib.pyplot as plt
  outcomeshis = {
    '6:0': outcomes['6:0'], '6:1': outcomes['6:1'], '6:2': outcomes['6:2'], '6:3': outcomes['6:3'], '6:4': outcomes['6:4'],
    '7:5': outcomes['7:5'], '7:6': outcomes['7:6'], '6:7': outcomes['6:7'], '5:7': outcomes['5:7'], '4:6': outcomes['4:6'],
    '3:6': outcomes['3:6'], '2:6': outcomes['2:6'], '1:6': outcomes['1:6'], '0:6': outcomes['0:6'], }
  plt.xlabel("Rezultat")
  plt.ylabel("Število nizov")
  plt.title("Pogostost rezultatov niza")
  xhis = list(outcomeshis.keys())
  yhis = list(outcomeshis.values())
  plt.bar(xhis, yhis, color ='skyblue',
    width = 1)
  fig = plt.figure(figsize = (10, 5))

def pogostos_seti_z1():
        if g2 == 0:
          outcomes['6:0'] = outcomes['6:0'] + 1
        elif g2 == 1:
          outcomes['6:1'] = outcomes['6:1'] + 1
        elif g2 == 2:
          outcomes['6:2'] = outcomes['6:2'] + 1
        elif g2 == 3:
          outcomes['6:3'] = outcomes['6:3'] + 1
        elif g2 == 4:
          outcomes['6:4'] = outcomes['6:4'] + 1
        elif g2 == 5:
          outcomes['7:5'] = outcomes['7:5'] + 1
        elif g2 == 6:
          outcomes['7:6'] = outcomes['7:6'] + 1
def pogostost_seti_z2():
  if g1 == 0:
    outcomes['0:6'] = outcomes['0:6'] + 1
  elif g1 == 1:
    outcomes['1:6'] = outcomes['1:6'] + 1
  elif g1 == 2:
    outcomes['2:6'] = outcomes['2:6'] + 1
  elif g1 == 3:
    outcomes['3:6'] = outcomes['3:6'] + 1
  elif g1 == 4:
    outcomes['4:6'] = outcomes['4:6'] + 1
  elif g1 == 5:
    outcomes['5:7'] = outcomes['5:7'] + 1
  elif g1 == 6:
    outcomes['6:7'] = outcomes['6:7'] + 1
```

```
def spreminjanje_parametrov_s_funkcijami(t1, t2, total_points, is1z1i, is1t1i, is2z1i, is2t1i, ipsih1, ipsih2, is1z2i, is1t2i,
is2z2i, is2t2i, a_kon, b_kon):
    global psih1, psih2, s1z1i, s2z1i, s1t1i, s1t2i, s2t1i, s2t2i, s1z2i, s2z2i, izbrana_funkcija_a


    izbrana_funkcija_a = 1 - 0.25*(1-exp(-0.05*total_points))/(1 + exp(-0.05*(total_points - a_kon)))

    izbrana_funkcija_b = 1 - 0.25*(1-exp(-0.05*total_points))/(1 + exp(-0.05*(total_points - b_kon)))

    s1z1i = parametri1.s1z1i
    s1t1i = parametri1.s1t1i
    s2z1i = parametri1.s2z1i
    s2t1i = parametri1.s2t1i
    psih1 = parametri1.psih1
    s1z2i = parametri1.s1z2i
    s1t2i = parametri1.s1t2i
    s2z2i = parametri1.s2z2i
    s2t2i = parametri1.s2t2i
    psih2 = parametri1.psih2

    if is1z1i == 1:
        s1z1i = parametri1.s1z1i * izbrana_funkcija_a
    if is1t1i == 1:
        s1t1i = parametri1.s1t1i * izbrana_funkcija_a
    if is2z1i == 1:
        s2z1i = parametri1.s2z1i * izbrana_funkcija_a
    if is2t1i == 1:
        s2t1i = parametri1.s2t1i * izbrana_funkcija_a
    if is1z2i == 1:
        s1z2i = parametri1.s1z2i * izbrana_funkcija_b
    if is1t2i == 1:
        s1t2i = parametri1.s1t2i * izbrana_funkcija_b
    if is2z2i == 1:
        s2z2i = parametri1.s2z2i * izbrana_funkcija_b
    if is2t2i == 1:
        s2t2i = parametri1.s2t2i * izbrana_funkcija_b



def točka_1igralecg():
    global t1, t2, total_points
    import random
    x = random.random()
    if x <= s1z1i:
        if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)) and ((g1 >= 5) or (g2 >= 5)):
            if ((t1 >= 4) or (t2 >= 4)) and (t1 != t2):
                x = random.random()
                if x <= ( psih1/psih2 * s1t1i):
                    t1 = t1 + 1
                else:
                    t2 = t2 + 1
            else:
                x = random.random()
                if x <= (s1t1i):
                    t1 = t1 + 1
                else:
                    t2 = t2 + 1
```

```
        elif (t2 >= 4) and (t2 > t1):
                if x <= (psih1/psih2 * s1t1i):
                    t1 = t1 + 1
                else:
                    t2 = t2 + 1
        else:
                x = random.random()
                if x <= (s1t1i):
                    t1 = t1 + 1
                else:
                    t2 = t2 + 1

    else:
        x = random.random()
        if x <= s2z1i:
            x = random.random()
            if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)) and ((g1 >= 5) or (g2 >= 5)):
                if ((t1 >= 4) or (t2 >= 4)) and (t1 != t2):
                    x = random.random()
                    if x <= (psih1/psih2 * s2t1i):
                        t1 = t1 + 1
                    else:
                        t2 = t2 + 1
                else:
                    x = random.random()
                    if x <= (s2t1i):
                        t1 = t1 + 1
                    else:
                        t2 = t2 + 1
            elif (t2 >= 4) and (t2 > t1):
                    if x <= (psih1/psih2 * s2t1i):
                        t1 = t1 + 1
                    else:
                        t2 = t2 + 1
            else:
                    x = random.random()
                    if x <= (s2t1i):
                        t1 = t1 + 1
                    else:
                        t2 = t2 + 1

        else:
            t2 = t2 + 1
    total_points = total_points +  1
    spreminjanje_parametrov_s_funkcijami(t1, t2, total_points, is1z1i, is1t1i, is2z1i, is2t1i, ipsih1, ipsih2, is1z2i, is1t2i, is2z2i,
is2t2i, a_kon, b_kon)
def točka_2igralecg():
    global t1, t2, total_points
    import random
    x = random.random()
    if x <= s1z2i:
        if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)) and ((g1 >= 5) or (g2 >= 5)):
            if ((t1 >= 4) or (t2 >= 4)) and (t1 != t2):
                x = random.random()
                if x <= ( psih2/psih1 * s1t2i):
                    t2 = t2 + 1
                else:
```

```
                t1 = t1 + 1
          else:
             x = random.random()
             if x <= (s1t2i):
                t2 = t2 + 1
             else:
                t1 = t1 + 1
       elif (t1 >= 4) and (t1 > t2):
             if x <= (psih2/psih1 * s1t2i):
                t2 = t2 + 1
             else:
                t1 = t1 + 1
       else:
             x = random.random()
             if x <= (s1t2i):
                t2 = t2 + 1
             else:
                t1 = t1 + 1

    else:
       x = random.random()
       if x <= s2z2i:
          x = random.random()
          if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)) and ((g1 >= 5) or (g2 >= 5)):
             if ((t1 >= 4) or (t2 >= 4)) and (t1 != t2):
                x = random.random()
                if x <= (psih2/psih1 * s2t2i):
                   t2 = t2 + 1
                else:
                   t1 = t1 + 1
             else:
                x = random.random()
                if x <= (s2t2i):
                   t2 = t2 + 1
                else:
                   t1 = t1 + 1
          elif (t1 >= 4) and (t1 > t2):
                if x <= (psih2/psih1 * s2t2i):
                   t2 = t2 + 1
                else:
                   t1 = t1 + 1
          else:
                x = random.random()
                if x <= (s2t2i):
                   t2 = t2 + 1
                else:
                   t1 = t1 + 1

       else:
          t1 = t1 + 1
    total_points = total_points + 1
    spreminjanje_parametrov_s_funkcijami(t1, t2, total_points, is1z1i, is1t1i, is2z1i, is2t1i, ipsih1, ipsih2, is1z2i, is1t2i, is2z2i,
is2t2i, a_kon, b_kon)
def točka_1igralect():
    global t1, t2, total_points
    import random
    x = random.random()
```

```
    if x <= s1z1i:
       if ((t1 >=7) or (t2 >= 7)) and (t1 != t2):
             x = random.random()
             if x <= ( psih1/psih2 * s1t1i):
                t1 = t1 + 1
             else:
                t2 = t2 + 1

       else:
             x = random.random()
             if x <= (s1t1i):
                t1 = t1 + 1
             else:
                t2 = t2 + 1

    else:
       x = random.random()
       if x <= s2z1i:
          x = random.random()
          if ((t1 >=7) or (t2 >= 7)) and (t1 != t2):
                x = random.random()
                if x <= (psih1/psih2 * s2t1i):
                   t1 = t1 + 1
                else:
                   t2 = t2 + 1

          else:
                x = random.random()
                if x <= (s2t1i):
                   t1 = t1 + 1
                else:
                   t2 = t2 + 1

       else:
          t2 = t2 + 1
    total_points = total_points + 1
    spreminjanje_parametrov_s_funkcijami(t1, t2, total_points, is1z1i, is1t1i, is2z1i, is2t1i, ipsih1, ipsih2, is1z2i, is1t2i, is2z2i,
is2t2i, a_kon, b_kon)
def točka_2igralect():
    global t1, t2, total_points
    import random
    x = random.random()
    if x <= s1z2i:
       if ((t1 >=7) or (t2 >= 7)) and (t1 != t2):
             x = random.random()
             if x <= ( psih2/psih1 * s1t2i):
                t2 = t2 + 1
             else:
                t1 = t1 + 1

       else:
             x = random.random()
             if x <= (s1t2i):
                t2 = t2 + 1
             else:
                t1 = t1 + 1
```

```
    else:
        x = random.random()
        if x <= s2z2i:
            x = random.random()
            if ((t1 >=7) or (t2 >= 7)) and (t1 != t2):
                    x = random.random()
                    if x <= (psih2/psih1 * s2t2i):
                        t2 = t2 + 1
                    else:
                        t1 = t1 + 1

            else:
                    x = random.random()
                    if x <= (s2t2i):
                        t2 = t2 + 1
                    else:
                        t1 = t1 + 1

        else:
            t1 = t1 + 1
    total_points = total_points + 1
    spreminjanje_parametrov_s_funkcijami(t1, t2, total_points, is1z1i, is1t1i, is2z1i, is2t1i, ipsih1, ipsih2, is1z2i, is1t2i, is2z2i,
is2t2i, a_kon, b_kon)

def gem_začetek(začetek):
    global t1, t2, g1, g2
    while((g1 < 6) and (g2 < 6)):
        if (začetek % 2 == 1):
            točka_1igralecg()
        else:
            točka_2igralecg()

        #print("Rezultat v gemu je: ", t1, ":", t2)

        if ((t1 - t2 >= 2) or (t2 - t1 >= 2)):
            if ((t1 >= 4) and (t1 > t2)):
                g1 = g1 + 1
                t1 = 0
                t2 = 0
                začetek = začetek + 1
            elif ((t2 >= 4) and (t2 > t1)):
                g2 = g2 + 1
                t1 = 0
                t2 = 0
                začetek = začetek + 1
            else:
                continue
        else:
            continue
        #print("Rezultat v setu je: ", g1, ":", g2)

def gem_konec(začetek):
    global t1, t2, g1, g2
    n = 0
    while(n < 1):
        if (začetek % 2 == 1):
            točka_1igralecg()
```

```
        else:
            točka_2igralecg()


        #print("Rezultat v gemu je: ", t1, ":", t2)

        if ((t1 - t2 >= 2) or (t2 - t1 >= 2)):
            if ((t1 >= 4) and (t1 > t2)):
                g1 = g1 + 1
                t1 = 0
                t2 = 0
                začetek = začetek + 1
            elif ((t2 >= 4) and (t2 > t1)):
                g2 = g2 + 1
                t1 = 0
                t2 = 0
                začetek = začetek + 1
            else:
                continue
        else:
            continue
       # print("Rezultat v setu je: ", g1, ":", g2)
        n = 1

def tiebreak(začetek):
    global t1, t2, g1, g2
    k = 0
    while(((t1 <= 6) and (t2 <= 6)) and ((t1 - t2 < 2) or (t2 - t1 < 2))):
        if (začetek % 2 == 1):
            tiebreak_servis = 1
        else:
            tiebreak_servis = 2
        if ((tiebreak_servis + k) == 1):
            točka_1igralect()
            #print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)
        elif ((tiebreak_servis + k) == 2):
            točka_2igralect()
           # print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)
        else:
            k = k + 1
            if (((tiebreak_servis + k) % 2) == 1):
                točka_1igralect()
               # print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)
                točka_1igralect()
               # print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)
            else:
                točka_2igralect()
                #print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)
                točka_2igralect()
                #print("Rezultat v tiebreaku je", t1, ":", t2)

    if (t1 > t2):
        g1 = g1 + 1
        t1 = 0
        t2 = 0
    else:
        g2 = g2 + 1
```

```
        t1 = 0
        t2 = 0
    #print("Rezultat v setu je", g1, ":", g2)
    začetek = začetek + 1

# Glavni del
outcomes = {
    '6:0': 0, '6:1': 0, '6:2': 0, '6:3': 0, '6:4': 0,
    '7:5': 0, '7:6': 0, '0:6': 0, '1:6': 0, '2:6': 0,
    '3:6': 0, '4:6': 0, '5:7': 0, '6:7': 0 }
a_kon = 150 #Kondicija prvi igralec
b_kon = 140 #Kondicija drugi igralec
from parametri1 import začetek, število_tekem, psih1, psih2
import parametri1
t1 = t2 = g1 = g2 = s1= s2 = gš1 = gš2 = sš1 = sš2 = i = zmaga1 = zmaga2 = set1_1ig = set1_1ig_zmaga = set1_ig1_preverba =
s1z1i = s2z1i = s1t1i = s1t2i = s2t1i = s2t2i = s1z2i = s2z2i = total_points = 0
is1z1i = is1t1i = is2z1i = is2t1i = ipsih1 = ipsih2 = is1z2i = is1t2i = is2z2i = is2t2i = 0
from math import exp

izbor_parametrov_a = input("Kateri parametri igralca 1 naj se spreminjajo: ")
while (izbor_parametrov_a != "konec"):
    if izbor_parametrov_a == "s1z1i":
        is1z1i = 1
    elif izbor_parametrov_a == "s1t1i":
        is1t1i = 1
    elif izbor_parametrov_a == "s2z1i":
        is2z1i = 1
    elif izbor_parametrov_a == "s2t1i":
        is2t1i = 1
    izbor_parametrov_a = input("Kateri parametri igralca 1 naj se spreminjajo: ")


izbor_parametrov_b = input("Kateri parametri igralca 2 naj se spreminjajo: ")
while (izbor_parametrov_b != "konec"):
    if izbor_parametrov_b == "s1z2i":
        is1z2i = 1
    elif izbor_parametrov_b == "s1t2i":
        is1t2i = 1
    elif izbor_parametrov_b == "s2z2i":
        is2z2i = 1
    elif izbor_parametrov_b == "s2t2i":
        is2t2i = 1
    izbor_parametrov_b = input("Kateri parametri igralca 2 naj se spreminjajo: ")
while i < število_tekem:
    t1 = t2 = g1 = g2 = s1 = s2 = s1z1i = s2z1i = s1t1i = s1t2i = s2t1i = s2t2i = s1z2i = s2z2i = total_points = set1_ig1_preverba =
0
    while ((s1 < 2) and (s2 < 2)):
        gem_začetek(začetek)
        if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)):
            if g1 == 6:
                s1 = s1 + 1
                gš1 = gš1 + g1
                gš2 = gš2 + g2
                pogostos_seti_z1()
                g1 = 0
                g2 = 0
                if (s1 == 1) and (s2 == 0):
```

```
            set1_1ig = set1_1ig + 1
            set1_ig1_preverba = set1_ig1_preverba + 1
        else:
          s2 = s2 + 1
          gš1 = gš1 + g1
          gš2 = gš2 + g2
          pogostost_seti_z2()
          g1 = 0
          g2 = 0
    else:
      gem_konec(začetek)
      if ((g1 - g2 >= 2) or (g2 - g1 >= 2)):
        if (g1 > g2):
          s1 = s1 + 1
          gš1 = gš1 + g1
          gš2 = gš2 + g2
          pogostos_seti_z1()
          g1 = 0
          g2 = 0
          if (s1 == 1) and (s2 == 0):
            set1_1ig = set1_1ig + 1
            set1_ig1_preverba = set1_ig1_preverba + 1
        else:
          s2 = s2 + 1
          gš2 = gš2 + g2
          gš1 = gš1 + g1
          pogostost_seti_z2()
          g1 = 0
          g2 = 0
      else:
        tiebreak(začetek)
        if (g1 > g2):
          s1 = s1 + 1
          gš1 = gš1 + g1
          gš2 = gš2 + g2
          pogostos_seti_z1()
          g1 = 0
          g2 = 0
          if (s1 == 1) and (s2 == 0):
            set1_1ig = set1_1ig + 1
            set1_ig1_preverba = set1_ig1_preverba + 1
        else:
          s2 = s2 + 1
          gš2 = gš2 + g2
          gš1 = gš1 + g1
          pogostost_seti_z2()
          g1 = 0
          g2 = 0

sš1 = sš1 + s1
sš2 = sš2 + s2
if (s1 > s2):
  print("Zmagal je igralec 1: ", s1, ":", s2 )
  zmaga1 = zmaga1 + 1
  if set1_ig1_preverba == 1:
    set1_1ig_zmaga = set1_1ig_zmaga + 1
    set1_ig1_preverba == 0
```

```
    else:
        print("Zmagal je igralec 2: ", s1, ":", s2 )
        zmaga2 = zmaga2 + 1

    i = i + 1
print("prvi igralec je dobil ", zmaga1/število_tekem, "tekem, drugi pa ", zmaga2/število_tekem, "tekem.")
print("prvi igralec je dobil ", sš1/(sš1 + sš2), "setov, drugi pa ", sš2/(sš1 + sš2), "setov.")
print("prvi igralec je dobil ", gš1/(gš1 + gš2), "gemov, drugi pa ", gš2/(gš1 + gš2), "gemov.")
print ("igralec 1 je dobil ", set1_1ig, "1. setov, od tega je potem zmagal ", set1_1ig_zmaga, ", kar je",
set1_1ig_zmaga/set1_1ig * 100, "odstotkov.")
for outcome, count in outcomes.items():
    print(f"Rezultat {outcome}: {count} krat")
histogram()
```