



# **VPLIV TLAKA V ŽOGI NA VIŠINO NJENEGA ODBOJA OD TAL**

**Raziskovalna naloga**

**Področje: SŠ, astronomija ali fizika**

**Avtorica: Anja SLAVINEC**

**Mentor: dr. Renato LUKAČ**

**Murska Sobota, marec 2025**

## Zahvala

Lepo se zahvaljujem mentorju dr. Renatu Lukaču za pomoč pri pripravi raziskovalne naloge, vse nasvete in usmerjanje ter za to, da mi je približal fiziko tako, da sem jo ponovno vzljubila.

Zahvaljujem se tudi mami in očetu, da sta me spodbujala, Igorju za pomoč pri pripravi poskusov in Luki za pomoč pri meritvah in Tadeju ter Reneju za pomoč pri analizi podatkov.

## POVZETEK

V raziskovalni nalogi smo preučevali, kako tlak v žogi vpliva na njeno elastičnost. Merili smo, kako visoko se žoga odbije od tal. Poskuse smo izvedli z dvema različno velikima žogama, košarkarsko in roketno, ki smo ju spuščali z višine 1,2 metra. Pri vsakem poskusu smo spreminjali tlak v žogi in merili, kako visoko se je žoga odbila od tal. Določili smo razmerje višin pri dveh zaporednih odbojih. Da bi zagotovili natančnost meritev, smo vsako meritev ponovili petkrat in izračunali povprečno višino odbojev.

Padanje žoge smo sprva snemali z visokohitrostno kamero, ki pa je imela premajhen zorni kot, zato smo meritve izvedli s kamero mobilnega telefona. Izkazalo se je, da so posnetki dovolj kakovostni in si sledijo z zadostno hitrostjo, da smo znotraj napake meritve lahko izvedli dovolj natančno analizo posnetkov in določili višine odboja.

Rezultati so pokazali, da obstaja linearna zveza med tlakom v žogi in višino odboja. Košarkarska žoga se je pri višjem tlaku odbila višje, kar pripisujemo materialu iz katerega je narejena. S tem je prilagojena razmeram pri igranju košarke. Raziskava je prispevala k boljšemu razumevanju fizikalnih lastnosti žog in njihovega obnašanja pri različnih tlakih.

**Ključne besede:** tlak, odboj, žoga, košarkarska žoga, roketna žoga, višina odboja, video analiza.

## ABSTRACT

In this research, we investigated how the pressure in a ball affects its elasticity. We measured how high the ball bounces off the ground. The experiments were carried out with two balls of different sizes, a basketball and a handball, which were dropped from a height of 1.2 metres. On each trial, we varied the pressure in the ball and measured how high the ball bounced off the ground. We measured the ratio of the heights for two consecutive impacts. To ensure the accuracy of the measurements, we repeated each measurement five times and calculated the average bounce height.

The ball's fall was initially recorded with a high-speed camera, but the angle of view was too small, so the measurements were made with a mobile phone camera. It turned out that the footage was of sufficient quality and followed each other at a sufficient speed to allow us to analyse the footage and determine the rebound height with sufficient accuracy within the measurement error.

The results showed that there is a linear relationship between the pressure in the ball and the rebound height. The basketball bounced higher at higher pressures, which is attributed to the material from which it is made. This makes it adapted to the conditions of playing basketball. The study contributed to a better understanding of the physical properties of balls and their behaviour at different pressures.

**Key words:** pressure, rebound, ball, basketball, handball, rebound height, video analysis.

## KAZALO

1.	UVOD	5
2.	FIZIKALNE OSNOVE	7
2.1.	Prožnost	7
2.2.	Zračni upor	7
2.3.	Izguba energije zaradi zvoka	10
3.	MERITVE	11
3.1	Košarkarska žoga	15
3.2	Rokometna žoga	17
3.2	Primerjava obeh žog	17
4.	REZULTATI IN ANALIZA MERITEV	19
5.	ZAKLJUČEK	20
6.	LITERATURA	22

# 1. UVOD

Namen raziskovalne naloge je raziskati, kako tlak v žogi vpliva na njeno prožnost oziroma na višino odboja po prostem padu. Osredotočili smo se na preprost fizikalni poskus, pri katerem žoga prosto pada z določene višine, nato pa izmerimo višino, do katere se odbije. S tem poskusom smo želeli preveriti, kako se spreminja odbojnost žoge pri različnih tlakih in kakšne so izgube energije ob trku s tlemi. Takšna raziskava nam omogoča boljše razumevanje pretvarjanja energije in vpliva notranjega tlaka na mehanske lastnosti žoge. Ugotoviti smo želeli, ali lahko žogo pri določenih pogojih obravnavamo podobno kot prožno vzmet, saj se tudi pri vzmeti energija shranjuje in sprošča s pomočjo deformacije.

Drugi pomemben namen naloge je bil raziskati materialne lastnosti žoge kot prožnega telesa s pomočjo enostavnih eksperimentalnih metod, ki so dostopne tudi v šolskem okolju. Pri tem smo primerjali žoge različnih športov in opazovali njihove odzive pri odboju, kar nam je omogočilo vpogled v njihove specifične konstrukcijske značilnosti in odzivnost na mehanske sile. Podobno kot pri vzmeti se tudi pri žogi ob deformaciji sprošča energija, vendar se del te energije izgubi zaradi zračnega upora ter pretvorbe v toploto in zvok. S primerjanjem žoge z vzmetjo smo želeli ugotoviti v kolikšni meri lahko žogo obravnavamo kot idealizirano prožno telo in kakšne so njene dejanske energijske izgube v realnem svetu.

Žoga, ki z neke višine navpično prosto pada in se odbije od tal, nikoli ne doseže enake višine kot je višina, s katere smo jo izpustili. Začetna potencialna energija, ki se je pretvorila v kinetično energijo tik pred trkom, in potem kinetična energija tik po trku se nikoli v celoti ne pretvori nazaj v potencialno energijo, ko se žoga dvigne do najvišje točke [1]. Pri odboju žoge pride do izgube energije tudi zaradi oddanega zvoka, ker odboj žoge slišimo. Del energije se je torej pretvoril tudi v zvočno energijo. Izkaže se, da gre v zvok le malo energije.

Večje so izgube zaradi zračnega upora. Žoga med padanjem čuti zračni upor, zato se del energije pretvori v toploto zraka.

Največje pa so izgube med samim trkom. Takrat se žoga deformira, pri čemer nastane toplota, zaradi česar se segrejeta tako žoga kot tla, vendar je porast temperature tako majhen, da se tega ne da izmeriti.

Za občutek smo najprej naredili poskuse odbijanja z žogami, ki jih v šoli najpogosteje srečamo: za košarko, odbojko, nogomet in rokomet. Podrobnejše poskuse smo naredili pri žogah za košarko in rokomet.

Za posamezne žoge smo preverili predpisane tlake v njih [2], kar je odvisno od specifikacije športa, za katerega se uporabljajo. Vrednosti so v Tabeli 1.

šport	tlak v žogi [kPa]	obseg žoge [cm]	masa žoge [g]
odbojka	30 – 33	65 - 67	260 - 280
rokomet	60 – 80	50 - 60	290 - 475
košarka	62 – 80	56 - 78	470 - 650
nogomet	60 – 110	68 - 70	410 - 450

**Tabela 1:** Predpisani običajni tlak v žogah za različne športe izražen v kPa, njihovi obsegi izraženi v centimetrih in masa izražena v gramih. Relativno velik razpon velikosti in mas žog, predvsem za košarko in rokomet, je zaradi različnih standardov glede na starost in spol igralcev.

Tlake v gornjih tabelah so svetovne panožne zveze predpisale glede na pravila posamezne igre in načina kako se igra. Pri košarki se npr. žoga med vodenjem od ene strani do druge strani igrišča vodi tudi z odbijanjem od tal, še posebej med pripravo za met na koš. Pri odbojki žoga sploh ne sme pasti na tla in za igro ni pomembno, kako se odbija od tal. Predpisan tlak v žogi za odbojko je manjši kot pri žogi za košarko. Po pričanju poznavalcev in izkušenih igralcev so tlak v žogi za odbojko pred časom zmanjšali tudi zato, da so se hitrosti pri igri zmanjšala in posamezna točka traja več podaj, zato je igra bolj zanimiva za gledalce.

Predpisane velikosti in mase žog pri košarki in rokometu so nekoliko manjše za ženske kot za moške, prav tako imajo otroci in mladinci manjše žoge od članov.

Podobni poskusi so že bili izvedeni [3,4], vendar smo se mi posebej osredotočili na študij dveh zaporednih odbojev in primerjavi rezultatov za dve različni žogi.

## 2. FIZIKALNE OSNOVE

V nadaljevanju si bomo ogledali najpomembnejše fizikalne zakonitosti pri odboju žoge od tal in izgubi energije.

Ker se žoga po odboju ne vrne do enake višine kot smo jo spustili, se je razlika potencialne energije na začetku  $W_{p0}$  in potencialne energije žoge po trku, tj. ko žoga po odboju doseže najvišjo točko  $W_{p1}$  pretvoril v druge oblike, kar predstavlja izgube pri odboju  $\Delta W_p$  [1]. Te izgube so zaradi prožnosti in nastale toplote pri trku  $W_{trk}$ , zračnim uporom med gibanjem žoge skozi zrak  $W_{upor}$  in energije zvoka  $W_{zvok}$ , ki nastane pri trku:

$$\Delta W_p = W_{p0} - W_{p1} = W_{trk} + W_{upor} + W_{zvok}. \quad (1)$$

Nekatere od teh prispevkov lahko fizikalno dobro opišemo, na nekatere pa bomo lahko sklepali iz meritev.

### 2.1. Prožnost

Žoga in tla niso popolnoma toga telesa. Ko žoga trči ob tla, se njena oblika začasno spremeni (deformira). Prožnost materiala določa, koliko energije se shrani v tej deformaciji in koliko se je vrne, ko se žoga odbije. Pri odboju se del energije izgubi zaradi notranjega trenja v materialu žoge in tal. Ta energija se pretvori v toploto [5]. Deformacija je tem manjša, čim bolj je žoga trda, tj. čim višji je tlak v žogi.

Pričakujemo, da je ta del izgube energije pri trku največji od vseh treh naštetih in ključno odvisen od tlaka v žogi. Manjši kot je tlak v žogi, bolj se pri trku deformira in zaradi tega pričakujemo, da bo izguba energije večja.

Teoretični izračun izgube energije pri trku je zahteven in presega obseg te raziskovalne naloge, zato ga bomo podrobneje analizirali iz rezultatov meritev.

### 2.2. Zračni upor

Naš namen je bil izmeriti izgubo energije pri trku v odvisnosti od tlaka v žogi, zato smo poskus zastavili tako, da bi bili ostali vplivi čim manjši. Žogo smo spuščali z višine približno 1,2 m. Ker so hitrosti pri padanju žoge iz te višine majhne, je izguba energije zaradi zračnega upora manjša kot pri odboju. Lahko bi izbrali manjšo višino, da bi bile

izgube zaradi zračnega upora še manjše, vendar bi se pri manjših višinah povečala relativna napaka meritve višine in zaradi tega napaka meritve izgube energije.

Na žogo med gibanjem deluje sila zračnega upora [6]. Poznamo dve različni sili zračnega upora: linearni zakon zračnega upora in kvadratni zakon zračnega upora.

Obe sili zračnega upora sta odvisni od hitrosti, s katero se telo giblje skozi snov.

Izračunajmo hitrost, s katero žoga pade na tla iz višine 1,2 m, od koder smo jo spuščali.

Uporabimo enačbo za hitrost pri prostem padu:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1.2 \text{ m}} \approx 4.9 \text{ m/s}, \quad (2)$$

kjer je  $g$  težni pospešek ( $10 \text{ m/s}^2$ ), zračni upor pa smo zanemarili, kar se bo kasneje izkazalo za upravičeno poenostavitev.

Pri manjših hitrostih je pomembnejši linearni zakon zračnega upora, pri večjih hitrostih pa kvadratni zakon. Kateri zakon ima večji vpliv in katerega je treba upoštevati, meri Reynoldsovo število ( $Re$ ):

$$Re = \frac{2r\rho v}{\mu}, \quad (3)$$

kjer je  $2r$  premer žoge,  $\mu$  koeficient viskoznosti zraka (približno  $1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}$ ),  $\rho$  gostota zraka ( $1.2 \text{ kg/m}^3$ ),  $v$  hitrost žoge in  $r$  polmer žoge.

Iz enačbe (3) izračunamo, da je za košarkarsko žogo, ki prosto pada iz višine 1,2 m  $Re \approx 79\,000$ , za roketno žogo, ki je malo manjša, pa je  $Re \approx 57\,000$ . V obeh primerih je Reynoldsovo število zelo veliko, zato silo linearnega upora lahko zanemarimo in upoštevamo le kvadratni zakon, ki si ga zato bolj natančno oglejmo.

Zrak, ki miruje pred žogo ima kinetično energijo enako nič. Ko žoga pada, potiska zrak pred seboj. Zaradi tega ta zrak dobi kinetično energijo:

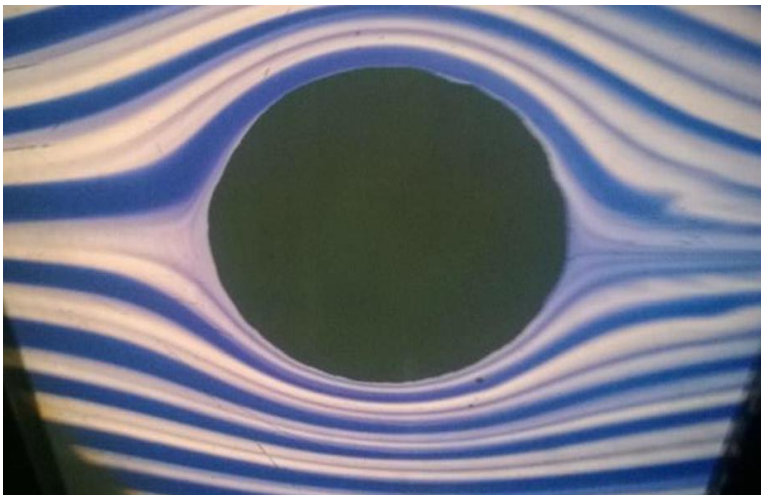
$$W_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (4)$$

kjer je  $m$  masa zraka, ki ga žoga potiska pred seboj s hitrostjo  $v$ . Žoga deluje na zrak pred seboj, zato zrak z enako veliko, vendar nasprotno obrnjeno silo deluje na žogo,

kar je sila zračnega upora  $F_u$ . Iz gornje enačbe vidimo, zakaj je ta sila upora sorazmerna s kvadratom hitrosti. Sila kvadratnega zračnega upora ima obliko:

$$F_u = \frac{1}{2} \rho c S v^2, \quad (5)$$

kjer je  $\rho$  gostota sredstva, skozi katero se telo giblje (v našem primeru zrak),  $S$  pa je prečni pesek naše žoge. Konstanta  $c$  je koeficient zračnega upora in je za kroglo približno 0,45 [2,7]. Koeficient zračnega upora nam pove, kolikšen delež zraka iz celotnega prečnega preseka gibajoče se telo dejansko potiska pred seboj. Ker je koeficient zračnega upora za kroglo približno 0,45, žoga le 45 % zraka, ki je pred njo potiska pred seboj, preostanek zraka pa spolzi ob njej.



**Slika 1:** Prikaz tokovnic zraka mimo krogle. Tokovnice ob robu krogle se deformirajo in spolzijo mimo krogle [2].

V enačbi (5) uporabimo podatke za košarkarsko žogo in dobimo silo zračnega upora:

$$F_u = \frac{1}{2} \rho c S v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot \frac{1,2 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,045 \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{4,9 \text{ m}}{\text{s}} \right)^2 = 0,29 \text{ N}. \quad (6)$$

V enačbi (2) smo upoštevali le silo teže, zanemarili pa zračni upor. Masa košarkarske žoge je približno 0,6 kg, tako da je njena teža približno 6 N. Sila zračnega upora velikosti 0,29 N je manj kot 5 % sile teže. To je največja sila upora, pri največji hitrosti, tik preden žoga pade na tla. Žoga se je ves čas gibala z manjšo hitrostjo, tako da je v

povprečju sila zračnega upora še manjša in jo lahko ocenim na približno 2,5 % sile teže. Podobno velja tudi za rokometno žogo.

Potencialna energija košarkarske žoge na začetni višini je:

$$W_{p0} = mgh = 0,6 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,2 \text{ m} = 72 \text{ J}. \quad (7)$$

Delo sile upora lahko ocenimo na:

$$A_{Fu} = \bar{F}_u \cdot 2h = \frac{0,29 \text{ N}}{2} \cdot 2,4 \text{ m} = 0,35 \text{ J}, \quad (8)$$

kjer smo predpostavili, da je povprečna sila  $\bar{F}_u$  upora polovica največje sile upora iz enačbe (6), pot, na kateri je delovala, pa smo navzgor ocenili na dvojno višino, čeprav se žoga nikoli ne odbije tako visoko. Vidimo, da zračni upor energijo zmanjša za približno 0,5 %.

Iz enačb (7) in (8) vidimo, da zračni upor med padanjem in dvigovanjem žoge ni velik prispevek pri izgubi energije.

### 2.3. Izguba energije zaradi zvoka

Ob trku žoge ob tla nastane zvok, kar pomeni, da se del energije pretvori v zvok. To izgubo je težko izračunati. Najlažje jo ocenimo, če izmerimo glasnost zvoka na znani razdalji od trka žoge ob tla in ocenimo, kako dolgo zvok traja.

Natančen izračun presega obseg te raziskovane naloge, ocenjena vrednost pa je reda velikosti  $10^{-3}$  J, kar je zelo majhen prispevek [1,2]. Pri tem smo predpostavili, da zvok traja eno sekundo, kar je navzgor ocenjena vrednost, z merilnikom pa smo izmerili jakosti zvoka približno 80 dB.

V prejšnjem poglavju smo ugotovili, da so izgube zaradi zračnega upora manj kot pol odstotka celotne energije, za zvok pa vidimo, da je ta prispevek več kot 100 krat manjši od zračnega upora.

### 3. MERITVE

Namen meritev je bil določiti, kako visoko se žoga odbije po padcu na tla, ter izračunati izgubo energije pri odboju na podlagi spremembe potencialne energije. Žogo smo spustili iz določene višine, da je začela brez začetne hitrosti prosto padati.

Odbijanje žoge smo snemali s kamero. Žoga se je gibala pred ploščo, na kateri je bila označena milimetrska skala, na kateri je poudarjena centimetrska mreža, kar nam je omogočilo natančne meritve višine odboja. Na vsakem posnetku smo odčitali višino, do katere se je žoga odbila po trku s tlemi. Poleg tega smo spreminjali tlak v žogi po koraku za 10 kPa in za vsak tlak ponovili postopek petkrat, da smo izračunali povprečno višino odboja. Pri vsakem poskusu smo žogo snemali tako dolgo, da se je odbila vsaj dvakrat. Iz posnetkov smo odčitali višino po prvem in po drugem odboju ter tako dobili dve razmerji. Razmerja med prvim in drugim odbojem se načelno ne bi smela bistveno razlikovati, saj je drugi odboj podoben, kot če bi žogo spustili iz ustrežno manjše višine.

Izmerjene višine smo zabeležili in izračunali povprečno odbojno višino, kar nam je omogočilo bolj natančno oceno odboja. Razliko potencialnih energij smo določili iz enačbe za potencialno energijo. Bolj kot absolutna izguba energije, ki smo jo izračunali kot razliko med začetno in končno potencialno energijo, nas je zanimala relativna izguba energije, ki smo jo izračunali kot razmerje med razliko potencialnih energij in začetno potencialno energijo, kar se po krajšanju prevede na razmerje med razliko višin, deljeno z začetno višino [1]:

$$r_1 = \frac{W_{p0} - W_{p1}}{W_{p0}} = \frac{h_0 - h_1}{h_0} = 1 - \frac{h_1}{h_0} \quad \text{in} \quad (9a)$$

$$r_2 = \frac{W_{p1} - W_{p2}}{W_{p1}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1} = 1 - \frac{h_2}{h_1}, \quad (9b)$$

kjer je  $h_0$  začetna višina iz katere smo spustili žogo,  $h_1$  višina, do katere se je žoga odbila po prvem trku in  $h_2$  višina žoge po drugem trku.

Žogo smo najprej snemali z visokohitrostno kamero, ki je imela možnost do 28000 posnetkov na sekundo. Za takšno snemanje je potrebno zelo veliko svetlobe in za naše potrebe nismo potrebovali tako velike natančnosti, zato smo izbrali hitrost snemanje 1000 posnetkov na sekundo. Taki posnetki nam omogočajo natančnost na eno tisočinko sekunde. Snemanje z visokohitrostno kamero pa se je kljub temu izkazalo za

neprimerno, saj je kamera imela premajhen zorni in nismo mogli celovito zajeti celotnega gibanja žoge.

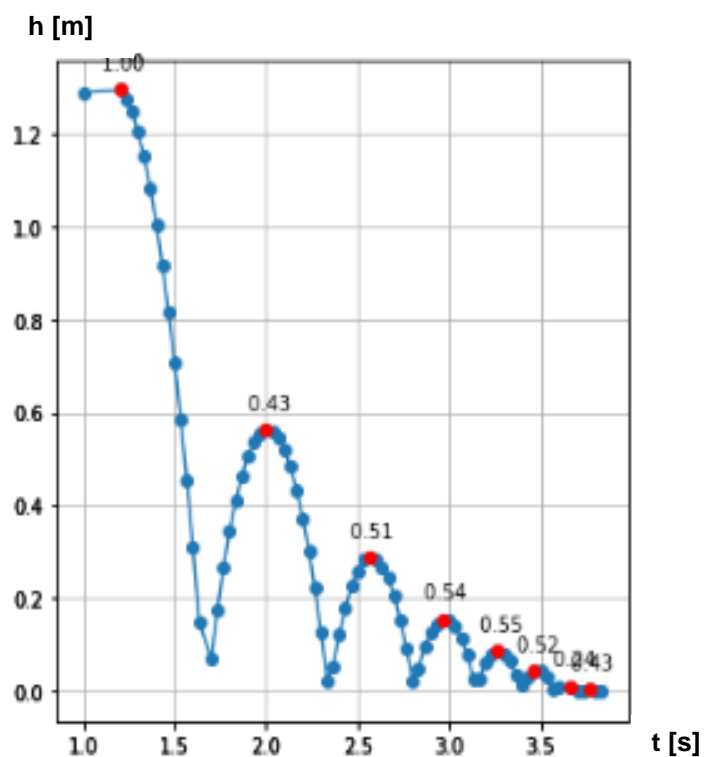
Na srečo se je izkazalo, da za naše meritve ne potrebujemo tako velike časovne natančnosti. Na filmu moramo iz posnetkov razbrati do kolikšne največje višine se je žoga odbila, zato pa so filmi posneti s kamero mobilnega telefona dovolj natančni.

Prve meritve smo naredili za štiri različne žoge (košarkarska, rokometna, odbojgarska in nogometna). Kot primer navajamo podrobno analizo posnetka ene izmed štirih različnih žog.

a)



b)



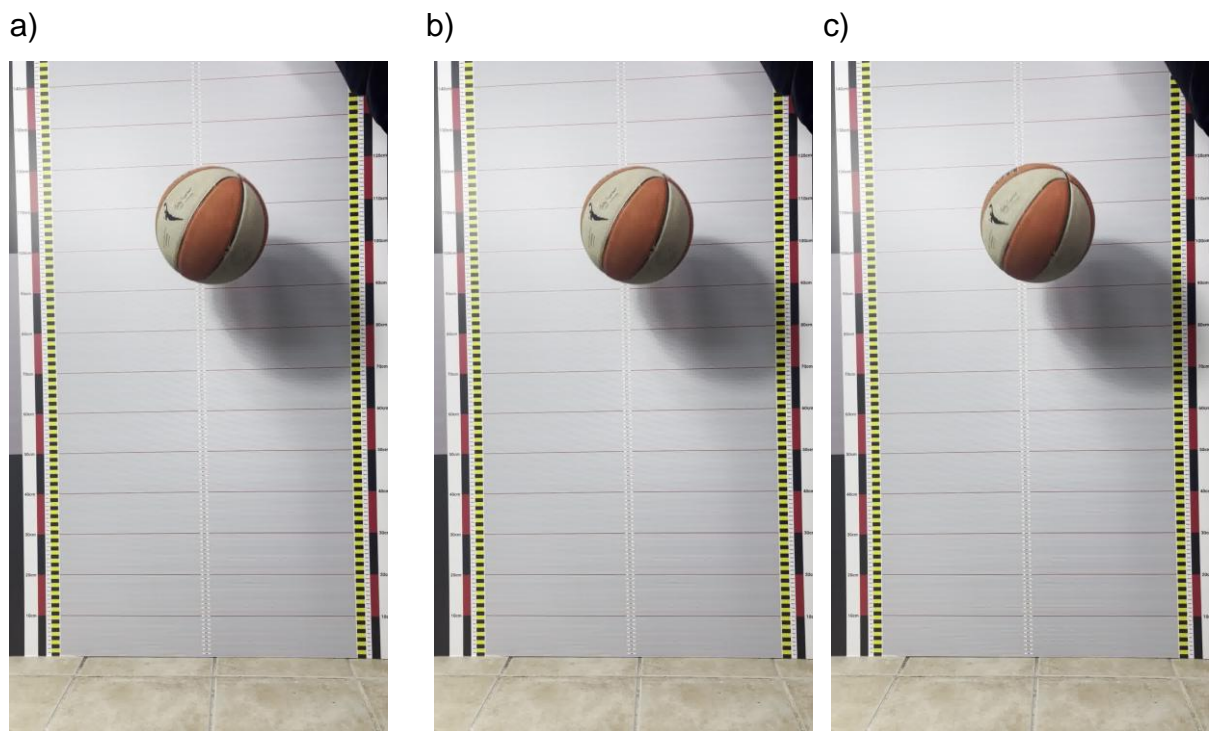
**Slika 2:** a) Postavitev poskusa, žogo smo spuščali pred navpično tablo z označeno milimetrsko mrežo z višine 1,2 m in snemali njeno gibanje. b) S pomočjo umetne inteligence smo analizirali posnetek gibanja žoge in dobili njeno časovno odvisnost. Nas zanimajo le skrajne točke na njenem gibanju, kar je označeno z rdečimi pikami.

Iz grafa gibanja žoge (zmeraj smo posneli več odbojev žoge) lahko analiziramo, kako visoko se je žoga dvignila po posameznem odboju. Iz enačbe (9) vidimo, da je dovolj, da izračunamo razmerje med dvema zaporednima vrhoma. Iz Slike 2a je lepo razvidno, da so v okolici vrha, kjer je hitrost majhna, zaporedni posnetki dokaj blizu, kar je ugodno za natančnost meritve.

Podrobnejše meritve pri različnih tlakih smo izvedli za dve žogi, košarkarsko in rokometno. Prva je bila izmed vseh največja, druga pa najmanjša. S takšnim izborom smo želeli ugotoviti vpliv zračnega upora, ki se pri teh dveh žogah najbolj razlikuje.

Napake pri meritvah nastanejo, ker žoge nismo zmeraj spuščali iz enake višine, kar ocenjujemo na približno  $\Delta h = 1$  cm. Glede na to in na izbrano začetno višino  $h_0 = 1,2$  m napako zaradi tega ocenjujemo na  $\mp 1$  %. Ta napaka pa se zmanjša, ker ne računamo absolutnih razlik dveh zaporednih višin, ampak njihovo razmerje. Od poskusa do poskusa se je žoga zmeraj nekoliko drugače odbila od tal. Zmeraj smo jo prislonili na navpično tablo z milimetrskim merilom in jo spustili, da je prosto padala. Ta del ni bil zmeraj enak, saj se je od poskusa do poskusa nekoliko drugače odlepila od zida, včasih pa se je med padanjem zida tudi dotaknila. S časom smo se navadili žoge spuščati čim bolj podobno, če pa se je kateri od poskusov očitno ponesrečil, pa ga nismo upoštevali.

Posnete filme smo obdelali s programskim orodjem ffmpeg ([www.ffmpeg.org](http://www.ffmpeg.org)), ki posnetek pretvori v posamezne sličice. Tako smo lahko kar najbolj izboljšali natančnost analize, saj smo do sličice natančno lahko odčitali, kako visoko se žoga odbije. Tudi na sosednjih sličicah (ena prej in ena kasneje) je žoga le malo nižje, kar smo tudi pričakovali, saj je na vrhu hitrost žoge zelo majna.



**Slika 3:** Posamezne fotografije žoge v okolici njene najvišje lege. 3a) Fotografija ena pred tisto, na kateri je najvišje. 3b) Fotografija žoge na vrhu. 3c) Fotografija ena za tisto, na kateri je najvišje.

Kot primer na Sliki 3 navajamo tri zaporedne posnetke pri enem izmed poskusov, iz katerih je lepo razvidno, kako malo se višina v okolici vrha spreminja. Ocenimo lahko, da napaka teh meritev ne presega 0,5 cm. Relativno to pomeni med 0,5 % do 1 %.

Število slik iz enega filma smo delili z dolžino filma in dobili, da je kamera snemala 30 posnetkov na sekundo. Tako hitrost snemanja navaja tudi proizvajalec mobilnega telefona.

Za obe žogi smo merili od tlaka 10 kPa do tlaka 120 kPa v koraku po 10 kPa . Meritev smo izvajali z digitalnimi merilniki, ki so merili absolutni tlak v žogi in od tega odšteli zračni tlak okolice, ki je bil približno 100 kPa. Meritev tlaka je bila relativno izraženo skoraj za red velikosti bolj natančna od meritve višine, zato lahko to napako zanemarimo.

Naredili smo po 5 ponovitev ter iz njih izračunali povprečno vrednost po spodnji enačbi:

$$\bar{h} = \frac{h_1+h_2+h_3+h_4+h_5}{5}. \quad (10)$$

Za izračun relativne napake meritve smo najprej izračunali standardni odklon  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^5 (h_i - \bar{h})^2}{5}} \quad (11)$$

in nato še  $r$ , tako da smo standardni odklon delili s povprečno vrednostjo:

$$r = \frac{\sigma}{\bar{h}}. \quad (12)$$

Napake so se od primera do primera nekoliko razlikovale, največkrat pa so bile do 4 %. Le v dveh primerih je bila napaka nekoliko večja in je dosegla 8 %. To se je zgodilo pri manjših tlakih, kjer so bile tudi absolutne vrednosti odboja manjše, ter so se odboji od primera do primera bolj razlikovali.

Napaka je bila praviloma manjša pri prvem odboju kot pri drugem odboju, saj je slednji bil odvisen tudi od tega, ali se je žoga prvič odbila navpično ali malo pod kotom.

Rezultate poskusov smo vnesli v excelove tabele, v katerih smo jih tudi matematično obdelali in tudi narisali pripadajoče grafe. Skupaj je rezultatov vseh meritev približno 300, zato v spodnji tabeli 2, kot primer navajamo le en niz meritev in izračun vrednosti.

2a)

tlak [kPa]	meritev	meritev	meritev	meritev	meritev
	1	2	3	4	5
50	1200	1200	1200	1200	1200
	750	800	795	745	820
	500	565	575	490	595

2b)

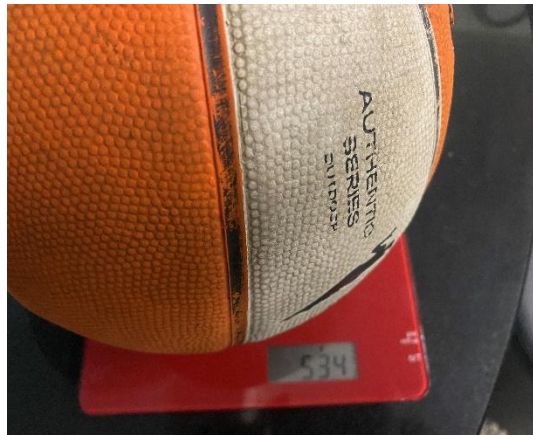
razme rje 1	razme rje 2	razme rje 3	razme rje 4	razme rje 5	povpre čje	sig ma	rel. nap [%]
0,63	0,67	0,66	0,62	0,68	0,65	0,02	4
0,67	0,71	0,72	0,66	0,73	0,70	0,03	4

**Tabela 2:** V tabeli 2a) so vrednosti posameznih meritev za košarkarsko žogo pri tlaku 50 kPa izraženo v milimetrih zaokroženo na 5 mm. V prvi vrstici je začetna višina, v drugi je višina po prvem odboju in v tretji vrstici višina po drugem odboju. V tabeli 2b) so izračunana ustrezna razmerja med začetno višino in višino po prvem odboju ter višino po drugem odboju in višino po prvem odboju, povprečna vrednost teh razmerij, njihov standardni odklon in relativna napaka.

Vseh rezultatov ne bomo prikazali v tabeli, ker bi bilo premalo pregledno, ampak jih bomo prikazali z grafi.

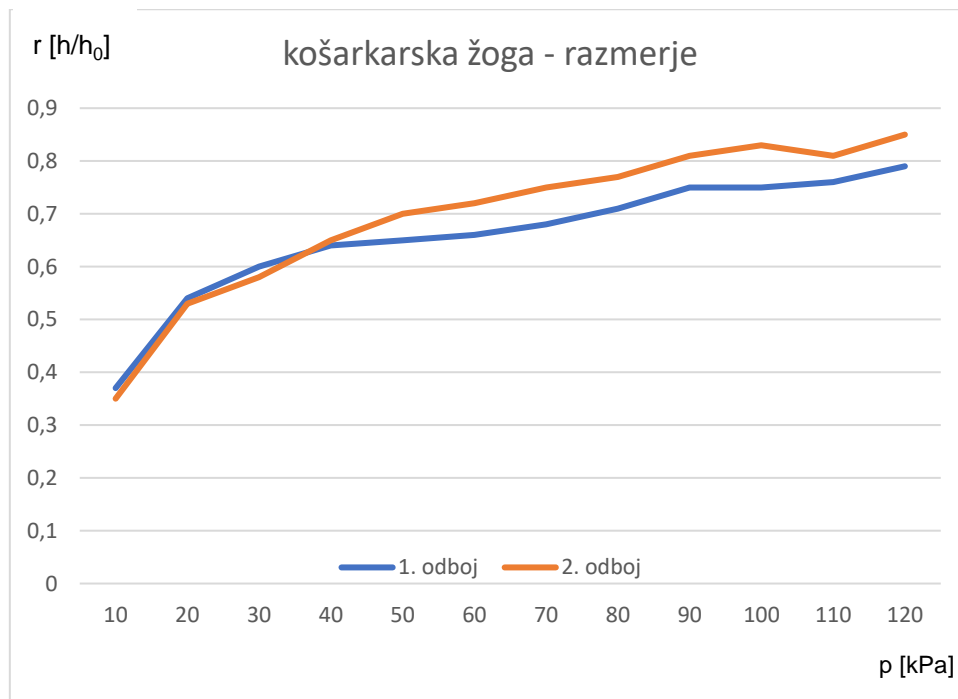
### 3.1 Košarkarska žoga

Masa se v naših enačbah sicer okrajša. Kljub temu smo z gospodinjsko tehtnico izmerili maso košarkarske žoge in dobili  $m = 534 \text{ g} (1 \mp 0,004)$  (natančnost tehtnice smo ocenili na  $\mp 2 \text{ g}$ ). Maso smo izmerili zgolj za test, da je v predpisnih mejah, ker pa smo jo vzeli v šoli je med lažjimi, saj je namenjena mlajšim igralcem.



**Slika 4:** Masa košarkarske žoge izmerjena z gospodinjstvo tehtnico.

V nadaljevanju si oglejmo grafično prikazane rezultate meritev za košarkarsko žogo po prvem in drugem odboju. Razvidni so na Grafu 1.

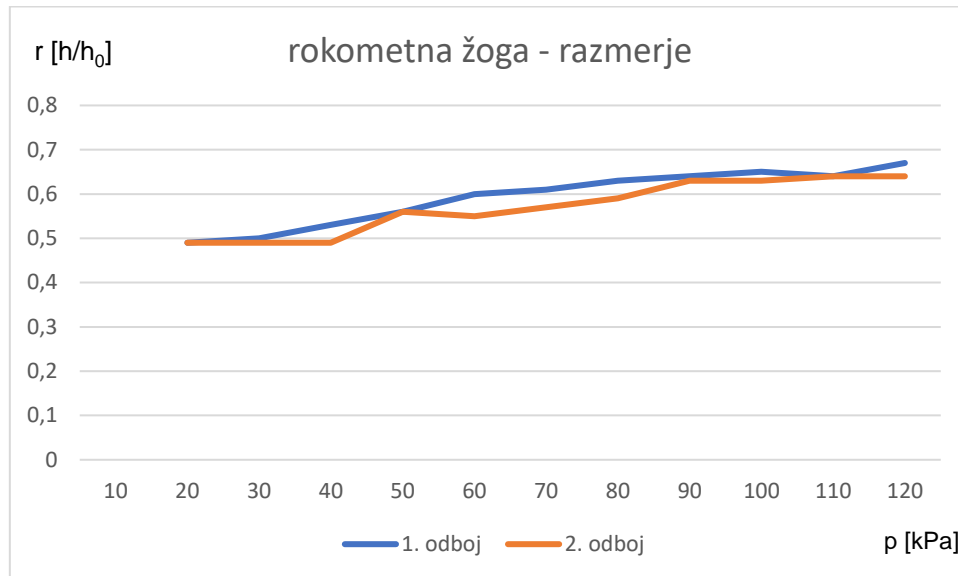


**Graf 1:** Graf prikazuje odvisnost povprečnih razmerij višin po prvem in drugem odboju. To razmerje je tudi razmerje, koliko energije se po trku ohrani. Na abscisni osi so tlaki v žogi izraženi v kPa, na ordinatni osi pa razmerja višin po in pred odbojem. Modra črta prikazuje razmerja po prvem, oranžna pa po drugem odboju.

Iz Grafa 1 vidimo, da se delež ohranjene energije ohranja približno linearno z naraščajočim tlakom. Izjema je večji padec pri najmanjšem tlaku, kjer so odboji bili zelo neprožni. Ta odvisnost je razvidna za oba odboja, prvega in drugega. Graf za drugi odboj je nekoliko višje, razen pri zelo majhnih tlakih, kjer praktično sovpadata.

## 3.2 Rokometna žoga

Podobne rezultate smo dobili tudi rokometno žogo, ki jih prikazujem na Grafu 2.

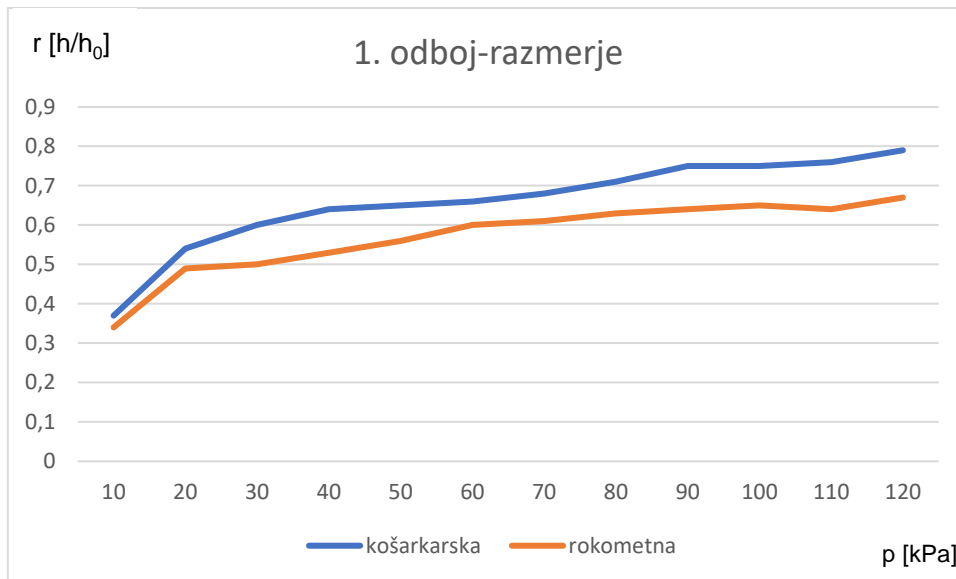


**Graf 2:** Graf prikazuje odvisnost povprečnih razmerij višin po prvem in drugem odboju. To razmerje je tudi razmerje, koliko energije se po trku ohrani. Na abscisni osi so tlaki v žogi izraženi v kPa, na ordinatni osi pa razmerja višin po in pred odbojem. Modra črta prikazuje razmerja po prvem, oranžna pa po drugem odboju.

Iz Grafa 2 vidimo, da je odvisnost deleža ohranjene energije tudi pri tej žogi za oba odboja približno linearna z naraščajočim tlakom. Odvisnosti za oba odboja sta pri rokometni žogi celo nekoliko bolj podobni.

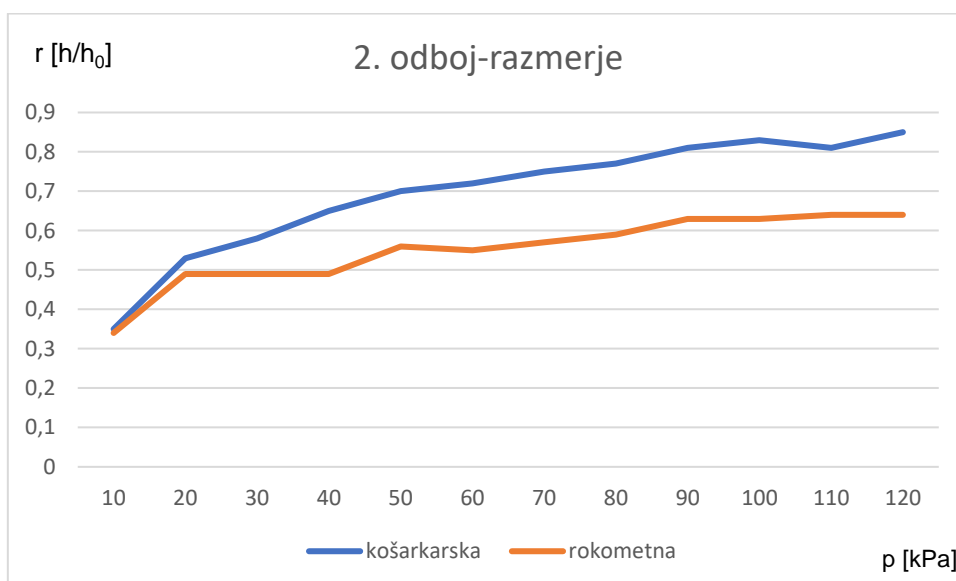
## 3.2 Primerjava obeh žog

Zanimiva je tudi primerjava rezultatov za obe žogi, kjer smo prikazali na istem grafu razmerja energij po odboju za obe žogi. Graf 3 nam kaže razmerja za košarkarsko in rokometno žogo po prvem odboju.



**Graf 3:** Primerjava razmerij energij po prvem odboju za košarkarsko in rokometno žogo. Pri obeh so razmerja približno linearno odvisna od tlaka. Iz grafa vidimo, da se pri košarkarski žogi ohrani več energije.

Graf 4 nam kaže, kako se razmerje energij s tlakom spreminja za obe žogi po drugem odboju. Po pričakovanju je tudi tukaj lepo vidna linearna odvisnost.



**Graf 4:** Primerjava razmerij energij po drugem odboju za košarkarsko in rokometno žogo. Pri obeh so razmerja približno linearno odvisna od tlaka. Iz grafa vidimo, da se tudi po drugem odboju pri košarkarski žogi ohrani več energije.

## 4. REZULTATI IN ANALIZA MERITEV

Rezultati meritev kažejo, da je elastičnost obeh žog ključno odvisna od tlaka v njiju. Lepo je razvidna linearna odvisnost elastičnosti od tlaka za obe žogi in za oba odboja. Za obe žogi so predpisani tlaki, pri katerih se igra košarka ali roket med približno 60 kPa in 80 kPa. Meritve smo izvedli tudi izven predpisanih intervalov, da smo dobili širšo informacijo. Meritve so pokazale da je linearna odvisnost opazna tudi pri manjših in večjih tlakih.

Odboj je odvisen tudi od podlage, od katere se žoge odbijajo. Da smo izključili vpliv tal, smo vse meritve izvajali na istem mestu.

V skladu s pričakovanji je tudi to, da imajo razmerja po prvem in drugem odboju podobne odvisnosti. Razlike bi lahko nastopile zaradi vpliva zračnega upora, ki je pri drugem odboju zaradi manjših višin in manjših hitrosti manjši. Dobljeni rezultati lepo potrjujejo naše teoretične izračune, da je vpliv zračnega upora majhen in ne vpliva na višino odboja.

Razlike med prvim in drugim odbojem so večje pri košarkarski žogi. Pri prvem odboju se zaradi večje hitrosti pred trkom žoga bolj deformira in zaradi tega je tudi izguba energije večja, kot ko trči z manjšo hitrostjo in je deformacija manjša.

Da je to manj opazno pri roketni žogi, lahko pripišemo velikosti in manjši masi žoge, zagotovo pa je pomemben tudi material, iz katerega je narejena.

Zanimiva ugotovitev, ki izhaja iz meritev, je tudi ta, da sta imeli obe žogi kljub različni masi in velikosti zelo podobne trende v odvisnosti višine odboja od tlaka. To kaže na to, da fizikalne zakonitosti, ki opisujejo prožnost trka, veljajo precej splošno, ne glede na specifične značilnosti posamezne žoge. Takšna primerjava nam omogoča boljše razumevanje kako se materialne lastnosti in geometrija teles odražajo v realnem gibanju in potrjuje smiselnost nadaljnjega eksperimentalnega raziskovanja prožnih trkov z uporabo različnih teles. Poleg tega je analiza pokazala, da lahko tudi tako preprosto telo, kot je žoga, služi kot dober eksperimentalni model za preverjanje osnovnih mehanizmov prenosa in izgube energije pri trku.

Koristno je tudi dejstvo, da gre za skoraj linearno zvezo med tlakom in višino odboja, kar pomeni, da bi bilo možno ob dovolj natančnih meritvah to uporabiti tudi v športni praksi, npr. za preprosto preverjanje optimalnega tlaka žoge glede na želene lastnosti odboja.

## 5. ZAKLJUČEK

Dosedanji rezultati potrjujejo, da lahko že s preprostim poskusom, kot je merjenje višine odboja žoge pri različnih tlakih, pridobimo pomembne podatke o materialnih lastnostih prožnih teles. Tako smo pokazali, da se žoge pri višjih tlakih obnašajo bolj prožno, kar pomeni manjše izgube energije ob trku.

Eksperiment je potrdil osnovne fizikalne zakonitosti o ohranitvi energije, deformaciji in mehanskih lastnostih materialov ter omogočil uporabno primerjavo med različnimi žogami in različnimi fizikalnimi pogoji. S tem smo dosegli enega ključnih namenov raziskave – pokazati, kako lahko že enostaven šolski eksperiment pripelje do širšega razumevanja fizikalnih pojavov, ki se sicer pogosto obravnavajo zgolj teoretično.

Poleg tega se je izkazalo, da se vedenje žoge pri odboju lahko deloma primerja z vedenjem idealne prožne vzmeti, kjer se del energije shrani med deformacijo in nato sprosti. Vendar pa realne žoge, za razliko od idealne vzmeti, pri vsakem odboju izgubijo del energije zaradi notranjih izgub in trenja, kar je lepo vidno v razliki med višino prvega in drugega odboja. Zato je takšen poskus tudi dragocen uvod v poglobljeno razumevanje realnih sistemov, ki se oddaljujejo od idealiziranih modelov. Nadaljnje raziskave bi lahko poglobile to primerjavo in še bolj natančno opredelile mehanizme, ki vplivajo na prožnost žoge kot realnega prožnega telesa.

Meritve prožnosti žog v odvisnosti od tlakov so nam potrdila pričakovanja, da so žoge z večjimi tlaki bolj prožne. Izkazalo se je celo, da gre za linearno odvisnost od zelo majhnih tlakov do največjih tlakov, preko katerih zaradi varnosti, da žoga ne poči, nismo merili. Linearna odvisnost je ena najpomembnejših ugotovitev, ki ni bila sama po sebi umevna, vsaj ne na tako velikem razponu tlakov.

Pomembna ugotovitev je, da imata obe žogi zelo podobne lastnosti in odvisnosti njunih prožnosti od tlaka. V absolutnem smislu so vrednosti sicer različne, vendar je pri obeh žogah zelo lepo vidna linearna odvisnost po zelo velikem območju. Prav tako so zelo zanimive primerjave različnih žog, ki kažejo na podobne fizikalne zakonitosti prožnega trka ne glede na velikost žoge in materiala, iz katerega je narejena.

Primerjava prožnosti pri prvem in drugem odboju kaže na določeno razliko, ki jo vsaj pri manjših tlakih lahko pripišemo velikosti deformacije glede na hitrost pred trkom. V ta namen bi bila zanimiva raziskava pri še večjih hitrostih oz. višinah, iz katerih bi žogo spuščali, vse dokler zračni upor ne bi postal moteč za meritve.

Zanimiva bi bila analiza za še večje tlake, saj se linearna odvisnost prej ali slej mora zaustaviti, ker razmerje ne more biti večje od 1. Če bi obstoječo premico podaljšali proti večjim tlakom, se izkaže, da bi razmerje 1 dosegli med 160 kPa in 200 kPa, kjer bi se naklon premice zagotovo zmanjšal, in spremenila v praktično konstanto.

V nadaljevanju bi bilo zanimivo izmeriti razmere pri večjih tlakih in z izločanjem rezultatov, ki veliko odstopajo, izboljšati natančnost meritev. Največ priložnosti je pri načinu spuščanja žoge, kar bi lahko avtomatizirali tako, da bi na žogo pritrdili lahko kovino in prožili z elektromagnetom.

Zanimiva bi bila tudi študija deformacije žoge med samim trkom, ker bi glede na samo velikost žoge bila bolj primerna visokohitrostna kamera, saj velikost žoge ne presega njenega zornega kota. Obe žogi sta imeli barvne vzorce, na osnovi katerih smo lahko npr. razbrali, da se potencialna energija ni pretvarjala v vrtilno, kljub temu pa bi jih za lažjo analizo deformacij morali označiti z nekimi enakomernimi črtami – vzorci. Ti vzorci bi nam pomagali, da bi lažje spremljali deformacijo žoge in analizirali meritve.

## 6. LITERATURA

- [1] Fizika 1, A. Mohorič, V. Babič, Mladinska knjiga 2019.
- [2] AI Gemini, pridobljeno 14. 2. 2025.
- [3] Vpliv podlage in tlaka v žogi na nogometno igro, R. Hudournik, Raz. naloga, ZOTKS, 2019
- [4] Igre z žogo v fizikalni učilnici, N. Medvešček, Raz. naloga, ZOTKS, 2021
- [5] Fizika 2, A. Mohorič, V. Babič, Mladinska knjiga 2019.
- [6] Fizika 1, J. Strnad, DMFA, 2017
- [7] [https://sl.wikipedia.org/wiki/Koeficient\\_upora](https://sl.wikipedia.org/wiki/Koeficient_upora), pridobljeno 15. 02. 2025