

Gimnazija Kranj

**VPLIV VIŠINE SPUSTA
ŽOGICE NA ČAS, KI JE
POTREBEN, DA SE ŽOGA
POPOLNOMA USTAVI**

PODROČJE RAZISKOVALNE NALOGE: Fizika

Raziskovalna naloga

Avtor/ica/ji: Zala Kmetič

Mentor/ica: Oliver Ogris

Kranj, 2025

Kazalo vsebine

UVOD	3
OPREMA	11
METODA	13
VARNOSTNA, ETIČNA IN OKOLJSKA VPRAŠANJA	13
ANALYSIS	14
Graf časa v odvisnosti od višine	17
Linearizacija <i>grafa 2</i>	18
ZAKLJUČEK	20
EVALUACIJA	23
RAZŠIRITEV EKSPERIMENTA	26
VIRI IN LITERATURA	27

UVOD

Namen mojega eksperimenta je raziskati koncept izgube energije skozi odbijanje žogice. Raziskovalna naloga preučuje izgubo energije žogice zaradi trkov. Postopek je povezan s temami, kot so prenos energije, dušenje in elastičnost.

Razumevanje izgube energije je pomembno pri športu, oblikovanju žog, čevljev in površin za optimizacijo zmogljivosti in varnosti. Poleg tega imajo principi izgube energije ključno vlogo pri razumevanju, kako se stavbe odzivajo na potrese, izboljšavi avtomobilskih vzmetnih sistemov in zagotavljanju mehkih pristankov vesoljskih sond.

To temo sem si izbrala, saj že od nekdaj rada igram namizni tenis in me je vedno zanimalo obnašanje žoge med igro – kako se odbija, upočasnjuje in reagira na različne površine. Preučevanje vpliva višine spusta na čas, ki je potreben, da se žogica popolnoma ustavi, je neposredno povezano z elastičnostjo, energijskimi izgubami in koeficientom restitucije, ki so ključni pri vsakem udarcu v namiznem tenisu. Z boljšim razumevanjem, kako se žogica obnaša ob udarcu s tlemi ali loparjem, ki sem ga pridobila skozi svojo raziskovalno nalogo, lahko sedaj prilagodim svojo igro – npr. kako visoko servirati ali kako se bo žogica odbila od tal ali loparja. Vendar pa v svoji nalogi nisem uporabila namiznoteniške žoge, ampak gumijasto žogo, saj je težja in posledično lahko zanemarim zračni upor. Eksperiment preučuje razmerje med višino, s katere je bila žoga spuščena, in časom, ki je potreben, da se popolnoma ustavi. Čas je bil izmerjen z Vernierjevim vmesnikom, ki je bil povezan z mikrofonom. Metoda je primerna za eksperiment, saj zajame zvočne valove vsakega odboja, kar omogoča natančne meritve časa. Pretvorba podatkov o zvočnem tlaku v časovno osnovan graf omogoča jasn način analize obnašanja odboja žoge, ko izgublja energijo.

Trk je hipen dogodek med telesi in vključuje velike spremembe v hitrosti, deformacije materialov in trenje, zaradi česar vključuje kompleksno teoretično ozadje. Kljub temu se trki pojavijo v številnih preprostih vsakdanjih situacijah, kot so trk biljardnih kroglic, padec kroglice na tla, udarec noge v žogo ali odboj teniške žogice od loparja (Slavič, 2014). Ker v mojem eksperimentu žogo spustimo brez začetne hitrosti, pada navpično na popolnoma gladko vodoravno površino iz popolnoma ravnega in trdega materiala ter se nato večkrat odbije, preden se ustavi. Teoretično se žoga ustavi po neskončnem številu odbojev v končnem času, če je trk trenutni in neelastičen s konstantnim koeficientom restitucije (Falcon et al., 1998). Koeficient restitucije (ϵ) je razmerje med hitrostmi po trku in pred njim. Predpostavlja se, da je koeficient

restitucije konstanten za vse odboje, kar pomeni, da je odstotek izgube energije konstanten (Stengaard, Lægsgaard, 2001).

Trk je trenutni, ko je trajanje stika nič, neelastičen pa je takrat, ko se del kinetične energije žoge izgubi. Med prostim padom predpostavimo, da je edina sila, ki vpliva na žogo, sila teže. Hitrost žoge po trku s tlemi je manjša kot pred trkom, zato se višina odbojev s časom zmanjšuje (Falcon et al., 1998).

Ker je zračni upor zanemarljiv, je koeficient restitucije konstanten. Izraz za ϵ je (Stengaard, Lægsgaard, 2001):

$$\epsilon = \frac{v_{n+1}}{v_n}$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

S pomočjo enačbe $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ izpeljemo:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_{n+1}}{h_n}}$$

Žoga prvič trči ob površino po času:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Žoga n-tič trči ob površino po času:

$$t_n = \sqrt{\frac{2h_n}{g}}$$

Zato velja:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_{n+1}}{h_n}} = \frac{t_{n+1}}{t_n}$$

Kar pomeni:

$$t_{n+1} = \epsilon \cdot t_n$$

Ta enačba predstavlja geometrično zaporedje z razmerjem ϵ , ki ga lahko zapišemo tudi kot:

$$t_n = \epsilon^n \cdot t_0$$

Žoga se ustavi po času T_∞ :

$$T_\infty = t_0 + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} t_n = \sum_{n=0}^{\infty} t_n - t_0 = \left[2 \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n \right) - 1 \right] t_0$$

Vsota je enaka:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n = 1 + \epsilon + \epsilon^2 + \epsilon^3 + \dots = \frac{1}{1 - \epsilon}$$

Združitev teh dveh enačb nam da (De Luca et al., 2020):

$$T_\infty = \left(\frac{2}{1 - \epsilon} - \frac{1 - \epsilon}{1 - \epsilon} \right) t_0 = \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} t_0 = \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$\epsilon < 1$$

Pri neelastičnem trku se energija med ciklom nalaganja in razkladanja izgubi. V tem eksperimentu se vsa energija izgubi in pretvori v toplotno energijo žoge, površine in energijo zvoka (Falcon et al., 1998).

Iz slik, ki sem jih posnela med eksperimentom se lahko vidi:

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \textit{konstantna}$$

In je enako (višine, ki sem jih ustavila v enačbo so predstavljene v *Sliki 1*):

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{1.50 \text{ m}}{2.00 \text{ m}} = 0.75$$

$$\textit{relativna napaka } h_{n+1} = \frac{\textit{absolutna napaka } h_{n+1}}{\textit{vrednost } h_{n+1}} = \frac{0.05 \text{ m}}{1.50 \text{ m}} = 3.33 \%$$

$$\textit{relativna napaka } h_n = \frac{\textit{absolutna napaka } h_n}{\textit{vrednost } h_n} = \frac{0.005 \text{ m}}{2.000 \text{ m}} = 0.25 \%$$

$$\begin{aligned} \textit{relativna napaka konstante} &= \textit{relativna napaka } h_{n+1} + \textit{relativna napaka } h_n \\ &= 3.33 \% + 0.25 \% = 3.58 \% \end{aligned}$$

Za izračune sem uporabila prvi dve višini, saj je njuna napaka najmanjša. Za absolutno napako h_n sem vzela 0.05 m, saj je bila odčitana iz slik. h_{n+1} pa je bila izmerjena z merilnim trakom,

zato sem za absolutno napako vzela 0.005 m, saj je napaka merilnega traku 0.001 m, pri izravnavanju dna žogice z dnom lepilnega traku sem ocenila absolutno napako 0.0004 m.

Iz tega lahko izračunamo ϵ :

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_{n+1}}{h_n}} = \sqrt{0.75} = 0.866$$

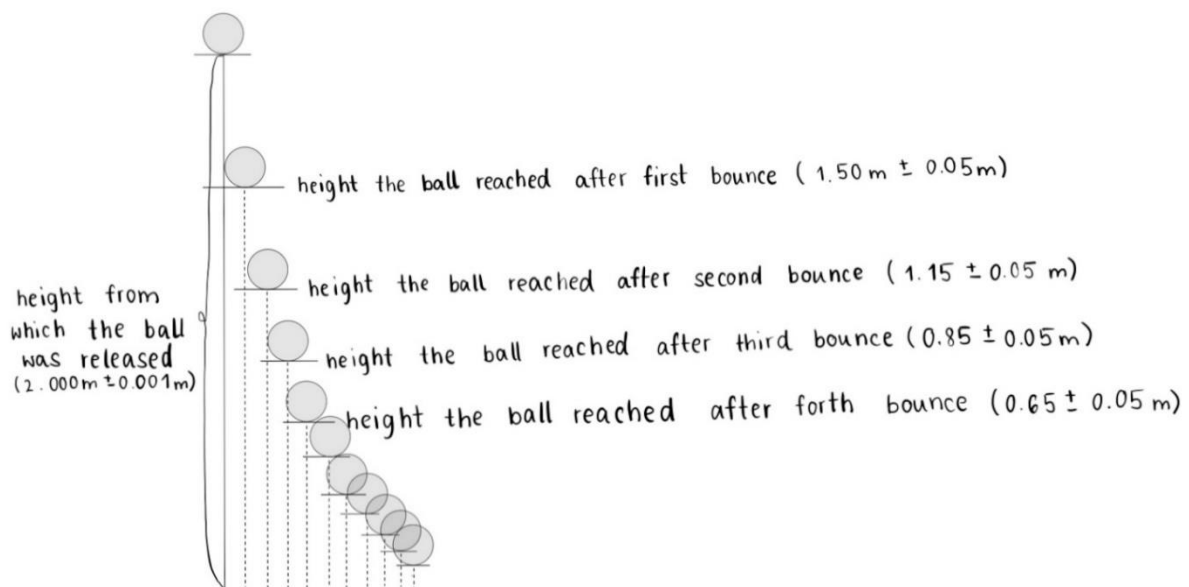
$$\text{relativna napaka } \epsilon = \frac{\text{relativna napaka konstante}}{2} = \frac{3.58\%}{2} = 1.79\%$$

$$\text{absolutna napaka } \epsilon = \text{vrednost } \epsilon \cdot \text{relativna napaka } \epsilon = 0.866 \cdot 0.0179 = 0.02$$

$$\epsilon = 0.87 \pm 0.02$$

Slika 1

Shematski prikaz višin, izpeljan iz fotografij, ki sem jih posnela med eksperimentom pri prvem poskusu za višino 2,000 m.



Hipoteza:

Ko se povečuje višina, iz katere je spuščena gumijasta žogica, se bo tudi podaljšal čas, ki ga žogica potrebuje, da se popolnoma preneha odbijati.

Raziskovalno vprašanje:

Kako višina - $h(m)$ -, s katere je spuščena gumijasta žogica, vpliva na čas - $t(s)$ -, ki ga žogica potrebuje, da se popolnoma preneha odbijati?

Tabela 1

Manipulirane in merjene spremenljivke

Manipulirane in merjene spremenljivke			
Spremenljivke		Razlaga	Naprave
Odvisna spremenljivka	Čas, ki ga žoga porabi, da se ustavi, merjeno od trenutka, ko je bila spuščena (t)	Merjeno z Vernierjevim vmesnikom, ki je povezan z mikrofonom	Vernierjev vmesnik povezan z mikrofonom ± 0.001 s Žoga ob stiku s trdo podlago odda oster zvok. Zato smo določili, da se žoga ustavi, ko ne zaznamo več zvoka.
Neodvisna spremenljivka	Višina, s katere je žoga spuščena (h) – 0,200m, 0,400m, 0,600m, 0,800m, 1,000m, 1,200m, 1,400m, 1,600m, 1,800m, 2,000m	Razlog za izbiro teh višin je, da bi za večje višine morala uporabiti lestev, kar bi predstavljalo varnostno tveganje. Pri še večjih višinah pa zračni upor ne bi bil več zanemarljiv. Spremenljivko sem manipulirala tako, da sem žogico spuščala z različnih višin.	Merilni trak ±0.001 m

Tabela 2

Kontrolirane spremenljivke

Kontrolirane spremenljivke	Pomen	Način nadzorovanja
Vrsta žogice	Variacije v masi, materialu in elastičnosti žoge lahko vplivajo na način odbijanja. Žoga mora biti dovolj težka, da je zračni upor zanemarljiv v primerjavi s težo.	V vsakem poskusu sem dosledno uporabljala isto gumijasto žogo. Izbrala sem jo, ker je težka in se dobro odbija na parketu.
Površina, na kateri se žoga odbija	Vrsta podlage vpliva na količino energije, ki se absorbira pri vsakem odboju, kar vpliva na koeficient restitucije.	Površina, na kateri se je žoga odbijala (isti parket), je ostala nespremenjena skozi celoten eksperiment in je bila ravna, da je koeficient restitucije ostal konstanten.
Položaj mikrofona	Spreminjanje razdalje med mikrofonom in točko odboja lahko vpliva na natančnost zaznavanja zvokov odbijanja.	Položaj mikrofona je bil enak za vsak poskus in blizu vira zvoka.
Čas merjenja	Zagotavljanje, da je odbijanje žogice vedno merjeno do popolne ustavitve.	Časovni okvir za merjenje je bil v vseh poskusih enak in dovolj dolg (10 sekund), da se je žogica ustavila.

Tehnika spuščanja	Različne tehnike spuščanja lahko vplivajo na začetne pogoje.	Dno žogice sem poravnala z dnom lepilnega traku ob spustu, da je bila začetna hitrost $v_{začetna} = 0 \frac{m}{s}$, s čimer sem zmanjšala razlike v padanju žoge.
Nastavitve Vernierjeve aplikacije	Zagotavljanje doslednosti pri zapisovanju in interpretaciji podatkov med različnimi poskusi.	Nastavitve grafa (zvočni tlak na osi x in čas na osi y) so bile ves čas enake.
Okoljski dejavniki	Okoljski dejavniki, kot so zračni tlak, vlaga in temperatura, lahko rahlo vplivajo na odboj žogice. Višja vlažnost lahko nekoliko zmanjša gibanje žogice, temperatura pa lahko vpliva na njeno elastičnost. Višji zračni tlak povzroči nižje in krajše odboje.	Okoljski pogoji so bili ohranjeni konstantni: ($T = 22^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$, $p = 1005 \text{ mbar} \pm 2 \text{ mbar}$, $\text{vlažnost} = 65\% \pm 2\%$) . Eksperiment je bil izveden v zaprtih prostorih, kjer so bila okna in vrata zaprta. Temperatura je bila nadzorovana s termometrom, vlažnost s higrometrom in zračni tlak z barometrom. Vsi poskusi so bili izvedeni zaporedno, da se je zmanjšala verjetnost sprememb okoljskih pogojev med različnimi višinami in ponovitvami.

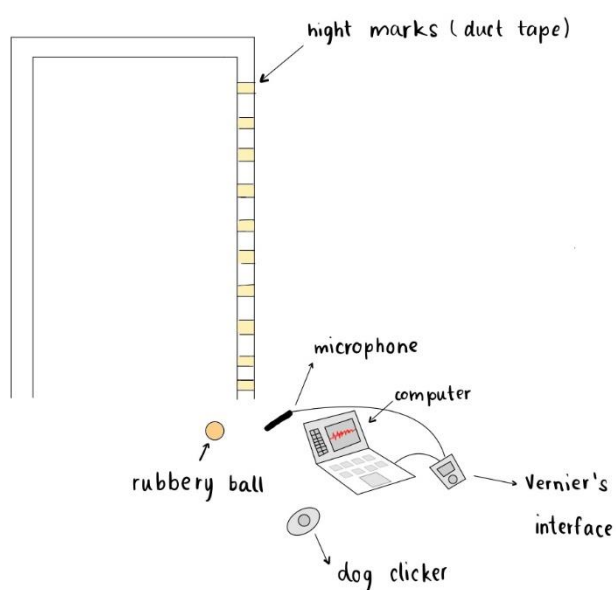
<p>Hrup v prostoru</p>	<p>Hrup bi lahko povzročil napačne podatke, saj bi se zaradi njega čas navidezno povečal.</p>	<p>Eksperiment je bil izveden v prostoru z minimalnim hrupom v ozadju (v sobi sem bila samo jaz, nihče ni govoril, okna in vrata so bila zaprta, vsi aparati so bili izklopljeni).</p>
------------------------	---	--

OPREMA

- Vernierjev vmesnik, povezan z mikrofonom ($\pm 0,001$ s)
- Merilni trak ($\pm 0,001$ m)
- Računalnik
- Gumijasta žoga
- Lepilni trak
- Pasji kliker

Slika 2

Shematski prikaz moje eksperimentalne postavitve



Slika 3
Označevanje višin z lepilnim trakom



Slika 4
Fotografija moje eksperimentalne postavitve



METODA

Izmeri in označi višine (0,200 m, 0,400 m, 0,600 m, 0,800 m, 1,000 m, 1,200 m, 1,400 m, 1,600 m, 1,800 m in 2,000 m), s katerih bo kasneje spuščena gumijasta žogica. Višine izmeri z merilnim trakom in jih označi z lepilnim trakom na vratnem podboju. Spodnji rob lepilnega traku mora predstavljati označeno višino.

Naloži aplikacijo LabQuest Emulator in poveži Vernierjevo napravo z računalnikom. Vernier mora biti prav tako povezan z mikrofonom.

Prilagodi grafe v aplikaciji tako, da bo čas na osi y, zvočni tlak pa na osi x. Čas, v katerem mikrofoni meri zvočni tlak ob vsakem spuščanju žogice, je 10 sekund, da se žogica neha odbijati še preden mikrofoni zaključijo merjenje.

Žogico spusti z vsake višine petkrat. Spodnji del žoge ob spuščanju mora biti vedno poravnana s spodnjim robom lepilnega traku.

Pred vsakim spustom sproži pasji kliker, da mikrofoni zabeleži trenutek spuščanja žoge.

Za vsak poskus se izriše graf, iz katerega se kasneje odčitajo podatki o času, ki ga žoga potrebuje, da se popolnoma ustavi.

VARNOSTNA, ETIČNA IN OKOLJSKA VPRAŠANJA

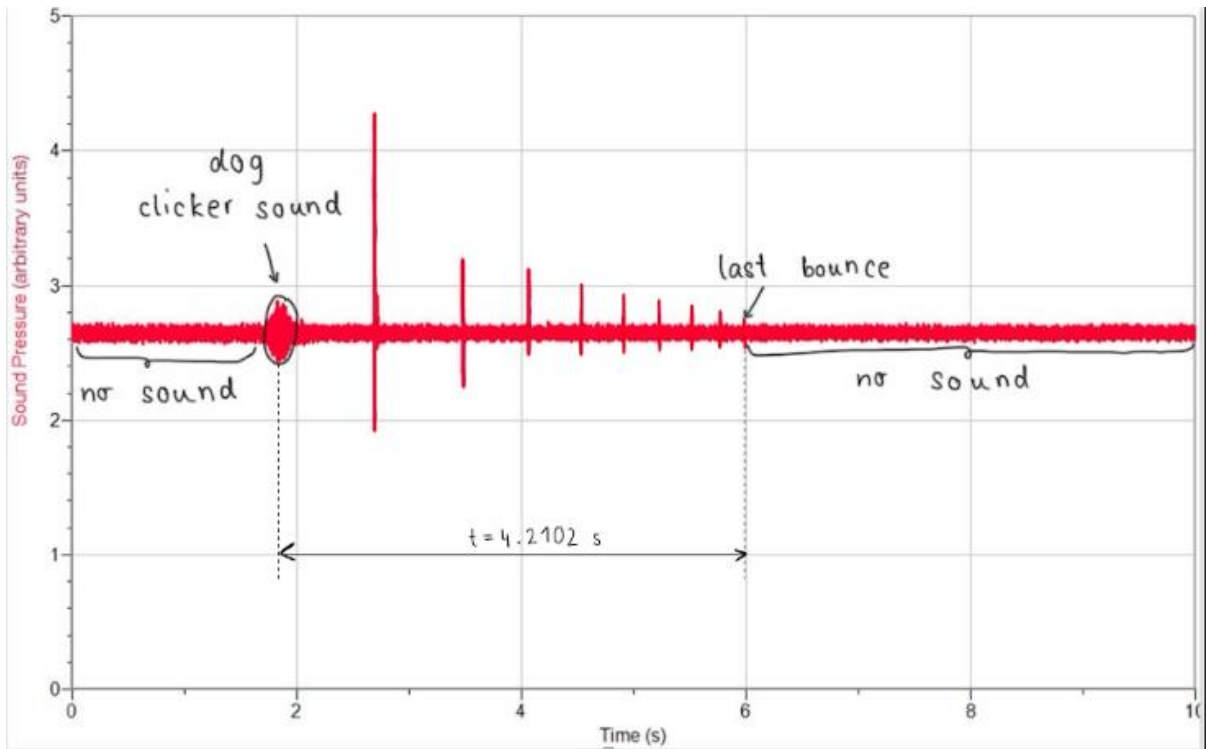
Pri izvajanju eksperimenta sem poskrbela za varnostne ukrepe, da nisem bila izpostavljena nobenim večjim tveganjem. Višine, s katerih je bila spuščena žoga, so bile pod 2,000 m, zato nisem bila izpostavljena višinam, ki bi zahtevale plezanje na dvignjene površine in s tem povečale tveganje za poškodbe.

Vse površine so bile suhe, nevarni materiali pa niso bili uporabljeni. Kabli in druga oprema so bili urejeno nameščeni in umaknjeni s poti, da bi se izognila spotikanju ali nenamerni poškodbi opreme.

Vse elektronske naprave so bile pravilno povezane in nameščene stran od tekočin, da bi preprečila nevarnost električnega udara.

Graf 1

Graf zvočnega tlaka v odvisnosti od časa



OPOMBA. To je graf iz katerega sem odčitala čas za peti poskus pri višini 0.600m.

ANALIZA

Tabela 3

Neobdelani podatki

Višina, s katere je bila žogica spuščena – h (m) ± 0.005 m	Čas, ki ga žogica porabi, da se preneha odbijati – t (s) ± 0.001 s				
	Ponovitev 1	Ponovitev 2	Ponovitev 3	Ponovitev 4	Ponovitev 5
$h_1 = 0.200$ m	2.5140	1.9347	2.6019	2.1176	2.0792
$h_2 = 0.400$ m	3.9175	4.4189	4.2563	4.3516	3.8853
$h_3 = 0.600$ m	4.0931	4.7235	4.6724	4.3967	4.2102
$h_4 = 0.800$ m	5.5237	5.0975	4.9384	4.8173	5.1372
$h_5 = 1.000$ m	6.5187	7.3659	7.1372	6.7762	7.0845
$h_6 = 1.200$ m	7.1891	7.0582	6.6719	6.4324	6.3937
$h_7 = 1.400$ m	7.2179	6.6631	7.4482	7.2694	6.9912
$h_8 = 1.600$ m	7.9175	8.4189	8.2563	8.3516	7.8853
$h_9 = 1.800$ m	8.2150	8.1745	8.6192	7.9189	8.4671
$h_{10} = 2.000$ m	8.7962	9.0483	9.4176	9.3237	9.2194

Za višino sem uporabila negotovost $\pm 0,005$ m, saj je bila negotovost merilnega traku $\pm 0,001$ m, pri izravnavanju dna žoge z dnom lepilnega traku pa sem ocenila negotovost $\pm 0,004$ m.

Za čas sem uporabil negotovost $\pm 0,001$ s, saj je to bila negotovost Vernierjevega vmesnika, povezanega z mikrofonom.

Iz svojih rezultatov sem opazila, da je bila negotovost večja zaradi človeške napake pri odčitavanju grafa, zato bom izračunala standardni odklon in relativno napako za čase.

Izračun srednjih vrednosti, standardnega odklona in relativne napake

$$\text{povprečni čas za } 0.200 \text{ m} = \frac{\sum \text{vseh časov za } 0.200 \text{ m}}{5}$$

$$\text{povprečni čas za } 0.200 \text{ m} = \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}} = 2.2495 \text{ s}$$

standardna deviacija za povprečni čas za 0.200 m =

$$= \sqrt{\frac{(t_1 - \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}})^2 + (t_2 - \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}})^2 + (t_3 - \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}})^2 + (t_4 - \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}})^2 + (t_5 - \overline{t_{za \ 0.200 \text{ m}}})^2}{5}}$$

$$\text{standardna deviacija} = 0.2606 \text{ s} = 0.3 \text{ s}$$

$$\text{relativna napaka za povprečni čas za } 0.200 \text{ m} = \frac{\text{standardna deviacija}}{\text{povprečni čas za } 0.200 \text{ m}}$$

$$\text{relativna napaka za povprečni čas za } 0.200 \text{ m} = 0.136 = 13.6 \%$$

Tabela 4**Obdelani podatki**

Višina, s katere je bila žogica spuščena – h(m) ± 0.005 m	Čas, ki ga žogica porabi, da se preneha odbijati – t(s)	Standardna deviacija za čas	Relativna napaka
$h_1 = 0.200$ m	2.2495 s = 2.2 s	0.3 s	13.6 %
$h_2 = 0.400$ m	4.1659 s = 4.2 s	0.2 s	4.7 %
$h_3 = 0.600$ m	4.4192 s = 4.4 s	0.2 s	4.5 %
$h_4 = 0.800$ m	5.1628 s = 5.2 s	0.2 s	3.8 %
$h_5 = 1.000$ m	6.9765 s = 7.0 s	0.3 s	4.3 %
$h_6 = 1.200$ m	6.7491 s = 6.7 s	0.3 s	4.5 %
$h_7 = 1.400$ m	7.1180 s = 7.1 s	0.3 s	4.2 %
$h_8 = 1.600$ m	8.1659 s = 8.2 s	0.2 s	2.4 %
$h_9 = 1.800$ m	8.2789 s = 8.3 s	0.2 s	2.4 %
$h_{10} = 2.000$ m	9.1610 s = 9.2 s	0.2 s	2.2 %

Največji standardni odklon je bil 0,3 s, zato sem se odločila, da ga uporabim za vse podatke.

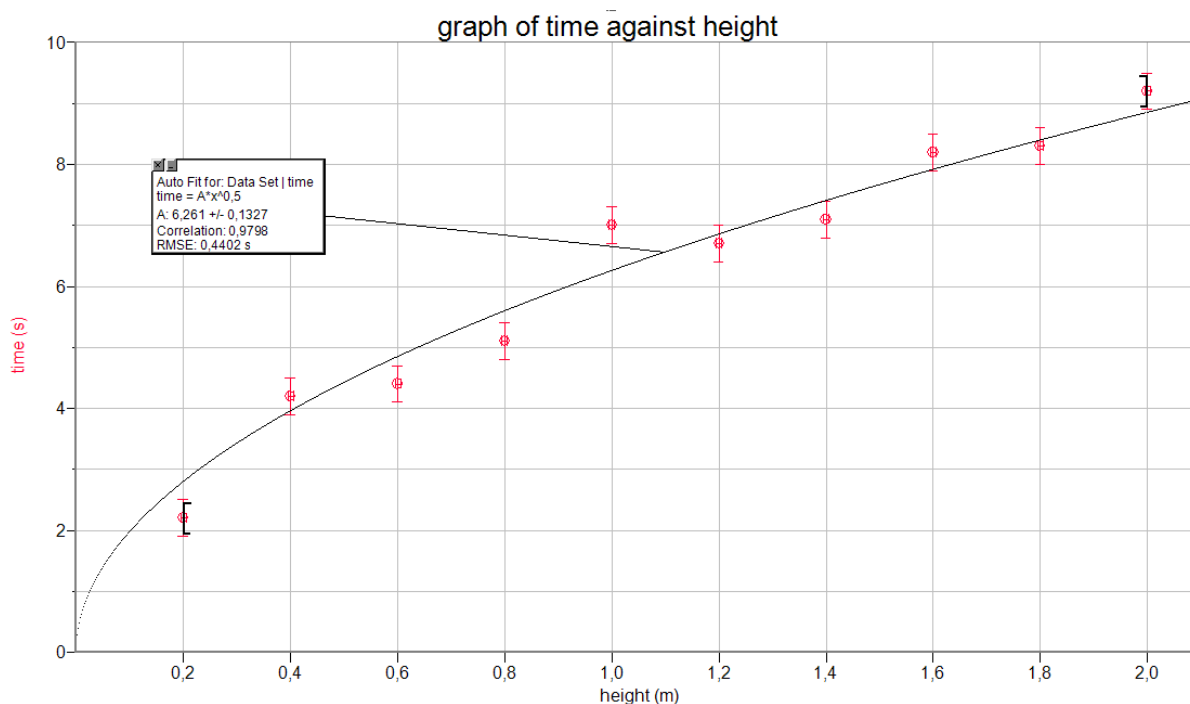
Graf časa v odvisnosti od višine

Graf 2 spodaj prikazuje razmerje med višino, s katere je bila žoga spuščena, in časom, ki je bil potreben, da se je nehala odbijati. Napaka višine je ± 0,005 m, za čas pa sem uporabila enako napako za vse. Uporabila sem največji standardni odklon, ki je bil ± 0,3 s. *Graf 2* jasno prikazuje naraščajoč trend – ko se višina spusta povečuje, se povečuje tudi čas.

Kot lahko vidimo, se čas ne povečuje sorazmerno z višino, kar pomeni, da je razmerje med spremenljivkama nelinearno. Iz enačb, zapisanih v teoretičnem ozadju, lahko ugotovimo, da je razmerje med spremenljivkama kvadratnega korena. Trend je predstavljen z enačbo premice: $6.261x^{\frac{1}{2}}$. Korelacija 0,9798 nakazuje visoko verjetnost, da obstaja povezava med višino, s katere je bila žoga spuščena, in časom, ki ga je potrebovala, da se je nehala odbijati.

Graf 2

Graf časa, ki ga žoga porabi, da se neha odbijati, v odvisnosti od višine, s katere je bila spuščena



Linearizacija grafa 2

Za linearizacijo grafa 2 se os x ohrani enako, na osi y pa namesto časa nanesemo čas². Napaka višine ostane ± 0,005 m, medtem ko se za čas² uporabi relativno napako, saj se relativne napake pri množenju seštevajo. Da lahko zagotovim, da je resnična napaka znotraj tiste, ki sem jo določila, sem uporabila največjo relativno napako, ki znaša 13,6 %.

Izračun relativne napaka za čas²

relativna napaka za čas² za 0.200 m = 2 · največja relativna napaka za čas

relativna napaka za čas² za 0.200 m = 2 · 13.6 % = 27.2 %

Da lahko zagotovim, da je resnična napaka znotraj tiste, ki sem jo določila, sem uporabila enako relativno napako za vsa merjenja, saj je to najvišja relativna napaka.

Tabela 5

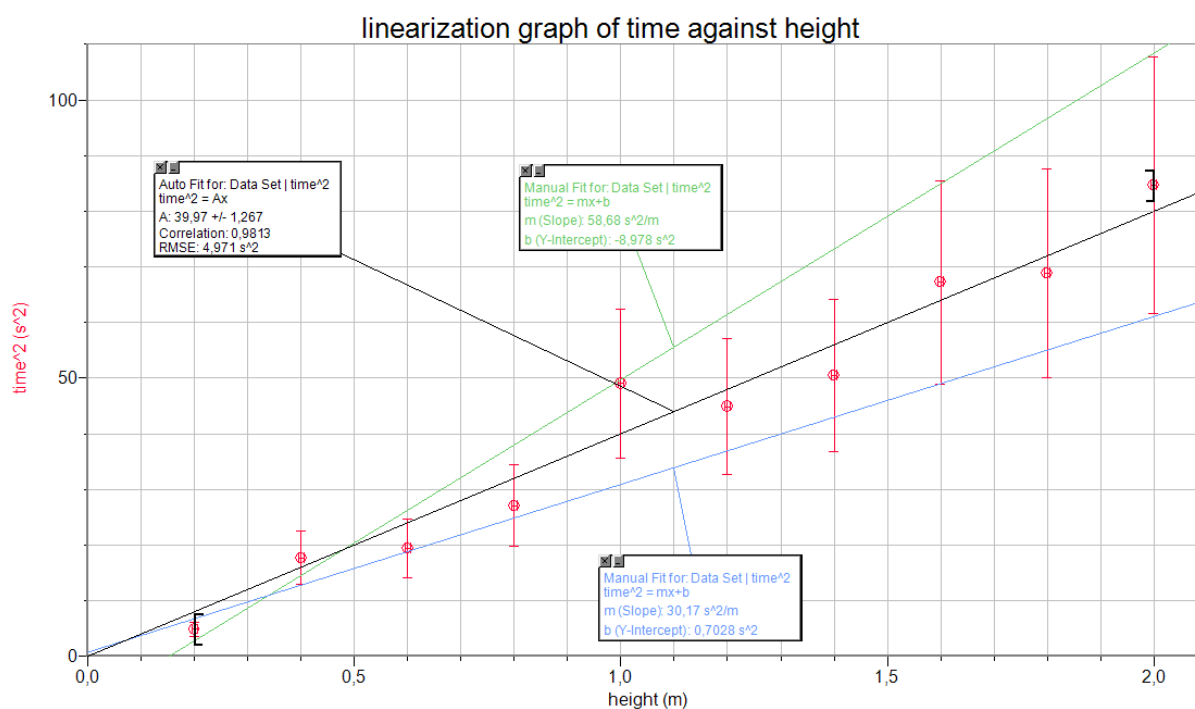
Obdelani podatki za graf za čas² v odvisnosti od višine

Višina (m) ± 0.005 m	Čas ² (s ²) (1 ± 27.2 %)
0.200 m	4.84 s ²
0.400 m	17.64 s ²
0.600 m	19.36 s ²
0.800 m	27.04 s ²
1.000 m	49.00 s ²
1.200 m	44.89 s ²
1.400 m	50.41 s ²
1.600 m	67.24 s ²
1.800 m	68.89 s ²
2.000 m	84.64 s ²

OPOMBA. To je tabela obdelanih podatkov za lineariziran graf.

Trend grafa 3 je predstavljen z enačbo premice: 39,97x. Korelacija 0,9813 kaže na visoko verjetnost povezave med višino, s katere je bila žoga spuščena, in časom, ki ga žoga porabi, da se neha odbijati². Zelena črta predstavlja največji naklon, modra pa najmanjšega.

Graf 3
Lineariziran graf



OPOMBA. To je graf časa² v odvisnosti od višine, ki predstavlja lineariziran graf časa v odvisnosti od višine.

ZAKLJUČEK

Namen eksperimenta je bil ugotoviti, kako višina spusta vpliva na čas, ki ga žoga porabi, da se neha odbijati. Trendi v *Grafu 2* kažejo, da so rezultati skladni z mojo hipotezo. Ko se višina poveča z 0,200 m na 2,000 m, se čas poveča z 2,2 s na 9,2 s. Raziskovalno vprašanje je bilo v celoti odgovorjeno, saj so podatki pokazali konsistenten trend naraščajočega časa ustavljanja žoge ob naraščajočih višinah spusta. Eksperiment potrjuje, da višina spusta vpliva na čas odbijanja, kar daje celovit odgovor na raziskovalno vprašanje. Vrednost R^2 je statistična mera, ki opisuje, kako dobro neodvisna spremenljivka napoveduje odvisno. V *Grafu 2* znaša 0,9786, v *Grafu 3* pa je vrednost R^2 enaka 0,9811. Obe povezavi sta izjemno močni, kar kaže, da so skoraj vse spremembe v odvisni spremenljivki posledica sprememb v neodvisni spremenljivki.

Standardni odklon se giblje med $\pm 0,2$ s in $\pm 0,3$ s, relativna napaka pa med 2,2 % in 13,6 %. To kaže, da sta tako standardni odklon kot relativna napaka razmeroma nizka. To nakazuje, da so bile moje meritve točne in dosledne. Nizke relativne napake kažejo, da so morebitne napake pri merjenju imele minimalen vpliv na rezultate. Prav tako kažejo, da so podatki veljavni in

rezultati zanesljivi. Doslednost vrednosti napak pri različnih meritvah kaže, da so bile sistematične in naključne napake minimalne.

V Grafu 3 sem narisala enačbo:

$$T^2 = k \cdot h$$

kjer je k konstanta.

Iz teorije lahko sklepamo, da ta enačba predstavlja:

$$T^2 = \left(\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon}\right)^2 \cdot \frac{2}{g} \cdot h$$

Iz tega lahko razberemo:

$$k = \left(\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon}\right)^2 \cdot \frac{2}{g}$$

Zdaj bom primerjala teoretično in eksperimentalno vrednost k.

Med eksperimentom sem izračunala:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_{n+1}}{h_n}} = 0.87 \pm 0.02$$

Zdaj lahko izračunam teoretično vrednost k in njeno napako:

$$k = \left(\frac{1 + 0.866}{1 - 0.866}\right)^2 \cdot \frac{2}{9.80665} = 39.5479 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \approx 40 \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

Za napako k-ja potrebujem ϵ_{\max} in ϵ_{\min} :

$$\epsilon_{\max} = 0.89$$

$$\epsilon_{\min} = 0.85$$

$$\begin{aligned} \text{absolutna napaka } k &= \frac{k_{\max} - k_{\min}}{2} = \frac{\left(\frac{1 + \epsilon_{\max}}{1 - \epsilon_{\max}}\right)^2 \cdot \frac{2}{g} - \left(\frac{1 + \epsilon_{\min}}{1 - \epsilon_{\min}}\right)^2 \cdot \frac{2}{g}}{2} = 14.59 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \\ &\approx 10 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \end{aligned}$$

Teoretična vrednost k:

$$k = 40 \frac{s^2}{m} \pm 10 \frac{s^2}{m}$$

Eksperimentalna vrednost k iz *grafa 3*:

$$k = 39.97 \frac{s^2}{m} \approx 40 \frac{s^2}{m}$$

Absolutna napaka eksperimentalnega k je:

$$\Delta \text{naklona} = \Delta k = \frac{\text{max naklon} - \text{min naklon}}{2} = \frac{58.68 - 30.17}{2} = 14.30 \frac{s^2}{m} \approx 10 \frac{s^2}{m}$$

Eksperimentalna vrednost k je:

$$k = 40 \frac{s^2}{m} \pm 10 \frac{s^2}{m}$$

Ker je eksperimentalna vrednost k skladna s teoretično vrednostjo v okviru napak, to pomeni, da imajo moji rezultati vrednost in so veljavni.

EVALUACIJA

Tabela 6
Prednosti mojega eksperimenta

Prednosti	Pomen
Eksperimentalna vrednost k je skladna s teoretično vrednostjo k znotraj negotovosti	To doda vrednost mojemu zaključku, saj zmanjšuje verjetnost, da so moji rezultati posledica naključnih napak.
Več ponovitev za vsako višino	Ponovitev eksperimenta petkrat za vsako višino je izboljšala zanesljivost in natančnost rezultatov. Te ponovitve so zmanjšale vpliv naključnih napak.
Uporaba Vernierjevega vmesnika in mikrofona	Metoda merjenja časa z Vernierjevim vmesnikom in mikrofonom je natančnejša kot merjenje časa s štoparico.
Ustrezen razpon višine spusta	Izbrane višine (0,200 m do 2,000 m) so bile dovolj široke, da je bil opažen jasen trend, hkrati pa so bile praktične in ni bilo potrebe po uporabi lestve. Višine so bile tudi dovolj majhne, da je bil zračni upor zanemarljiv.
Ustrezen časovni okvir za zajem podatkov	Merjenje zvočnega tlaka 10 sekund je zagotovilo, da je bil zajet celoten niz odbojev za vsako ponovitev, saj se je žoga prenehala odbijati pred koncem snemanja.

Tabela 7
Omejitve mojega eksperimenta

Omejitve	Njihov vpliv	Kako izboljšati
Majhne razlike pri spuščanju žoge (neznatne spremembe v kotu, vrtenju ali človeška napaka)	Vplivajo na začetno energijo žoge in posledično povzročajo različne vzorce odbijanja.	Poravnava dna žoge z dnom lepilnega traku s pomočjo ravnila in ne le približno. Uporaba sponke ali cevi za spuščanje žoge, kar zagotavlja, da je bila spuščena naravnost navzdol, brez vrtenja ali bočnega gibanja, kar zmanjša človeške napake.
Mikrofon ni bil nameščen na optimalnem položaju	Lahko je izpustil nekatere odboje.	Snemanje z več mikrofoni okoli območja odbojev, nato primerjava njihovih podatkov in izračun povprečnega časa za vsako ponovitev.
Razlike v parketu	Vplivajo na način odboja žoge, kar povzroča variacije v izgubi energije.	Izvajanje eksperimenta na betonski podlagi brez nepravilnosti.
Odčitavanje grafov je lahko subjektivno ali nenatančno	Povzroča človeške napake, saj lahko različni posamezniki podatke razlagajo različno.	Uporaba video posnetkov sinhroniziranih s štoparico.

Nekaj šumov v ozadju	Motijo natančnost zajema zvočnega tlaka žoge, kar povzroča napake pri časih. To se zgodi predvsem pri tišjih ali zadnjih odbojih.	Uporaba usmerjenega ali kardioidnega mikrofona, ki zajema zvok iz določene smeri in zavrača zvoke iz drugih smeri, ali izvajanje eksperimenta v zvočno izoliranem prostoru.
----------------------	---	---

Tabela 8
Napake v mojem eksperimentu

Vrsta napake	Vpliv na podatke	Popravek
Naključne napake	Povzročajo razlike v času, ki ga žoga potrebuje, da se preneha odbijati, zaradi neobvladljivih dejavnikov.	Povečanje števila ponovitev, uporaba natančnejših merilnih orodij in izboljšanje tehnike spuščanja ter nadzorovanje dejavnikov, da bi zmanjšali spremembe.
Človeška nedoslednost pri spuščanju žoge	Povzroča, da začetna hitrost ni nič.	Mehansko spuščanje žoge z uporabo držala, ki ga sproži vzmetni mehanizem.

SAMOREFLEKSIJA

Skozi izdelavo svoje raziskovalne naloge sem se naučila veliko o eksperimentalnem delu in fizikalnih zakonitostih gibanja. Sprva se mi je naloga zdela preprosta, vendar sem hitro ugotovila, da natančne meritve zahtevajo premišljen pristop. Čeprav sem namesto ročnega merjenja časa uporabila bolj natančno metodo merjenja z Vernierjev vmesnikom in mikrofonom pa je odčitavanje grafov lahko subjektivno ali nenatančno, zato bi lahko v prihodnje uporabila videoposnetke sinhronizirane s stoparico. Svoje rezultate do neke mere lahko povežem z namiznim tenisom, vendar pa tam žogica ne poskakuje večkrat zapored in ima rotacijo, ki je v mojem eksperimentu ni bilo. Kljub temu pa mi je raziskava pomagala bolje razumeti fizikalne pojave, kot so odboj, izguba energije in vpliv podlage, kar mi je pomagalo pri izboljšanju moje igre v namiznem tenisu.

PODALJŠANJE EKSPERIMENTA

V nadaljevanju bi lahko raziskala, kako rotacija vpliva na odboj žogice. Namesto prostega padca bi žogico pred spustom zavrtela z roko ali napravo in opazovala, kako rotacija vpliva na trajanje odbijanja, spremembo smeri gibanja ter izgubo energije. Takšen eksperiment bi mi še bolj pomagal pri izboljšanju moje igre v namiznem tenisu, kjer rotacija močno vpliva na obnašanje žogice po odboju.

VIRI IN LITERATURA

De Luca, R., Di Mauro, M., & Naddeo, A. (2020). Bouncing balls and geometric progressions. *The Physics Teacher*, 58(7), 513–515.

<https://doi.org/10.1119/10.0002075>

Falcon, E., Laroche, C., Fauve, S., & Coste, C. (1998). Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *The European Physical Journal B*, 3(1), 45–57.

<https://doi.org/10.1007/s100510050283>

Slavič, J. (2014). *Dinamika, mehanska nihanja in mehanika tekočin*. Fakulteta za strojništvo, Ljubljana.

Stensgaard, I., & Lægsgaard, E. (2001). Listening to the coefficient of restitution - revisited. *American Journal of Physics*, 69(3), 301–305.

<https://doi.org/10.1119/1.1326077>