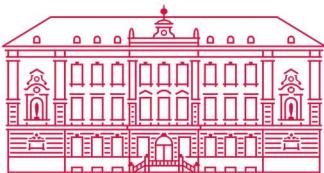


Raziskovalna naloga s področja fizike



Gimnazija Kranj

# Natančno določanje parametrov dušenega nihanja matematičnega nihala z fotovrati

Avtorja:

Jakob Velkavrh

Benjamin Gašperin

Mentor:

Prof. Barbara Hudovernik

Gimnazija Kranj

Marec, 2024

## Povzetek

V raziskovalni nalogi izpeljeva splošno rešitev diferencialne enačbe drugega reda. Glede na to enačbo pripraviva eksperiment, v katerem izmeriva dolžino nihajne vrvice z uporabo dveh fotovrat. Ena fotovrata so pri tem v ravnoesni legi, medtem ko druga ležijo v bližini in na istem nihanjem loku. Skozi aktivacijske čase določiva periodo nihanja, začetni čas nihanja ter tudi nihanji čas. Na osnovi teh podatkov nato določiva koeficient linearne upora, ki deluje na nihalo. Preko tega koeficiente in periode nihanja pa zelo natančno določiva dolžino nihalne vrvice. Ta raziskovalna naloga tako izboljša znano metodo, ki upošteva samo periodo nihanja, in zmanjša nenatančnost z uporabo fotovrat. Povprečna relativna napaka vrednosti dolžine vrvice je tako le 0,23%. Model je tako zelo primeren, za merjenje dolgih dolžin nihal.

V nadaljevanju izračunava kot med postavljenima fotovratoma preko znane dolžine nihala in razdalje med fotovratoma, ki jo izmeriva z elektronskim kljunastim merilom. Preko tega določiva še začetni odmik z ponovno uporabo izpeljane enačbe. Te, izračunani začetni odmiki, pa so precej drugačni od izmerjenih. Model tako ni primeren, za merjenje začetnih amplitudnih pozicij.

Ključne besede: *kompleksno harmonično nihanje, merjenje s fotovrati, merjenje dolžine, linearni koeficient zračnega upora, začetni odmik, visoka natančnost*

## Abstract

In this research paper we derive a second order differential equation ODE. Based on this derivation we prepare an experiment, where we measure the length of a mathematical pendulum by using two photogates. One was placed at the equilibrium position, while the other was placed near the first one and on the same pendulum arch. Through different activations we determine the period time, time when complex harmonic motion began, and time relative to when the motion began. Based on this data we determine the coefficient of linear drag. By using the coefficient and the period we measure the length of the pendulum very accurately. This paper therefore improves the general method, which uses only period time, and reduces the uncertainty by using photogates. The average relative uncertainty of the value of the length of the pendulum is therefore only 0,23%. This model is therefore applicable for determining lengths of pendulums.

Continuing, we calculate the angle between the two photogates by measuring the arch between the photogates, which we measure by using a calliper, and by applying the now known length of the pendulum. By doing this we can derive and calculate the expression for the initial angular displacement. The calculate values are inconsistent with the measured values. This model is therefore not applicable for determining initial amplitudes.

Key words: *complex harmonic motion, photogate measurements, measuring length, linear coefficient of drag, initial displacement, high accuracy*

## Kazalo

Slovar simbolov in količin.....	3
1. Uvod .....	4
2. Teorija .....	5
3. Razvoj metode merjenja .....	1
3.1. Fotovrata v ravnovesni legi .....	1
3.2. Fotovrata v neravnovesni legi.....	2
4. Hipoteze .....	3
5. Spremenljivke .....	4
5.1. Neodvisna spremenljivka.....	5
5.2. Odvisna spremenljivka.....	10
5.3. Kontrolirane spremenljivke.....	10
6. Metoda eksperimentalnega dela .....	12
6.1. Pripomočki in orodja .....	15
6.2. Eksperimentalna postavitev.....	15
6.3. Postopki izvajanja meritev.....	15
7. Izmerjeni podatki in njihova interpretacija .....	15
7.1. Surovi podatki in najbolj osnovna interpretacija.....	16
7.2. Napredna interpretacija .....	17
7.3. Določanje dolžine nihala.....	17
7.4. Maksimalne kotne amplitude nihanja .....	17
7.5. Funkcijski prikaz meritev.....	18
8. Zaključek.....	19
9. Literatura .....	19
10. Priloga .....	20
10.1. Priloga 1 .....	22
10.2. Priloga 2 .....	24

## Slovar simbolov in količin

simbol	količina
$a$	<i>pospešek</i>
$A$	<i>začetna amplituda</i>
$C$	<i>koefficient linearnega zračnega upora</i>
$d$	<i>razdalja med fotovrati</i>
$D$	<i>konstanta; <math>\frac{C}{m}</math></i>
$F$	<i>sila</i>
$F_G$	<i>sila gravitacije</i>
$F_D$	<i>dinamična komponenta sile gravitacije</i>
$F_S$	<i>statična komponenta sile gravitacije</i>
$F_U$	<i>sila upora</i>
$F_N$	<i>sila niti na utež</i>
$\theta$	<i>kot med nihalom in navpičnico</i>
$g$	<i>gravitacijska konstanta</i>
$l$	<i>dolžina nihala (izračunano posredno)</i>
$l'$	<i>neposredno določena dolžina nihala</i>
$m$	<i>Masa nihajoče uteži</i>
$t$	<i>čas</i>
$t_0$	<i>perioda</i>
$t'_n$	<i>izmerjeni časi aktivacij fotovrat, surovi podatki; <math>n \in \mathbb{Z}^+</math></i>
$t_n$	<i>časi aktivacij fotovrat (glede na <math>t_z</math>); <math>n \in \mathbb{Z}^+</math></i>
$t_z$	<i>relativni začetni čas nihanja</i>
$v$	<i>hitrost uteži nihala</i>
$W$	<i>konstanta; <math>-W^2 = D^2 - 4 \frac{g}{l}</math></i>
$x$	<i>horizontalen začeten odmik</i>

## 1. Uvod

Nihanje je pojav, s katerim se sreča praktično vsak srednješolec in služi kot temelj za nadaljnjo razumevanje kompleksnejših oscilacij in valovanj. Kljub temu se pri pouku fizike – razen s preprostim harmoničnim nihanjem oziroma SHM (*ang. simple harmonic motion*) – redko soočimo z drugimi oblikami nihanja. S kolegom sva se v tej raziskovalni nalogi poglobila v raziskovanje enega ključnega popravka nihanja matematičnega nihala, kjer sva upoštevala faktor dušenja. Tako sva se spoprijela z dušenim harmoničnim nihanjem, ki sva ga raziskovala s pomočjo izraza pridobljenega iz reševanja splošne diferencialne enačbe (ODE<sup>1</sup>).

Izpeljan izraz je v nama vzbudil zanimanje, saj je ponujal možnosti za natančno določanje raznih parametrov nihanja, kot sta dolžina niti in linearni koeficient zračnega upora nihane uteži. Pri raziskovanju sva, med drugim, imela na voljo naslednje natančne meritve inštrumente:

- fotovrata, ki se aktivirajo, ko nek predmet prekine njun svetlobni snop,
- elektronsko kljunasto merilo, ki lahko izmeri zgolj razdalje, ki ne presegajo 15 cm, a ima izredno majhno napako.

Te meritve so veliko bolj natančne od ravnih in meritnih trakov, ki sva jih našla v fizikalnem laboratoriju. To torej pomeni, da bi lahko preko izpeljane enačbe in uporabo le-teh naprav veliko natančneje določila parametre dušenega nihanja, kot če bi se preučevanja tega pojava lotila na konvencionalen način.

V nalogi bova najprej izpeljala diferencialno enačbo, s katero bova povezala količini, ki naju zanimata, s količinami, ki jih bova lahko izmerila. Nato bova predstavila postopek zbiranja podatkov, čemur bo sledila nekonvencionalna in učinkovita matematična analiza, ki jo bova predstavila in s katero bova obdelala podatke. Končala bova pa z interpretacijo rezultatov in evalvacijo naloge.

Raziskovalna vprašanja, na katere želiva tekom raziskovanja odgovoriti, so:

### **Raziskovalno vprašanje 1**

- kako natančno lahko v zastavljeni nalogi izmeriva nit matematičnega nihala? Katri so dejavniki, ki vplivajo na natančnost merjenja niti?

### **Raziskovalno vprašanje 2**

- kakšen je linearni koeficient zračnega upora uteži?

### **Raziskovalno vprašanje 3**

- kakšne so omejitve najinega modela? Kako dobro izpeljana diferencialna enačba opisuje eksperimentalno pridobljene podatke?

---

<sup>1</sup> ODE je kratica za angleški izraz *ordinary differential equation*

## 2. Teorija

Nalogo bova začela z definiranjem sil, ki sodelujejo pri dušenem harmoničnem nihanju. Najprej imamo silo gravitacije ( $\vec{F}_G$ ), ki bo ohranjala magnitudo in smer, njeno oprijemališče, bo pa v težišču uteži. V najinih skicah bo sila gravitacije vedno usmerjana navzdol. Naslednja sila, je sila niti na utež ( $\vec{F}_N$ ), ki bo nasprotovala statični komponenti gravitacijske sile ( $\vec{F}_S$ ) (»statična« je zato, ker neposredno ne povzroča gibanja). Preostala komponenta gravitacijske sile – dinamična komponenta  $\vec{F}_D$  – je pa ta, ki žene utež matematičnega nihala v kroženje.

Pri dušenem nihanju, se del energije izgublja. V nalogi bova predpostavljal, da vse izgube povzroča sila zračnega upora  $\vec{F}_U$ , ki je pa edina druga sila, ki bo vplivala na gibanje uteži. Dejanski pospešek, ki ga bomo opazili, bo torej:

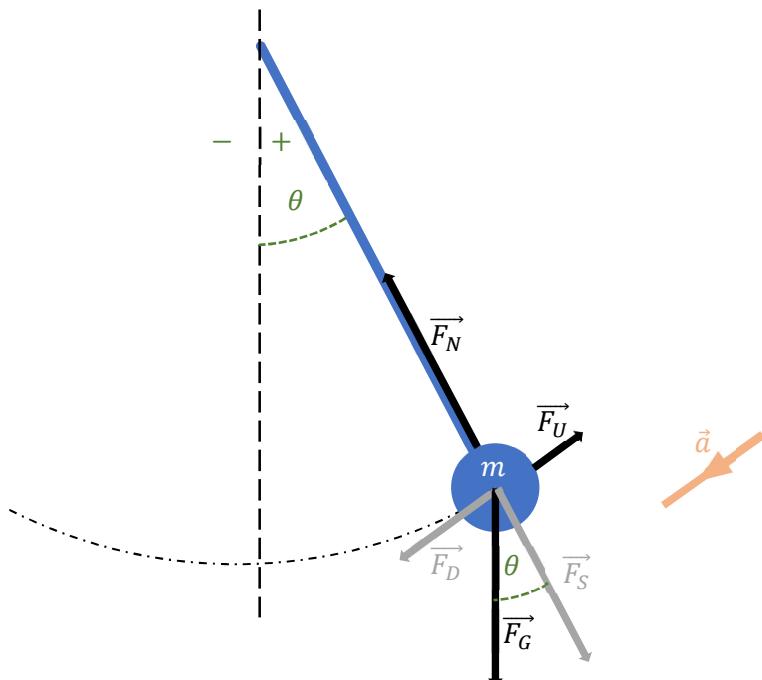
$$m\vec{a} = \vec{F}_D + \vec{F}_U$$

[1]

kjer sta  $m$  masa uteži in  $\vec{a}$  vektor pospeška uteži. Spodnja skica prikazuje vse do sedaj omenjene sile in njihovo pozicijo v naključni legi nihanja:

Slika 1

Skica prostega telesnega diagrama uteži v naključni legi



Opomba: sila  $\vec{F}_U$  ne bo vedno delovala v nasprotno smer sila  $\vec{F}_D$ . Ko nihalo leži desno od ravnovesne lege, sva določila, da je kot  $\theta$  pozitiven, ko pa leži levo od ravnovesne lege, je pa  $\theta$  negativna.

Na shemi sva označila še  $\theta$ , ki predstavlja kot med nihalom in navpičnico in bo v nalogi izražen v radianih.

Kot lahko razberemo iz zgornje skice, lahko  $\vec{F}_D$  izrazimo preko  $\theta$  in  $\vec{F}_G$  s pomočjo kotnih funkcij:

$$F_D = F_G \sin \theta = m g \sin \theta$$

[2]

Kjer je  $g$  gravitacijski pospešek na zemeljski površini.

Ker predpostavlja, da utež med nihanjem ne bo gibala s preveliko hitrostjo, bova za silo  $\vec{F}_U$  uporabila izraz za linearni zakon upora (Tsokos, 2014):

$$F_U = C v$$

[3]

kjer  $C$  predstavlja koeficient linearne upora, ki variira od oblike do oblike;  $v$  pa hitrost s katero se utež giblje. Vektor sile upora bo vedno usmerjena v nasprotno smer gibanja uteži, v skrajnih legah bo pa enak nič, saj tam utež nima hitrosti:

$$\frac{\vec{F}_U}{|\vec{F}_U|} = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

[4]

Ker nihanje uteži poteka po obodu krožnice, hitrost izrazimo preko kotne hitrosti:

$$v = \frac{d(l\theta)}{dt} = l \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

[5]

kjer je  $l$  dolžina niti nihala,  $t$  pa čas. Zmnožek  $l\theta$  torej predstavlja krožni lok, po katerem se utež premakne,  $d\theta/dt$  je pa izraz za kotno hitrost. Hitrost je torej premo sorazmerna s prvim odvodom kota  $\theta$  po času, z drugim odvodom bo pa povezan pospešek:

$$a = \frac{d v}{dt} = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

[6]

Z združevanjem enačb [3] in [5] dobimo:

$$F_U = C l \frac{d\theta}{dt}$$

[7]

Če se vrnemo nazaj k enačbi [1], jo lahko sedaj vidimo, da so vse vektorske količine v njej (posredno) odvisne od  $\theta$ :

$$m\vec{a}\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) = \vec{F}_D(\sin \theta) + \vec{F}_U\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$$

[8]

S pomočjo Slike 1 si lahko pomagamo pri določanju naslednjega: pri pozitivnih  $\theta$  bo  $\vec{F}_D$  kazal proti levi (in bo negativen), pri negativnih  $\theta$  bo pa  $\vec{F}_D$  kazal v desno (pozitivno smer); pri pozitivnih  $\theta$  bo  $\vec{F}_U$  kazal proti desni zgolj takrat, ko se bo nihalo premikalo od skrajne lege proti ravnovesni (in bo  $\frac{d\theta}{dt}$  negativen);

bo pa  $\vec{F}_U$  usmerjen proti levi takrat, ko se bo nihalo premikalo od ravnoesne lege proti skrajni (in bo  $\frac{d\theta}{dt}$  pozitiven). To pomeni, da bodo predznaki sil v enačbah [1] oziroma [8]:

$$ma \left( \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) = -F_U(\sin \theta) - F_D \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$$

[9]

S substitucijo  $a$  z enačbo [6],  $F_D$  z enačbo [2] in  $F_U$  z enačbo [7], lahko zgornji izraz prepišemo v:

$$m l \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m g \sin \theta - C l \frac{d\theta}{dt}$$

[10]

Vse člene te enačbe lahko postavimo na eno stran in delimo z  $m$ :

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{C}{m} l \frac{d\theta}{dt} + g \sin \theta = 0$$

[11]

Na tem mestu bomo zaradi olajšave kasnejših izpeljav namesto  $\frac{C}{m}$  uvedli novo konstanto  $D$ . Ker se bo nihanje izvajalo pri majhnih odmikih  $\theta$ , sva predpostavljava, da bo  $\sin \theta$  približno enak  $\theta$ . Dokaz za to predpostavko najdemo v naslednji limiti razmerja med  $\sin \theta$  in  $\theta$ , ko se limitiramo k vrednosti  $\theta = 0$ . Pri reševanju sva upoštevala L'Hopitalovo pravilo:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{d\theta} \sin \theta}{\frac{d}{d\theta} \theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \cos \theta = 1$$

[12]

Kot vidimo, razmerje med  $\sin \theta$  in  $\theta$  pri kotih blizu nič limitira k 1. S predpostavko  $\sin \theta \approx \theta$  sva enačbo [11] predrugačila v:

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + D l \frac{d\theta}{dt} + g \theta = 0$$

[13]

kar pa je rešljiva diferencialna enačba drugega reda. Enačbo sva se lotila reševati z nastavkom:

$$\theta = A e^{rt}$$

[14]

pri čemer velja, da je  $r$  parameter, ki ga želimo določiti,  $A$  pa neničelna konstanta, ki je hkrati (kot bomo kasneje videli) tudi začetna amplituda. Prvi in drugi odvod  $\theta$  sta preko nastavka [14] izražena kot:

$$\frac{d\theta}{dt} = A r e^{rt} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = A r^2 e^{rt}$$

[15]

kar vstavimo v enačbo [13], da dobimo kvadratno enačbo:

$$A \left( r^2 + D r + \frac{g}{l} \right) e^{rt} = 0$$

[16]

Kot vemo, da eksponentna funkcija nikoli ne zavzema vrednosti nič in, da je  $A$  neničelna konstanta, bo morala imeta kvadratna enačba znotraj oklepaja vrednost nič. Kvadratno enačbo brez težav rešimo in dobimo ničli:

$$r_{1,2} = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 4 \frac{g}{l}}}{2}$$

[17]

Ker pričakujemo, da bo rezultat te diferencialne enačbe določen vrednosti  $\theta$  pri več različnih vrednostih  $t$  (da rezultat ne bo strog naraščajoča oziroma padajoča funkcija, kot je na primer eksponentna funkcija), lahko predpostavljamo, da bo diskriminanta manjša od nič.

$$D^2 - 4 \frac{g}{l} < 0$$

[18]

Diskriminanto sva zaradi poenostavitev izrazila kot  $-W^2 = D^2 - 4 \frac{g}{l}$ , s čimer rešitve kvadratne enačbe v izrazu [17] postanejo:

$$r_{1,2} = \frac{-D \pm iW}{2}$$

[19]

Če  $r_1$  in  $r_2$  vstavimo v originalen nastavek [14], dobimo:

$$\begin{aligned} \theta &= A e^{\frac{-D \pm iW}{2} t} = A e^{-\frac{D}{2}t} \cdot (M, N) e^{\pm \frac{iW}{2}t} \\ \theta &= A e^{-\frac{D}{2}t} \cdot \left( M \operatorname{cis}\left(\frac{W}{2}t\right) + N \operatorname{cis}\left(-\frac{W}{2}t\right) \right) \end{aligned}$$

[20]

kjer sta  $M$  in  $N$  konstanti, ki ju bomo v kratkem določili. V zgornji enačbi zapis  $\operatorname{cis}(x)$  predstavlja  $\cos x + i \sin x$ , kjer je  $x$  poljubna količina. Od tu naprej bomo obravnavali, da v enačbi [20] gre za sinusno, kosinusno oz. mešano nihanje. V sklopu te raziskovalne naloge bomo obravnavali situacijo, pri kateri velja, da nihalo v pozitivni skrajni legi, ob času  $t = 0$ . V začetni skrajnih legi bo vrednost enačbe enaka amplitudi:  $\theta(0) = A$ . Torej bo:

$$\theta(0) = A = A e^0 \cdot (M \cos(0) + M i \sin(0) + N \cos(0) - N i \sin(0))$$

[21]

Če izenačimo realne in imaginarne dele zgornje enačbe ugotovimo:

$$\operatorname{Re}: M + N = 1 \quad \operatorname{Im}: M - N = 0$$

[22]

Ker je nihanje vendarle realna zadeva, se mora imaginarni del izničiti, kar se v zgornjem izrazu res zgodi. Edini par vrednosti  $M$  in  $N$ , ki zadovoljita zgornjima izrazoma sta:

$$M = \frac{1}{2} \quad N = \frac{1}{2}$$

[23]

Konstanti vstavimo v enačbo [20] in dobimo:

$$\theta(t) = A e^{-\frac{D}{2}t} \cos\left(\frac{W}{2}t\right)$$

[24]

S tem smo pridobili izraz odvisnosti  $\theta$  od časa. Tu smo zaključili s prvim delom izpeljevanja in se bomo posvetili aplikaciji enačbe [24] pri merjenju.

### 3. Razvoj metode merjenja

V tem naslednjem delu raziskovalne naloge bova predstavila, kako aplicirati enačbo [24] v dejansko eksperimentalno delo: razpravljalna bova o količinah, ki jih moramo izmeriti, o tem, kakšen mora biti postavitev eksperimenta ter kako analizirati dobljene meritve.

Merilna inšumenta s katerima bova pridobila glavnino meritev sta dvoje fotovrat, ki morajo imeti specifično postavitev: ena fotovrata morajo biti postavljena v ravnoesni legi nihanja ( $\theta = 0$ ), druga pa na poljubni drugi točki na krožnici nihanja – torej v neravnoesni legi. S takšno postavitvijo lahko pri dušenem nihanju nihala določiva dolžino niti ter koeficient zračnega upora na utež.

#### 3.1. Fotovrata v ravnoesni legi

Nihanje, ki ga opisuje enačba [24] je kompleksno harmonično nihanja. To pomeni, da nihanj sledi sinusnemu oziroma kosinusnemu gibanju, a hkrati upoštevamo vpliv drugih sil, kot je sila upora (Complex harmonic motion, 2023). Perioda takega gibanja bo konstantna, amplituda se pa zmanjšuje.

Perioda nihanje našega nihala (označena z  $t_0$ ) lahko izrazimo s parametrom  $\frac{W}{2}$ , ki se nahaja znotraj kosinusa v enačbi [24]:

$$\theta(t) = A e^{-\frac{D}{2}t} \cos\left(\frac{W}{2}t\right)$$

[24]

Perioda sinusoide je definirana kot čas potreben, da se člen znotraj sinusa oziroma kosinusa spremeni za vrednost  $2\pi$ :

$$\frac{W}{2} t_0 = 2\pi$$

[25]

kar preuredimo v:

$$\frac{W}{2} = \frac{2\pi}{t_0}$$

[26]

Taka oblika izraza nam bo kasneje najbolj ugajala.

Perioda nihanja lahko določimo tudi eksperimentalno. Perioda je namreč čas, ki poteče med vsako drugo aktivacijo fotovrat v ravnoesni legi. V ravnoesni legi velja naslednje:

$$\theta(t) = 0$$

$$A e^{-\frac{D}{2}t} \cos\left(\frac{W}{2}t\right) = 0$$

[27]

Ker imata začetna amplituda  $A$  in eksponent  $e^{-\frac{D}{2}t}$  vedno neničelno vrednost, lahko obe strani izraza [27] delimo z njima, da dobimo:

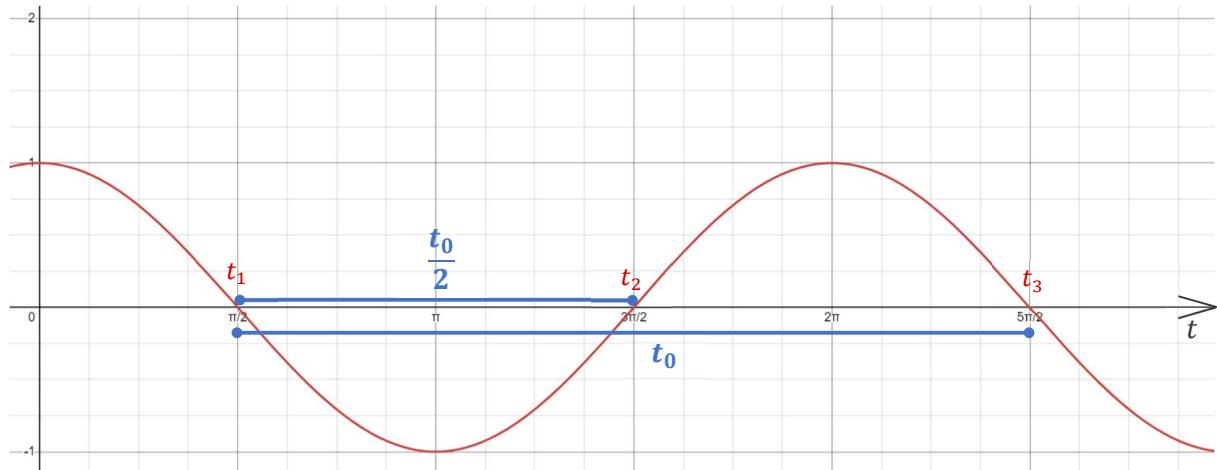
$$\cos\left(\frac{W}{2}t\right) = 0$$

[28]

Zgornjo enačbo si lahko grafično predstavljamo preko grafa funkcije:  $f(t) = \cos(t)$ :

*Slika 2*

*Graf kosinusne funkcije, ničle grafa, ter perioda  $t_0$*



*Opomba: graf je narejen v grafičnem kalkulatorju Desmos*

Na zgornjem grafu ničle predstavljajo točke, ko je nihalo v ravnoesni legi ( $\theta(t) = 0$ ); časi  $t_1, t_2, t_3 \dots$  so pa trenutki po začetku nihanja, ko se aktivirajo fotovrata v ravnoesni legi. Kot vidimo, razlika med dvema sosednjima aktivacijama fotovrat predstavlja polovično vrednost periode:

$$t_2 - t_1 = \frac{t_0}{2}$$

$$t_o = 2(t_2 - t_1)$$

[29]

Ta izraz pa lahko vstavimo v enačbo [26] in dobimo izraz za  $\frac{W}{2}$  v odvisnosti od aktivacijskih časov fotovrat v ravnoesni legi:

$$\frac{W}{2} = \frac{\pi}{(t_2 - t_1)}$$

[30]

Zdaj že znamo določiti en neznan parameter enačbe [24]. Poleg tega, pa lahko tudi določimo začetni čas nihanja – to je čas, ko je nihalo v desni skrajni legi in ko je amplituda nihanja največja ter enaka  $A$ . Ta začetni čas je potrebno izraziti, saj sva najino nihanje v enačbi [24] izrazila s kosinusom. Če bi za začetni čas izbrala katerokoli drugo vrednost, bi dobila napačne vrednosti parametrov enačbe [24]. Začetni čas bova označila s  $t_z$ . Vsi časi aktivacij fotovrat ( $t_n$ , kjer je  $n \in \mathbb{Z}^+$ ) bodo izraženi kot čas, ki je minil od začetnega časa.

Začetni čas lahko izrazimo preko dejanskih izmerjenih podatkov, surovih podatkov, ki jih označiva kot  $t'_n$ , kjer je  $n \in \mathbb{Z}^+$ . Razlika med časi  $t_n$  in  $t'_n$  je, da so  $t_n$  izraženi kot čas, ki je minil od začetka nihanja,  $t'_n$  pa čas, ki je minil od trenutka, ko sva na računalniku pritisnila gumb »začni«.  $t'_n$  so torej goli surovi podatki in se ne začnejo meriti ob istem času, kot se nihanje dejansko začne (to pa je čas  $t_z$ ). Povezava med  $t_n$  in  $t'_n$  je torej:

$$t_n = t'_n - t_z$$

[31]

Začetni čas izrazimo preko  $t'_n$ , tako da upoštevamo, da se je prva izmerjena aktivacija fotovrat ( $t'_1$ ) zgodila četrtino periode  $\left(\frac{t_0}{4}\right)$  po začetku nihanja ( $t_z$ ). Da si to lažje predstavljamo, lahko pogledamo nazaj na *Sliko 2*. Začetni čas tako izraziva kot:

$$t_z = t'_1 - \frac{t_0}{4}$$

[32]

V tem delu smo vpeljali veliko različnih oznak za razne vrste časov. Tu je pregled in obrazložitev omenjenih oznak, s katero upava razjasniti pomen teh količin:

- $t_0$  je perioda nihanja nihala,
- $t_z$  je čas, ko se je začelo nihanje,
- $t_n$ , kjer je  $n \in \mathbb{Z}^+$ , so časi aktivacij fotovrat, določeni kot čas, ki je minil od začetka nihanja,
- $t'_n$ , kjer je  $n \in \mathbb{Z}^+$ , so izmerjeni časi aktivacij fotovrat, surovi podatki. Teh časov v nadaljevanju ne bova več omenjala.

### 3.2. Fotovrata v neravnovesni legi

Zdaj, ko sva izrazila vse, kar lahko s pomočjo enojnih fotovrat v ravnovesni legi določiva, bova vpeljala še druga fotovrat, ti pa so postavljena v lego na nihalni krožnici, ki ni ravnovesna (in ne presega skrajnih leg). Iz enačb, ki jih bova v kratek izpeljala, bo razvidno, da je iz stališča napak idealna pozicija drugih fotovrat čim bližje fotovratom v ravnovesni legi.

Pozicija drugih fotovrat lahko z enačbo [24] povežemo s časom aktivacije fotovrat  $t_n$ , tako da namesto  $t$  vstavimo  $t_n$ :

$$\theta(t_n) = A e^{-\frac{D}{2}t_n} \cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)$$

[33]

Tu moramo paziti, da se vrednosti  $t_n$  za prva in druga fotovrata razlikujejo. Kar se pozicija drugih fotovrat in začetna amplituda med nihanjem ne spreminja, vemo, da sta  $\theta(t_n)$  in  $A$  v enačbi [33] konstanti. Če delimo obe strani z  $A$ , dobimo enačbo, v kateri imamo efektivno dva neznana parametra:  $\frac{\theta(t_n)}{A}$  in  $D$ . Parameter  $W$  smo namreč že izrazili v poglavju 3.1. *Fotovrata v neravnovesni legi*. Ta enačba izgleda takole:

$$\frac{\theta(t_n)}{A} = e^{-\frac{D}{2}t_n} \cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)$$

[34]

kjer imamo parameter  $\frac{\theta(t_n)}{A}$  izražen kot funkcijo parametra  $D$ .

Vrednost  $D$  bova določila z matematično analizo eksperimentalnih meritev. Začela bova z linearizacijo funkcije [34] v:

$$\ln\left(\pm\frac{\theta(t_n)}{A}\right) = -\frac{D}{2}t_n + \ln\left(\pm\cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)\right)$$

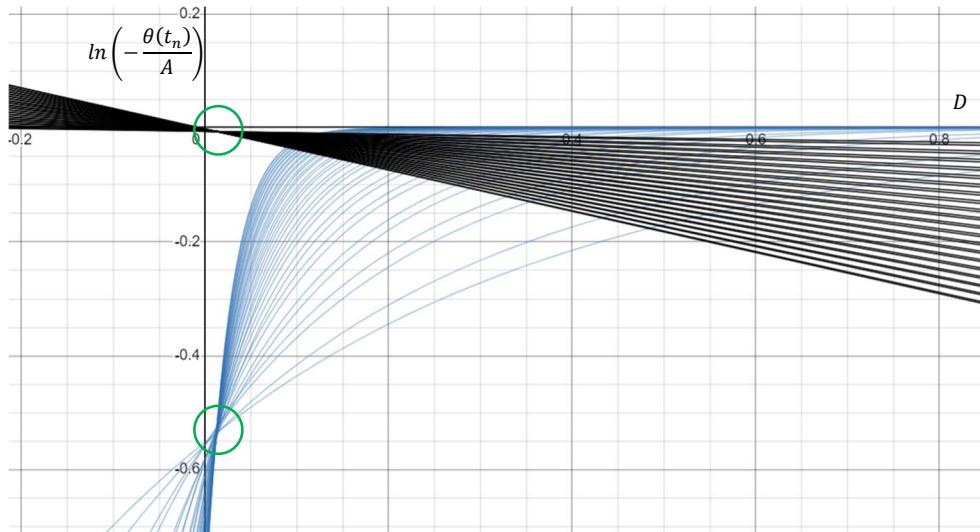
[35]

kjer sta  $\ln\left(-\frac{\theta(t_n)}{A}\right)$  in  $D$  linearno sorazmerna. Zato da nimamo negativnih vrednosti logaritmov se v izrazu pojavi  $\pm$ ; namreč odvisno na katero stran ravnovesne lege so postavljena druga fotovrata, lahko pride do sprememb predznakov logaritmiranih količin. Sicer pa uvedba  $\pm$  iz matematičnega stališča ne krši enakosti.

Zdaj, ko imamo izraz za lineraizirano funkcijo, bi lahko grafično prikazali snop funkcij  $\ln\left(-\frac{\theta(t_n)}{A}\right)$  v odvisnosti od  $D$  za vsak čas  $t_n$ , ko so druga fotovrata aktivirana. Ta snop se v okolice neke točke zbljža in ta točka predstavlja vrednosti parametrov  $\ln\left(-\frac{\theta(t_n)}{A}\right)$  in  $D$ , ki se najbolj prilegata funkcijam snopa. Z uporabo spletnega grafičnega kalkulatorja *Desmos*, lahko nato izrišemo graf funkcije standardnega odklona vrednosti enačbe [35] za vse vrednosti  $t_n$  in tam kjer je standardni odklon najmanjši, najdemo najbolj prilagojoče se vrednost parametra  $D$ . Primer grafa snopov lineariziranih funkcij [35] vidimo na *Sliki 3*. Ti grafi temeljijo na meritvah, ki jih bomo izvedli kasneje v raziskovalni nalogi:

*Slika 3*

Snop funkcij  $\ln\left(-\frac{\theta(t_n)}{A}\right)$  v odvisnosti od  $D$  iz enačbe [35] za vse vrednosti  $t_n$



*Opomba:* graf je narejen v grafičnem kalkulatorju Desmos

Snop črnih funkcij v zgornjem grafu prikazujejo linearizirane funkcije enačbe [35], modre funkcije v ozadju pa originalne, nelinearizirane funkcije enačbe [34]. Zelena krogca označujeta območji kjer se

nahajata točki, ki se snopoma najbolje prilega; tam se snopa najbolj zožita. V zgornjem primeru se ti točki nahajata pri  $D = 0.01245 \text{ s}^{-1}$ .

Z omenjeno matematično analizo lahko določimo vrednost parametra  $D$ , hkrati pa standardno deviacijo  $D$ . To storimo pa tako, da z določenim parametrom  $D$  določimo še parameter  $\frac{\theta(t_n)}{A}$ , nakar s pomočjo grafičnega kalkulatorja *Desmos* določimo standardni odklon vrednosti parametra  $D$  v točkah, kjer je  $\frac{\theta(t_n)}{A}$  enak ravnokar izračunani vrednosti.

Ko imamo znano vrednost parametra  $D$ , lahko določimo dolžino nihajne niti. Če preuredimo izraz  $-W^2 = D^2 - 4 \frac{g}{l}$ , ki smo ga uvedli v enačbi [19], dobimo:

$$\left(\frac{W}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{g}{l}$$

$$l = \frac{g}{\left(\frac{W}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

[36]

Ko izračunamo dolžino nihala  $l$ , lahko določimo še kotno pozicijo drugih fotovrat napram ravnoesni legi  $\theta(t_n)$ . Za ta izračun bomo potrebovali še razdaljo med fotovrati, ki jo označiva kot  $d$ , enačba bo pa izgledala sledeče:

$$l \theta(t_n) = d$$

$$\theta(t_n) = \frac{d}{l}$$

[37]

Enačba [37] je sicer izraz za dolžino krožnega loka, vendar lahko za majhne kote  $\theta(t_n)$  predpostavljamo, da je krožni lok med fotovrati enak dolžini  $d$  med fotovrati.

Z znanim kotom  $\theta(t_n)$  pa lahko iz enačbe [34] izpeljemo še izraz za začetno amplitudo nihanja  $A$ :

$$A = \frac{\theta(t_n)}{e^{-\frac{D}{2}t_n} * \cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)}$$

[38]

## 4. Hipoteze

Zdaj, ko sva pojasnila celotno teoretično ozadje, lahko oblikujeva hipoteze na raziskovalna vprašanja, ki sva jih zastavila v uvodu:

### **Raziskovalna teza 1**

- Dolžina vrvice, ki jo bova določila z najino metode posredne meritve, se bo ujemala z neposredno (manj natančno) meritvijo z napravo za merjenje dolžine. Najino neposredno meritve dolžine bova izvedla z laserskim merilom razdalje.

### **Raziskovalna teza 2**

- Linearni koeficient upora bo majhen, zaradi oblike valja in njegove velikosti
- Iz pogoja [18] lahko pričakujemo, da bo izračunani faktor  $\left(\frac{c}{m}\right)^2 < \frac{g}{l}$

### **Raziskovalna teza 3**

- Zaradi uporabe substitucije  $\sin(\theta) = \theta$  v izrazu [13] lahko sklepamo, da bo model najbolj natančen pri manjših kotih.

## 5. Spremenljivke

V tem poglavju razčleniva neodvisne, odvisne in kontrolirane spremenljivke najinega eksperimentalnega dela.

### 5.1. Neodvisna spremenljivka

#### **Začetni odmak nihala**

Kot neodvisno spremenljivko sva variirala začetni odmak nihala. Dolžina vrvice seveda ni odvisna od začetnega odmika, kar pomeni da spremjanje te spremenljivke ne bi smelo vplivati na izračunano dolžino vrvice. Začetni odmak bi pa moral imeti vpliv na *natančnost* izračuna dolžine vrvice. Namreč, če je začetni odmak večji, lahko nihalo pustimo nihati dlje časa, kar pomeni, da se lahko nihanje dalj časa umirja in stabilizira. Naključna napaka meritve pri večjih odmik bi torej morala biti manjša.

S kolegom izvedla sedem ponovitev pri različnih amplitudah. V prvih treh meritvah začetne amplitude nisva izmerila, pri ostalih pa sva jo določila z daljšim ravnalom z napako  $\pm 0,01$  m.

### 5.2. Odvisna spremenljivka

#### **Aktivacije fotovrat**

Naša merjena spremenljivka so bili časi aktivacij dveh fotovrat. Dobljene meritve smo obdelali skladno z že obdelano teorijo. Uporabljali smo Vernierova fotovrat z napako  $\pm 0,00000001$  s

Aktivacijo fotovrat smo beležili na računalniku s programom *Logger Pro*.

## 5.3. Kontrolirane spremenljivke

- **Pozicija fotovrat**
  - *Zakaj:* v teoretičnem delu smo ugotovili, da potrebujemo dvoje fotovrat. Ena morajo biti v ravovesni, druga pa nekje na nihalni krožnici. Izpeljane enačbe zahtevajo, da je pozicija obeh fotovrat konstantna.
  - *Kako:* Ravovesna lega je določena skozi mirovno pozicijo nihala. Fotovrata v neravovesni legi so postavljena v isti nihalni legi. Fotovrata smo fiksirali z lepilnim trakom in stojali.
- **Del nihala, ki aktivira fotovrata**
  - *Zakaj:* potrebno je bilo določiti, kateri del nihala bo povzročal aktivacije fotovrat. Obe fotovrati je aktiviral isti del nihala, ki pa mora biti čim bolj tanek, da čim prej gre skozi fotovrata.
  - *Kako:* Fotovrata smo postavili tako, da ju je aktivirala vrvica nihala in ne utež. Ker je vrvica sama po sebi bila pretanka, da bi aktivirala fotovrata, smo na zaželen del vrvice pripeli majhen listič aluminijaste folije, ki je poskrbel, da so fotovrata ta del vrvice zaznali.
- **Enodimenzionalno nihanje**
  - *Zakaj:* nihanje v drugih dimenzijah bi pomenilo, da se nihalo lahko zadane v relativno ozka fotovrata.
  - *Kako:* če nihalo niha v drugi smeri, potem tudi v drugi smeri nanj deluje zračen upor. Z daljšimi odmikih tako lahko predvidevamo, da bo za kasnejše meritve nihal samo v eni dimenziiji. Poleg tega je bilo uporabljeno nihalo v obliki črke V, kar je zelo priporočeno pri usmerjanju nihanja.
- **Sukanje uteži med nihanjem**
  - *Zakaj:* če se utež suka medtem, ko niha, potem se del energije nihala izgubi skozi trenje med rotiranjem. To bi povzročilo naključno napako, hkrati pa nihanja ne bi mogli več opisati kot harmonično.
  - *Kako:* če se nihalo suka okoli lastne osi, potem izgublja energijo zaradi dodatnega trenja. Z daljšimi začetnimi odmiki omogočimo, da se nihalo umiri in tovrstno sukanje zmanjša. Poleg tega je bilo uporabljeno nihalo v obliki črke V (utež smo fiksirali z dvema vrvicama), kar je zelo pomagalo pri stabilizaciji nihala.
- **Majhne vrednosti kotov odmikov**
  - *Zakaj:* harmonično nihanje velja le za majhne odmike, saj smo uporabili približek, ki smo utemeljili z L'Hopitalovim pravilom in velja le za majhne vrednosti kotov.
  - *Kako:* upoštevali smo le zadnjih 40 meritev vsake ponovitve, v katerih lahko predvidevamo majhen kot odmika.
- **Linearnost zračnega upora**
  - *Zakaj:* znotraj tega poskusa upoštevamo linearost zračnega upora kot pogoj za razvoj modela
  - *Kako:* zaradi majhnih odmikov in, posledično, majhnih hitrostih lahko predvidevamo linearen upor. To se bo videlo v simulacijskih grafih in natančnosti faktorja dušenja v poskusu.

### - Neraztegljivost vrvice

- *Zakaj:* vrvica se ne sme raztezati ( $l$  mora biti konstantan), saj so pogoji za harmonično nihanje v tem primeru prekršeni. Poleg tega bi dolžina vrvice potem imela večjo naključno napako.
- *Kako:* uporabljena je bila čevljarska vrvica, ki je narejena prav v ta namen. Poleg tega je bila na otip zelo čvrsta, kar pomeni da nanjo ne bi smela vplivati relativno lahka utež.

## 6. Metoda eksperimentalnega dela

### 6.1. Pripomočki in orodja

V spodnji tabeli so prikazane (iz)merjene količine, orodja, s katerimi smo jih merili, in napaka orodij. Vrednost količine, ki so ohranile konstantno vrednost, so tudi že podane.

Tabela 1

Tabela količin, orodij in napak orodij. Nekatere količine imajo podano vrednost.

Simbol	Ime količine	Orodje	Napaka: uporabljena (predpisana)	Vrednost
$m$	masa nihajoče uteži	elektronska tehnicka	$\pm 0,1 \text{ g}$ ( $\pm 0,1 \text{ g}$ )	0,0305 kg
$d$	razdalja med fotovrati	elektronsko kljunasto merilo	$\pm 0,1 \text{ mm}$ ( $\pm 0,01 \text{ mm}$ )	0,1527 m
$l'$	neposredno izmerjena dolžina nihala	lasersko merilo razdalje	$\pm 0,001 \text{ m}$ ( $\pm 0,0001 \text{ m}$ )	3,041 m
$t$	čas aktivacije	fotovrata	$\pm 0,000001 \text{ s}$ ( $\pm 0,00000001 \text{ s}$ )	/
$x$	horizontalna razdalja začetnega odmika	daljše ravnilo	$\pm 0,05 \text{ m}$ ( $\pm 0,01 \text{ m}$ )	/

Opomba: Vrednosti napak v oklepajih predstavljajo obljuhljene napake proizvajalcev. Zaradi različnih faktorjev, bomo prilagodili nenatančnost na bolj razumno raven.

Kasneje, pri interpretaciji podatkov, ne bomo upoštevali zgoraj omenjenih napak. To bomo naredili iz preprostega razloga, da so rezultati statistično bolj razdrobljeni kot pa v svoji nenatančnosti. Ne bomo upoštevali napak meritev, temveč standardne deviacije.

### 6.2. Eksperimentalna postavitev

Kot je že bilo omenjeno, smo za merjenje uporabili dvoje fotovrat fotovrati – ena v ravnovesni legi in ena v neravnovesni legi. To je razvidno iz Slike 4, kjer so vrata na aluminijasti podlagi v ravnovesni legi, vrata levo od le teh, pa v neravnovesni. Nihalo je na sliki na desni strani (v neravnovesni legi), saj s vrača iz desne skrajne lege.

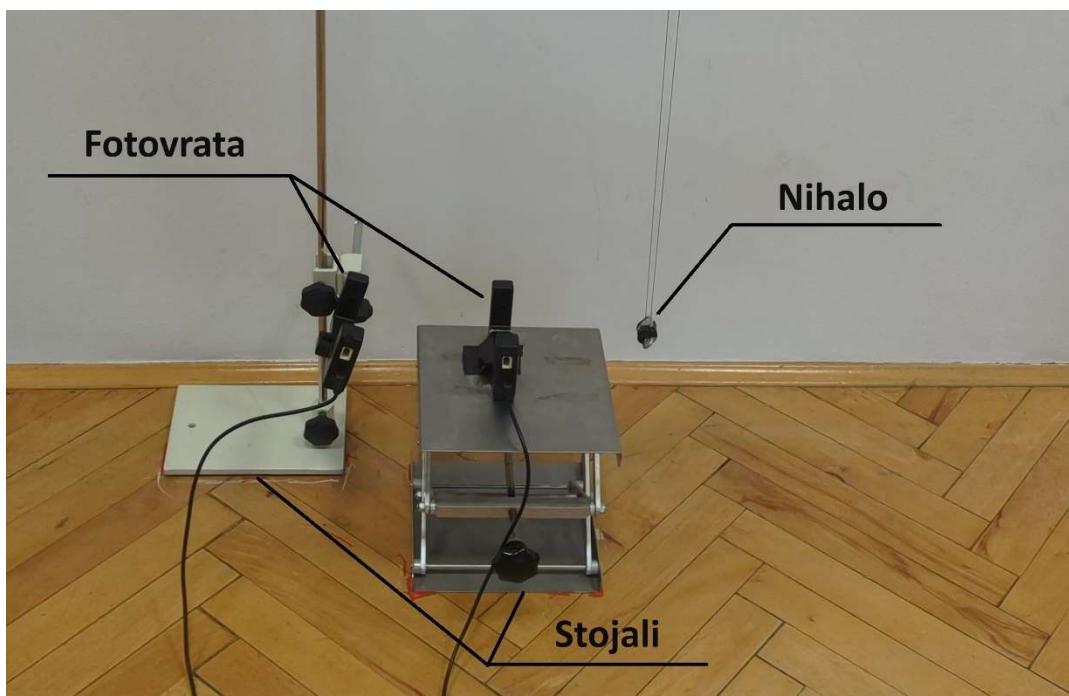
Pri izvedbi eksperimenta, kot je vidno, nisva uporabljala popolnoma navadnega nihala. Uporabila sva utež z dvojnim prijemališčem. S tem nama je uspelo napeljati vrvico skozi prijemališči uteži ter narediti

nihalo v obliki črke V. Takšno nihalo je bilo bolj stabilno in se je veliko težje sukalo med nihanjem. Vrvico sva na utež dodatno pritrdila s črnim lepilnim trakom. Tovrstno nihalo v obliki črke V sva uporabila, saj so preliminarni testi pokazali, da se nihalo z eno vrvico zelo rado začne sukat in nihat še v druge smeri (kar je povzročilo trke v robove fotovrat).

Za natančnost eksperimenta je bilo največjega pomena, da sta obe fotovrati na krožnici nihala in da je eno izmed fotovrat v ravnovesni legi. Trda prilagodljiva stojala, kot so vidna na Sliki 1, so omogočila natančno prilagajanje.

Slika 4

Postavitev njinega eksperimenta



### 6.3. Postopki izvajanja meritev

Postopek izvajanja meritev lahko opišemo na sledeči način:

- Nihalo je postavljeno na nek začeten odmak ter pridržano na svoji poziciji
- V programu *LoggerPro* se prične merjenje aktivacij fotovrat v načinu »Double gate timer«
- Nihalo je spuščeno in začne se nihanje
- Program spremlja aktivacije obeh fotovrat
- Merjenje podatkov teče vse do trenutka, ko amplitud nihanja postane premajhna, da bi aktivirala druga fotovrata (v neravnovesni legi)
- Rezultate se shrani ter nihalo in program se pripravi za ponovno izvajanje eksperimenta

## 7. Izmerjeni podatki in njihova interpretacija

V tem poglavju se bomo posvetili podatkom, ki smo jih pridobili z meritvami, in njihovi interpretaciji. Tako bomo najprej pokazali meritve in njihovo najbolj osnovno interpretacijo. Nato se bomo lotili teoretičnega računanja dolžine nihala, določili maksimalne amplitude ter na koncu tudi pokazali funkcionalni prikaz meritov.

### 7.1. Surovi podatki in najbolj osnovna interpretacija

Z uporabo programa *LoggerPro* smo zbrali podatke na sledeči način, ki je prikazan v *Sliki 5*. To je zgolj posnetek zaslona in ne prikazuje vseh meritov.

*Slika 5*

*Posnetek zaslona program *LoggerPro* z meritvami iz serije Ena*

	Time (s)	Latest		Time from Gate 1 to Gate 2 (s)
		GateState 1	GateState 2	
1	1,723675		1	
2	1,726867		0	
3	2,032565			
4	2,036179		0	
5	3,160974		1	
6	3,164899		0	
7	3,473424	1		
8	3,476831	0		
9	5,226378	1		
10	5,230965	0		
11	5,555972		1	0,308890
12	5,559430		0	
13	6,655728		1	
14	6,658715		0	
15	6,985169	1		
16	6,989014	0		
17	8,741608	1		

*Opomba:* GateState 1 prikazuje vrata v ravnovesni legi in GateState 2 prikazuje vrata v neravnovesni legi

V zgornjem prikazu številka 1 predstavlja prekinitve žarka (nihalo vstopi v fotovrat) in številka 0 ponovno vzpostavitev žarka (nihalo izstopi iz fotovrat). Saj so si časi prekinitev in vzpostavitve žarkov zelo blizu (zaradi uporabe vrvice za aktiviranje fotovrat), lahko vzamem povprečni čas med tem dve trenutkoma in to določimo kot aktivacijo fotovrat. Poleg tega lahko podatke razdelimo v dve tabeli (za fotovrata v ravnovesni in neravnovesni legi).

Povprečni čas lahko tako za prvo aktivacijo fotovrat v ravnovesni legi izračunamo na naslednji način:

$$t'_1 = \frac{1,723675 + 1,726867}{2} \text{ s} = 1,723675 \text{ s}$$

[39]

Uporabljen je simbol  $t'_1$ , ker govorimo o surovih podatkih. Izračunan čas zgoraj ne predstavlja časa od pričetka nihanja, temveč zgolj od trenutka, ko smo zagnali program na računalniku.

To ponovimo za vse ostale meritve in za vse ostale serije meritov. Za serijo Ena so ti aktivacijski časi podani v *Tabeli 2*:

Tabela 2

Aktivacijski časi fotovrat v seriji Ena

$t'_n$ v ravnovesni legi [s]	$t'_n$ v neravnovesni legi [s]
1.7253	2.0344
3.4751	3.1629
5.2287	5.5577
6.9871	6.6572
8.7433	9.0687
10.4931	10.1650
12.2485	12.5940
14.0074	13.6578
15.7610	16.1064
17.5118	17.1649
19.2685	19.6317
21.0264	20.6599
22.7773	23.1445
24.5292	24.1621

$t'_n$ v ravnovesni legi [s]	$t'_n$ v neravnovesni legi [s]
26.2875	26.6672
28.0428	27.6567
29.7935	30.1856
31.5471	31.1568
33.3056	33.7028
35.0585	34.6546
36.8088	37.2244
38.5642	38.1496
40.3217	40.7391
42.0727	41.6493
43.8251	44.2658
45.5823	45.1417
47.3377	47.7788
49.0873	48.6430

$t'_n$ v ravnovesni legi [s]	$t'_n$ v neravnovesni legi [s]
50.8421	51.3056
52.5984	52.1313
54.3527	54.8220
56.1022	55.6331
57.8591	58.3462
59.6142	59.1207
61.3671	61.8672
63.1178	62.6217
64.8763	65.3881
66.6296	66.1072
68.3817	68.9163
70.1342	69.6072
71.8929	72.4323
73.6448	73.0929

Zaradi velike količine podatkov so ostale tabele podane v *Prilogi 1.*

## 7.2. Napredna interpretacija

Kot je bilo omenjeno že v poglavju 3. *Razvoja metode merjenje* je pomemben čas glede na začetek nihanja. Tega ne potrebujemo pri fotovratih v ravnovesni legi, vendar pri tistih, ki niso v ravnovesju. V temu delu bomo tako, na primeru serije Ena, pokazali uporabo enačb [29], [30], [31] in [32].

Skozi prvo in drugo aktivacijo fotovrat v ravnovesni legi lahko preko [24] izrazimo  $t_0$ :

$$t_0 = 2 * (3,4751275 - 1,725271) \text{ s} = 3,499713 \text{ s} \quad [40]$$

Na podoben način lahko z [30] izrazimo  $\frac{W}{2}$ :

$$\frac{W}{2} = \frac{\pi}{(3,4751275 - 1,725271)} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1,79534302 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad [40]$$

Rezultate teh dveh količin za vsako aktivacijo vrat v neravnovesni legi sva zabeležila v *Tabelo 3.* Iz vseh vrednosti  $t_0$  sva izračunala povprečno  $\bar{t}_0$ , ki znaša 3,508272 s. Preko  $\bar{t}_0$  in enačbe [31] lahko izračunamo  $t_z$ :

$$t_z = 1,725271 \text{ s} - \frac{3,508272 \text{ s}}{4} = 0,846607 \text{ s}$$

[41]

Z enačbo [32] pa zdaj lahko končno izračunamo čas aktivacije  $t_n$  za fotovrata v neravnovesni legi. Spodaj je podan primer izračuna prve aktivacije fotovrat v neravnovesni legi

$$t_1 = t'_1 - t_z = 2,034372 \text{ s} - 0,846607 \text{ s} = 1,187765 \text{ s}$$

[42]

Vse ostale vrednosti  $t_n$  so prav tako podane v *Tabeli 3*:

*Tabela 3*

*Tabela z izračunanimi vrednostmi  $t_0$ ,  $\frac{W}{2}$ ,  $t_n$  za serijo Ena*

$t_0$ [s]	$\frac{W}{2}$ [ $\text{s}^{-1}$ ]	$t_n$ v ravovesni legi [s]	$t_n$ v neravnovesni legi [s]
3,499713	1,79534302	2,034372	1,187765
3,507088	1,791567622	3,162937	2,31633
3,51684	1,786599705	5,557701	4,711094
3,512462	1,788826557	6,657222	5,810615
3,49947	1,795467687	9,068668	8,222061
3,510803	1,789671852	10,16495	9,318341
3,517946	1,78603802	12,59398	11,74737
3,50715	1,79153595	13,65777	12,81116
3,501634	1,794358093	16,10637	15,25976
3,513449	1,788324039	17,16487	16,31827
3,515745	1,787156152	19,63172	18,78511
3,501837	1,794254075	20,65986	19,81326
3,503788	1,793254988	23,14448	22,29787
3,5166	1,786721637	24,16206	23,31546
3,510613	1,789768712	26,66715	25,82054
3,501402	1,794476986	27,65672	26,81011
3,507189	1,791516028	30,18564	29,33903
3,516959	1,786539254	31,15676	30,31015
3,5057	1,792276951	33,70282	32,85621
3,500722	1,794825555	34,65462	33,80802
3,51078	1,789683577	37,22437	36,37776
3,51495	1,787560366	38,14963	37,30302
3,501974	1,794183882	40,73908	39,89247
3,504778	1,792748444	41,64925	40,80264
3,514429	1,787825364	44,26579	43,41918
3,51081	1,789668284	45,14174	44,29514
3,499203	1,795604687	47,77883	46,93222
3,509619	1,790275613	48,64299	47,79639
3,512651	1,788730309	51,30556	50,45895
3,508641	1,790774635	52,13129	51,28468
3,49886	1,795780713	54,822	53,97539
3,513815	1,788137767	55,63305	54,78644
3,510246	1,789955834	58,34616	57,49955

$t_0$ [s]	$\frac{W}{2}$ [ $s^{-1}$ ]	$t_n$ v ravnovesni legi [s]	$t_n$ v neravnovesni legi [s]
3,505792	1,792229918	59,1207	58,27409
3,501337	1,794510299	61,8672	61,0206
3,517016	1,786510299	62,62174	61,77513
3,506689	1,791771471	65,38808	64,54147
3,504119	1,793085596	66,1072	65,26059
3,505051	1,792608811	68,91633	68,06972
3,517355	1,786338117	69,60718	68,76057
3,503927	1,79318385	72,43226	71,58565
		73,09285	72,24624

Iz teh podatkov je mogoče izračunati povprečni čas  $t_0$ , ki znaša 3,508272 s, ter povprečno vrednost  $\frac{W}{2}$ , ki pa je  $1,7909680 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Saj nas bo zanimala tudi napaka v dolžini vrvice, za katero bomo uporabili  $\frac{W}{2}$ , lahko s pomočjo programa Excel izračunamo tudi standardno deviacijo za  $\frac{W}{2}$ , ki pa je  $0,00305 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

Po istem postopki analiziramo ostalih šest serij. Tabele za ostale serije so podane v sklopu *Priloge 2*.

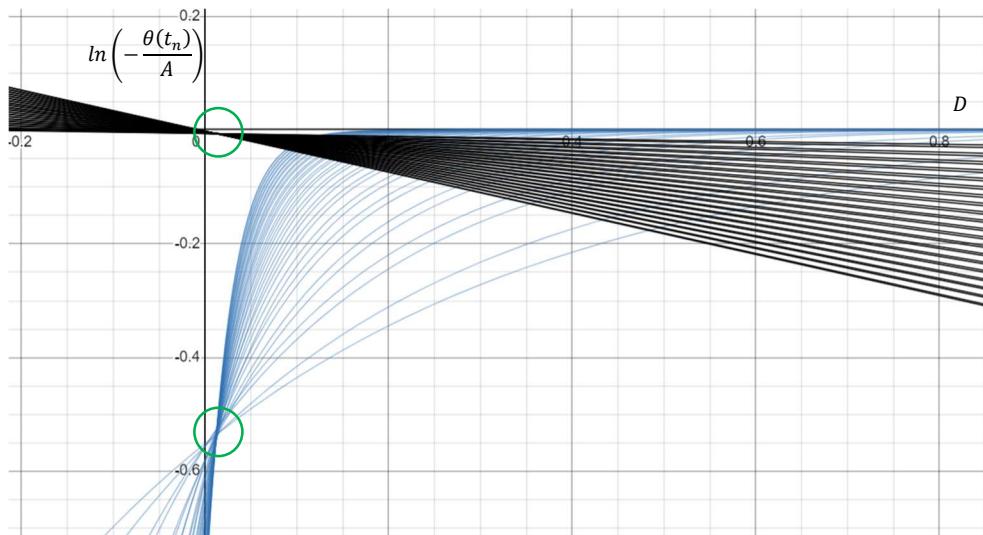
### 7.3. Določanje dolžine nihala

Sedaj smo prišli do mesta, kjer za izračun dolžine  $l$  potrebujemo le še podatek o  $D$ . To najlažje storimo z matematično analizo, ki sva jo predstavila v poglavju 3.2. *Fotovrata v neravnovesni legi*. V to metodo pa bomo vključili le zadnjih 40 meritev vsake serije saj so bile prve meritve še zelo kaotične. Pri določanju  $D$  smo si pomagali z grafičnim kalkulatorjem *Desmos*.

Spodaj je prikazana *Slika 3*, s katero smo se že srečali, in prikazuje snope grafov serije Ena.

*Slika 3*

$$\text{Snop funkcij } \ln\left(-\frac{\theta(t_n)}{A}\right) \text{ v odvisnosti od } D \text{ iz enačbe [35] za vse vrednosti } t_n$$



*Opomba:* graf je narejen v grafičnem kalkulatorju Desmos

Snop črnih funkcij v zgornjem grafu najbolj zoži v območju zelenega krogca. V zgornjem primeru se točki najboljšega prileganja snopoma nahajata pri  $D = 0.01245 \text{ s}^{-1}$ .

Ostale vrednosti  $D$  so podane v *Tabeli 4*, do samih grafov je pa omogočen dostop preko spletnih povezav do grafičnega kalkulatorja *Desmos*, ki jih najdemo v virih. Standardne deviacije smo prav tako naračunali v *Desmosu* po že opisanem postopku.

*Tabela 4*

*Tabela vrednosti D in njihove standardne deviacije*

Serija	$D [\text{s}^{-1}]$	Standardna deviacija za $D$
Ena	0,012453	0,001072
Dva	0,011705	0,000693
Tri	0,011564	0,00057
Štiri	0,012158	0,002172
Pet	0,011916	0,00094
Šest	0,011572	0,00077
Sedem	0,014400	0,000612

Če vzamemo vrednost  $D$  za serijo Ena iz *Tabele 4* in vrednost  $\frac{W}{2}$ , ki smo jo izračunali v poglavju 7.2. *Napredna interpretacija*, lahko z enačbo [36] izračunamo dolžino  $l$  za serijo Ena, pri čemer standardna deviacija prevzema vlogo absolutne napake:

$$l = \frac{9,81 \pm 0,01}{(1,7909680 \pm 0,00305)^2 + \left(\frac{0,012453 \pm 0,001072}{2}\right)^2} = 3,05836 \text{ m} \pm 0,01045 \text{ m}$$

[43]

Enako lahko storimo tudi za ostale serije in tako dobimo *Tabelo 5*:

*Tabela 5*

*Tabela izračunanih dolžin vrvice (l) glede na serijo meritve*

Serija	$l [\text{m}]$	Absolutna napaka $l [\text{m}]$
Ena	3,058356	0,010451
Dva	3,059542	0,004551
Tri	3,058001	0,005329
Štiri	3,057998	0,005366
Pet	3,064376	0,01123
Šest	3,061167	0,006577
Sedem	3,0606	0,005555
<i>Povprečno</i>	3,060006	0,007008
<i>Povprečno zaokroženo</i>	3,060	0,007

*Opomba:* »povprečno« je povprečna vrednost za vse serije, »povprečno zakroženo« je pa še zaokroženo na primerno število mest glede na absolutno napako.

Iz podatkov iz zgornje tabele lahko sedaj izračunamo tudi odstopanje od vrednosti pridobljene z laserskim merilom razdalje (referenčna vrednost). Kot vemo, je odstopanje definirano kot:

$$\text{odstopanje} = \frac{\text{izmerjena vrednost} - \text{referenčna vrednost}}{\text{referenčna vrednost}}$$

[44]

Za serijo Ena bi torej lahko izračunali to na naslednji način (vrednost  $l'$  je podana v *Tabeli 1*):

$$\text{odstopanje (Ena)} = \frac{l - l'}{l'} = \frac{3,058356 - 3,041}{3,041} = 0,57\%$$

[45]

*Tabela 6*

*Tabela z relativno nenatančnostjo in napako izračunane dolžine vrvice*

Serija	Odstopanje	Relativna napaka $l$
Ena	0,57%	0,34%
Dva	0,61%	0,15%
Tri	0,56%	0,17%
Štiri	0,56%	0,18%
Pet	0,77%	0,37%
Šest	0,66%	0,21%
Sedem	0,64%	0,18%
<i>Povprečno</i>	0,62%	0,23%

*Opomba:* »povprečno« je povprečna vrednost za vse serije.

Za nadaljnji del te naloge bomo tako uporabili povprečno vrednost dolžine vrvice skozi vse serije (to je  $l = 3,060\text{m} \pm 0.007\text{m}$ ). Glede na majhno nenatančnost in napako, pa lahko do sedaj sklepamo, da je model uspešen. Glede na to da sta odstopanje in relativna napaka izračunov vedno manjša od 1%, lahko predpostavljamo določeno mero validnosti.

#### 7.4. Maksimalne kotne amplitudne nihanja

V tem poglavju bomo poskusili pridobiti vrednosti maksimalnih (začetnih) amplitud nihanja  $A$  na podlage izraza [38]. Za zadnje štiri serije, pri katerih smo merili tudi spremenljivko  $x$  (horizontalna razdalja začetnega odmika), pa bomo tudi primerjali izračunane in izmerjene vrednosti.

Izraz [38] lahko rešimo le, če poznamo tri glavne faktorje, ki nastopajo v njej:  $\theta(t_n)$ ,  $e^{-\frac{D}{2}t_n}$  in  $\cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)$ . Prvi ( $\theta(t_n)$ ) je zares neodvisen od časa, saj so fotovrata na stalnem kotnemu odmiku in ga lahko izračunamo z enačbo [37]. Drugi je faktor dušenja in se bo z časom spremenjal – vedno bližje bo postajal vrednosti 0. Tretji faktor je pa tisti, ki dela nihanje harmonično. Za serijo Ena bomo tako najprej izračunali vsak člen posebej, tabelirali rezultate in izračunali maksimalno kotno amplitudo  $A$  na podlagi vsake izmerjene aktivacije fotovrat. Za ostale serije bomo prikazali le odvisnost maksimalne kotne amplitude od časa in njihovo povprečno vrednost.

Da izračunamo  $\theta(t_n)$ , potrebujemo glede na enačbo [37] podatke o neznankah  $l$  in  $d$ . Prvo smo uspešno izračunali v prejšnjem poglavju, podatki za  $d$  pa so na voljo v *Tabeli 1*. Tako lahko izračunamo:

$$\theta(t_n) = \frac{d}{l} = \frac{0,1527 \pm 0,0001}{3,06001 \pm 0,00710} = 0,0499 \pm 0,00015 \text{ (rad)}$$

[46]

Fotovrata pa seveda nismo premikali, zato bo ta vrednost konstantna skozi vse serije.

Izračun  $e^{-\frac{D}{2}t_n}$  pa bo že odvisen od posamezne aktivacije fotovrat v neravnovesni legi. Pri tem bomo uporabili povprečno  $D$  za neko serijo. Pri seriji Ena za prvo aktivacijo tako lahko zapišemo:

$$e^{-\frac{D}{2}t_1} = e^{-\frac{0,012453}{2} * 1,187765} = 0,992631661523032$$

[47]

To ponovimo za vse čase in vstavimo v Tabelo 8. Sedaj pa potrebujemo le še vrednost  $\cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)$ . Za prvo aktivacijo v seriji Ena tako lahko zapišemo (z uporabo povprečnega  $\frac{W}{2}$ ):

$$\cos\left(\frac{W}{2}t_1\right) = \cos(1,7909680 * 1,187765) = -0,52817752873559$$

[48]

Pri čemer ima izraz negativno vrednost zaradi pozicije fotovrat v neravnovesni legi: nihalo gre najprej čez fotovrata v ravnovesni legi ter šele nato skozi fotovrata v neravnovesni legi. Glede na izpeljavo v Sliki 2 lahko vidimo, da je med dvema aktivacijama fotovrat v sredini vrednost kosinusa negativna. Rezultati bodo tako vsi negativni, kar ne spremeni absolutne vrednosti dejanske začetne amplitude. Tako kot smo tukaj izračunali kosinus, naredimo še za ostale aktivacijske čase v seriji Ena ter zapišemo v Tabelo 7.

Maksimalno amplitudo  $A$  pa na tej točki izračunamo le še z združevanjem členov, ki smo jih ravno kar določili:

$$A = \frac{\theta(t_n)}{e^{-\frac{D}{2}t_n} * \cos\left(\frac{W}{2}t_n\right)} = \frac{0,0499}{0,992631661523032 * (-0,52817752873559)} = -0,09518 \text{ (rad)}$$

[49]

Na osnovi tega lahko sedaj izpolnimo Tabelo 7:

Tabela 7

Tabela z vrednostmi aktivacijskih časov fotovrat v neravnovesni legi,  $\theta(t_x)$ ,  $e^{-\frac{D}{2}t_x}$ ,  $\cos\left(\frac{W}{2}t_x\right)$  ter  $A$  za serijo Ena

$t_n$ v neravnovesni legi [s]	$\theta(t_x)$	$e^{-\frac{D}{2}t_x}$	$\cos\left(\frac{W}{2}t_x\right)$	$A$
1,187765	0,049902	0,992631662	-0,52818	-0,09518
2,31633	0,049902	0,985680882	-0,5345	-0,09472
4,711094	0,049902	0,971092428	-0,5509	-0,09328
5,810615	0,049902	0,964466875	-0,55549	-0,09314
8,222061	0,049902	0,950093708	-0,55493	-0,09465
9,318341	0,049902	0,943630464	-0,55629	-0,09506
11,74737	0,049902	0,929466031	-0,58007	-0,09256

$t_n$ v neravnovesni legi [s]	$\theta(\underline{t}_x)$	$e^{-\frac{D}{2}\underline{t}_x}$	$\cos\left(\frac{W}{2}\underline{t}_x\right)$	$A$
12,81116	0,049902	0,923329902	-0,57905	-0,09333
15,25976	0,049902	0,909359395	-0,58607	-0,09363
16,31827	0,049902	0,903385696	-0,58074	-0,09512
18,78511	0,049902	0,889615873	-0,6106	-0,09187
19,81326	0,049902	0,883938984	-0,59992	-0,0941
22,29787	0,049902	0,870369297	-0,61695	-0,09293
23,31546	0,049902	0,864872055	-0,60857	-0,09481
25,82054	0,049902	0,851486532	-0,63705	-0,09199
26,81011	0,049902	0,846256187	-0,62773	-0,09394
29,33903	0,049902	0,833035112	-0,65107	-0,09201
30,31015	0,049902	0,828013238	-0,63913	-0,0943
32,85621	0,049902	0,814990207	-0,6631	-0,09234
33,80802	0,049902	0,810174506	-0,65333	-0,09428
36,37776	0,049902	0,797314441	-0,68073	-0,09194
37,30302	0,049902	0,792734243	-0,67113	-0,0938
39,89247	0,049902	0,780055293	-0,68914	-0,09283
40,80264	0,049902	0,775647084	-0,68252	-0,09426
43,41918	0,049902	0,763112714	-0,71271	-0,09175
44,29514	0,049902	0,758961925	-0,70288	-0,09354
46,93222	0,049902	0,746601671	-0,71868	-0,093
47,79639	0,049902	0,7425952	-0,71176	-0,09441
50,45895	0,049902	0,730385616	-0,74128	-0,09217
51,28468	0,049902	0,726640029	-0,73642	-0,09326
53,97539	0,049902	0,714567517	-0,75104	-0,09298
54,78644	0,049902	0,710968043	-0,74424	-0,09431
57,49955	0,049902	0,699058429	-0,76953	-0,09276
58,27409	0,049902	0,695695223	-0,76839	-0,09335
61,0206	0,049902	0,683899195	-0,78394	-0,09308
61,77513	0,049902	0,680693713	-0,7766	-0,0944
64,54147	0,049902	0,669069416	-0,79777	-0,09349
65,26059	0,049902	0,666080273	-0,80167	-0,09345
68,06972	0,049902	0,654531133	-0,81884	-0,09311
68,76057	0,049902	0,651721678	-0,81045	-0,09448
71,58565	0,049902	0,640357884	-0,82664	-0,09427
72,24624	0,049902	0,637729403	-0,83348	-0,09388

Tabela 8 nam tako tudi potrjuje uspešnost eksperimenta do sedaj, saj, kot lahko predvidevamo, kosinusni element limitiran proti ena, kar nakazuje na močan vpliv dušenosti nihanja. Na tem mestu pa izračunamo še povprečje. Znotraj te naloge ga bomo izračunali za zadnjih 20 aktivacij, ter ga tudi statistično analizirali s standardno deviacijo. Povprečna vrednost  $A$  je tako  $-0,09344 \pm 0,00075$ . To ponovimo za vse ostale serije ter povprečja vpišemo v Tabelo 8:

Tabela 8

Tabela povprečji izračunanih iz zadnjih 20 določenih začetnih kotnih amplitud  $A$  in njihova absolutna napaka za vsako serijo.

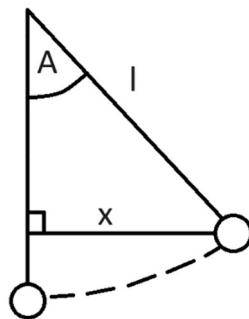
Serija	$A$	Absolutna napaka $A$
Ena	-0,09344	0,00075
Dve	-0,14802	0,002505
Tri	-0,12998	0,001771
Štiri	-0,16629	0,003817
Pet	-0,20337	0,006294
Šest	-0,16435	0,003202
Sedem	-0,19875	0,00452

Za prve tri serije nismo merili začetnega kota, saj smo v sklopu te naloge najprej preverjali samo dolžino vrvice. Ko smo se zavedali, da lahko preverimo tudi parameter  $A$ , smo za zadne štiri serije izmerili začetni horizontalen odmik  $x$ .

Povezava med horizontalnim odmikom, ter nekaterih drugih količin je prikazana spodaj

Slika 6

Prikaz horizontalnega začetnega odmika ter druge količine



Preko izmerjenega  $x$  lahko in znanega  $l$  izračunamo pričakovani  $A$ . Zaradi pravokotnosti trikotnika lahko zapišemo izraz zapišemo kot:

$$A = \arcsin\left(\frac{x}{l}\right)$$

[50]

Za serijo Štiri smo določili vrednost  $x$  kot  $0,625 m$ , preko česa določimo še  $A$  tako, da izračunamo njegovo maksimalni in minimalni vrednost, na koncu pa vzamemo povprečje obeh:

$$A = \arcsin\left(\frac{0,625 \pm 0,005}{3,060006 \pm 0,007008}\right)$$

$$A_{min} = \arcsin\left(\frac{0,625 - 0,005}{3,06000 + 0,007008}\right) = 0,20355$$

$$A_{max} = \arcsin\left(\frac{0,625 + 0,005}{3,06000 - 0,007008}\right) = 0,207845$$

$$A = \frac{A_{\min} + A_{\max}}{2} \pm \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2} = 0,206 \pm 0,002$$

[51]

Preko horizontalnega odmika  $x$  izračunamo  $A$  še za serije Pet, Šest in Sedem, in vrednosti prikažemo v *Tabeli 9*:

*Tabela 9*

*Tabela vrednosti A določenih z najinim modelom (posredno) in vrednosti A izračunanih iz horizontalnih odmikov x (neposredno):*

Serija	Posredno (z modelom)	Neposredno (preko računanja horizontalnega odmika x)
Ena	$-0,0934 \pm 0,0008$	/
Dve	$-0,148 \pm 0,002$	/
Tri	$-0,130 \pm 0,002$	/
Štiri	$-0,166 \pm 0,004$	$0,206 \pm 0,002$
Pet	$-0,203 \pm 0,006$	$0,333 \pm 0,003$
Šest	$-0,164 \pm 0,003$	$0,231 \pm 0,002$
Sedem	$-0,199 \pm 0,005$	$0,201 \pm 0,002$

Razlika med vrednosti  $A$  določenih z najinim modelom in vrednosti  $A$  izračunanih iz horizontalnih odmikov  $x$  je velika in zunaj okvirov napak. Interpretacija, problematika in pojasnilo tega sledi v poglavju 8. *Zaključek*.

## 7.5. Funkcijski prikaz meritev

V temu poglavju bodo predstavljeni grafi enačbe [24] za vse serije:

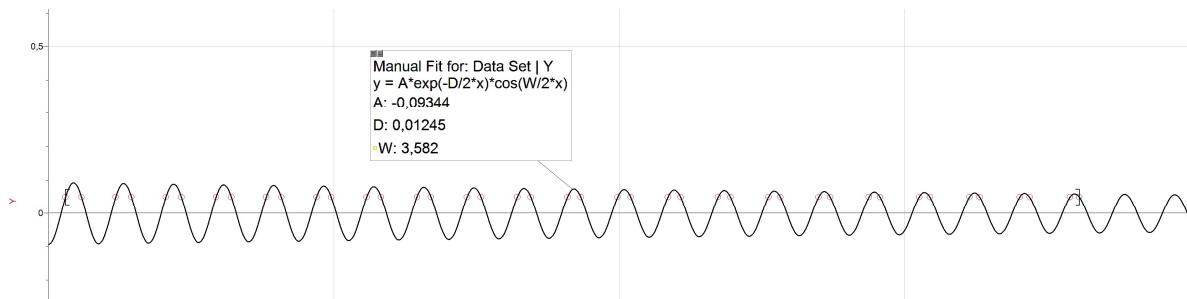
$$\theta(t) = A e^{-\frac{D}{2}t} \cos\left(\frac{W}{2}t\right)$$

[24]

Namreč zdaj smo izračunali in določili vse parametre zgornje enačbe in jih lahko primerjamo s praktično določenimi meritvami aktivacij fotovrat. V spodnjih grafih y-os predstavlja kot  $\theta(t)$ , x-os pa čas  $t$ . Rdeče točke na grafih predstavljajo točke, kjer je prišli do aktivacije fotovrat v neravnovesni legi:

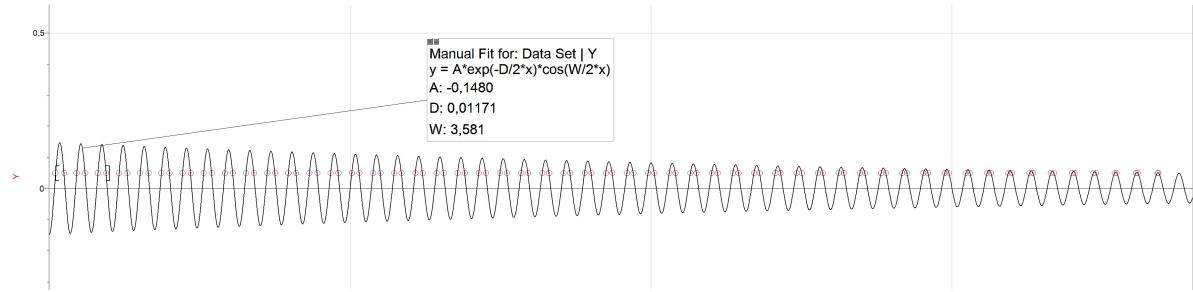
*Slika 7*

*Slika funkcijskega prikaza serije Ena*



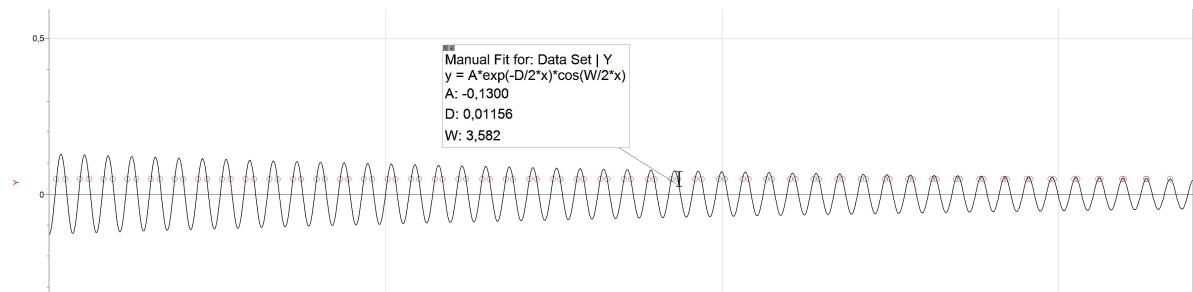
Slika 8

Slika funkcjskega prikaza serije Dve



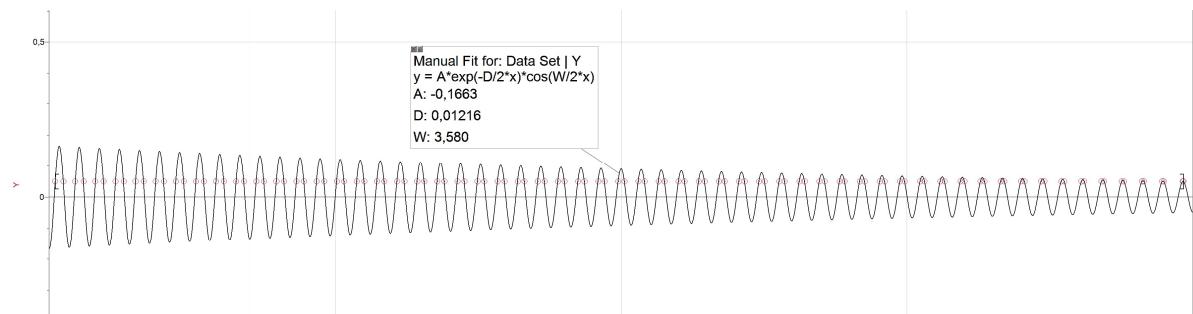
Slika 9

Slika funkcjskega prikaza serije Tri



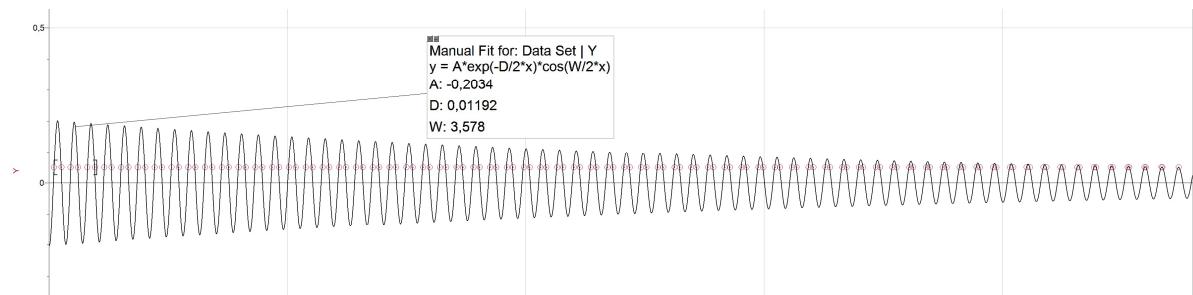
Slika 10

Slika funkcjskega prikaza serije Štiri



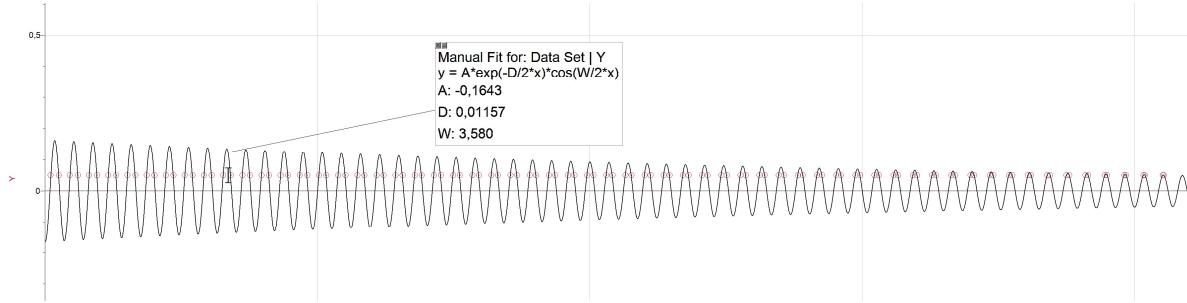
Slika 11

Slika funkcjskega prikaza serije Pet



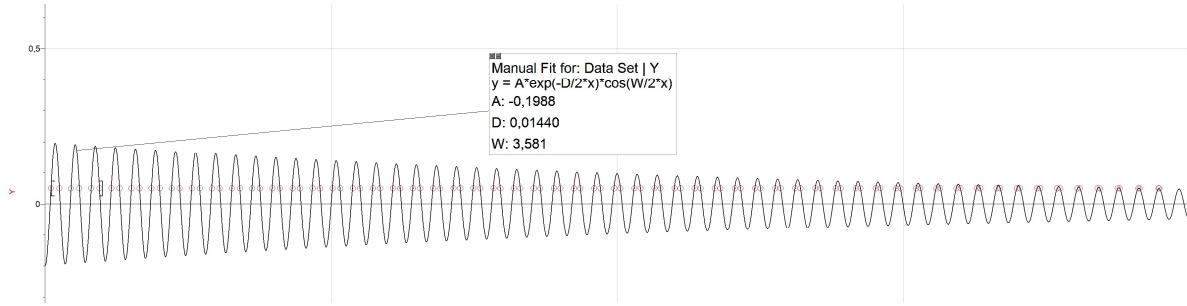
Slika 12

Slika funkcjskega prikaza serije Šest



Slika 13

Slika funkcjskega prikaza serije Sedem



## 8. Zaključek

Skozi raziskovalno nalogo sva na več različnih načinov obdelali več različnih delov predpostavljene enačbe [24]. Znotraj tega poglavja si bomo tako pogledali vsak del enačbe in premislili o uporabnosti metode glede na pridobljene rezultate.

Pri merjenju dolžine nihala  $l$  smo v nalogi dosegli zelo dober rezultat. Največja razpršenost posamezne meritve je v seriji Pet. Znotraj te serije smo imeli tudi največji začetni kot. Majhne in približno enake vrednosti razpršenosti pa smo imeli pri serijah Dve, Tri, Štiri in Sedem. Pri vseh teh serijah je bil začeten kot dokaj majhen, torej lahko sklepamo, da začetni kot negativno vpliva na razpršenost. To je tudi smiselno iz perspektive približka, ki smo ga naredili, ko smo enačili sinusno funkcijo z njenim kotom. Največja napako izmed vseh serij pa je tudi imela serija Pet. Na osnovi tega lahko sklepamo, da je velik začeten odmak nepriporečljiv za izvajanje meritev. Ostale so relativno blizu in kakšne močne povezave med njihovo vrednostjo in napako ni mogoče narediti. Povprečna napaka pri dolžini nihala je tako 0,62% in povprečna relativna razpršenost pri vseh serijah je 0,23%. Manj kot odstotek odstopanja je tako izjemno natančen rezultat. Hipotezo 1 tako lahko potrdimo na osnovi zelo dobrega ujemanja med laserskim merilcem razdalja in teoretičnim rezultatom, ki smo ga izračunali preko aktivacij fotovrat.

Za razliko od dolžine nihala, je faktor  $D$  malo manj konsistenten. V seriji Štiri je relativna razpršenost celo 17%, kar je ogromno v primerjavi z natančnostjo dolžine  $l$ . Poleg tega ta serija izstopa brez dobre razlage, saj imajo vse ostale serije relativna razpršenost v vrednosti od 4% pa vse do 9%. Faktor  $D$  je tako v primerjavi z  $l$  veliko manj natančen. Povprečna relativna razpršenost pa je 8,0%, kar je veliko

več, kot je bilo pričakovano. Še vedno je v primerjavi z uporabo vetrnega tunela zelo dober približek. Razpršenost te vrednosti pa je verjetno zato tako velika, ker telo ni točkasto in ker je v določenih delih telo prišlo iz linearne upora v nelinearni upor. Največja razpršenost v seriji Pet to močno potrjuje, saj je bil v tej seriji začetni odmik največji in tako tudi največje hitrosti (s katerimi lahko nihalo preide v nelinearnost). Lahko torej potrdita hipotezo 2, saj je faktor  $D$  velik v povprečju samo  $0,012 \pm 0,001 \frac{1}{s}$ .

Največje neujemanje izračunanih rezultatov pa leži v maksimalnem kotnem odmiku tega nihala. Če pogledamo *Tabelo 9*, potem lahko vidimo zelo veliko razliko. To je mogoče pojasniti z vse različnimi težavami. Če je določena amplituda manjša, verjetno pomeni, da smo nekje izgubili nekaj energije. To pa je lahko zaradi nelinearnosti upora, sukanja uteži nihala, trenja v prijemališču ipd. Tovrstna interpretacija pa ni popolna, saj se vsi funkcionalni prikazi serij zelo lepo ujemajo v točkah. Tako je tudi odprta možnost, da je pri fotovratih prihajalo do majhnih odstopanj, ki so omogočile, da je neprava funkcija najbolj prilagajoča. Na tej točki je tako to največja omejitev tega modela, da ne more natanko določiti začetne amplitude. Tako ima ta model dve večji omejitvi: deluje za manjše kote in začetni kot določi zelo nekonsistentno.

Priložnosti za nadaljnjo raziskovanje so tako možne v dveh poljih. Ker je odstopanje izračunane vrednosti in dejanske vrednosti začetnega kota zelo veliko, bi lahko (če bi imeli več časa) poskusili spremenjati določene pogoje in ugotoviti, kaj pripelje model do tega zanimivega neskladja. Na drugi strani, pa bi lahko naredili računalniško analizo diferencialne enačbe, ki bi upoštevala nelinearni upor (na primer, kvadratni zakon upora). Tovrstna enačba pa nima splošno rešitve, zato bi naloga potrebovala parcialno analizo preko integralov. Zaradi omejitev z dolžino naloge in časom, tega nismo mogli storiti.

Največja vrednost te naloge torej leži v natančnosti izmerjene dolžine vrvice in presenetljive praktičnosti pri uporabi nove metode za merjenje nihanja – fotovrat.

## 9. Literatura

*Complex harmonic motion.* (2023). Pridobljeno iz Wikipedia:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Complex\\_harmonic\\_motion](https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_harmonic_motion)

Sousa, R. d. (2019). *University of Victoria: University system*. Pridobljeno iz Lecture 5: Damped Harmonic Motion: [http://www.web.uvic.ca/~rdesousa/teaching/P321A/L05\\_321A.pdf](http://www.web.uvic.ca/~rdesousa/teaching/P321A/L05_321A.pdf)

Tsokos, K. (2014). *Physics for the Ib Diploma*. Cambridge: Cambridge University Press.

### Dostop do grafov Desmos:

- Skica 3: <https://www.desmos.com/calculator/2v3kpvdwm9>
- Slika 3: <https://www.desmos.com/calculator/vrgeux8g2h>
- Slika 4: <https://www.desmos.com/calculator/y0py9u4ulv>
- Slika 5: <https://www.desmos.com/calculator/fhtflavw2e>
- Slika 6: <https://www.desmos.com/calculator/djgaeh9qou>
- Slika 7: <https://www.desmos.com/calculator/wl09djftrx>
- Slika 8: <https://www.desmos.com/calculator/38yhifw7go>
- Slika 9: <https://www.desmos.com/calculator/h0oo6nqquk>

### Logger Pro:

- Funkcijski prikaz grafov:  
<https://drive.google.com/drive/folders/1M88rP7KRizCxx1EVms5dU2itEZMyTYiQ?usp=sharing>

## 10. Priloga

### 10.1. Priloga 1

#### Surovi podatki in najbolj osnovna interpretacija

R – fotovrata v ravnovesni legi

NR – Fotovrata v neravnovesni legi

Tabela 10

Aktivacijski časi fotovrat v serijah Dve-Pet

R 2	NR 2	R 3	NR 3	R 4	NR 4	R 5	NR 5
4,208356	4,362605	3,903598	4,093611	1,922335	2,062301	2,860174	2,946516
5,966376	5,810113	5,662004	5,470732	3,685974	3,543489	4,626431	4,53837
7,722559	7,881509	7,415566	7,608576	5,448489	5,589089	6,39184	6,481836
9,479521	9,31734	9,169762	8,973249	7,202661	7,061638	8,156277	8,063809
11,23823	11,40386	10,92818	11,13037	8,956901	9,105077	9,921389	10,01643
12,99451	12,82771	12,68413	12,48062	10,71703	10,56445	11,6848	11,58828
14,75094	14,92241	14,43827	14,64531	12,481	12,63363	13,43081	13,53118
16,50737	16,33399	16,19292	15,9832	14,23554	14,08315	15,19574	15,0936
18,26521	18,44155	17,95123	18,1651	15,98866	16,14744	16,959	17,062
20,02031	19,84145	19,70563	19,48968	17,74733	17,58488	18,71828	18,61273
21,77696	21,96042	21,4596	21,68039	19,51078	19,67446	20,48251	20,59223
23,53364	23,34746	23,21509	22,99073	21,26537	21,10147	22,24479	22,13363
25,29082	25,47967	24,97269	25,19925	23,01805	23,18798	24,00476	24,11781
27,04553	26,85483	26,72593	26,4976	24,7763	24,60191	25,76453	25,64861
28,80239	28,99847	28,48028	28,71622	26,53913	26,71431	27,52791	27,64682
30,55868	30,36037	30,23679	29,99822	28,29303	28,11776	29,28735	29,16733
32,31425	32,51522	31,99267	32,23214	30,04566	30,22844	31,04605	31,1696
34,06892	33,86489	33,74517	33,50336	31,80437	31,61803	32,80638	32,67981
35,82565	36,03426	35,50045	35,75085	33,56563	33,75165	34,56784	34,69597
37,58151	37,3704	37,2568	37,00385	35,31856	35,13162	36,32509	36,19542
39,33654	39,55144	39,01149	39,26544	37,07161	37,26752	38,08404	38,21865
41,09152	40,87452	40,76404	40,50756	38,83099	38,63135	39,84415	39,70725
42,84797	43,06933	42,51989	42,78458	40,59062	40,78826	41,60325	41,7413
44,60252	44,37888	44,27558	44,00861	42,34217	42,14341	43,35938	43,21899
46,35739	46,58607	46,02891	46,29811	44,09604	44,30594	45,11863	45,26412
48,11264	47,88121	47,78204	47,50979	45,85568	45,64294	46,87782	46,73087
49,86876	50,10382	49,53836	49,8174	47,61329	47,82259	48,6348	48,78377
51,62266	51,38542	51,29326	51,01164	49,36413	49,15251	50,39136	50,23954
53,3779	53,62114	53,04567	53,33235	51,11976	51,34337	52,15122	52,3071
55,13263	54,88739	54,80011	54,51155	52,87948	52,6535	53,90846	53,75119
56,88807	57,13694	56,55634	56,84989	54,63489	54,85739	55,66481	55,82552

R 2	NR 2	R 3	NR 3	R 4	NR 4	R 5	NR 5
58,64149	58,38992	58,30995	58,01364	56,38597	56,16099	57,42206	57,25835
60,39702	60,65448	60,06293	60,36666	58,14277	58,37988	59,18114	59,34751
62,15155	61,89131	61,81797	61,5118	59,9019	59,66264	60,93699	60,76895
63,90655	64,17076	63,57356	63,88291	61,65522	61,89221	62,69342	62,86648
65,66024	65,39381	65,32625	65,01466	63,40679	63,16688	64,45141	64,27572
67,41587	67,68825	67,07956	67,40119	65,16528	65,41563	66,20938	66,38678
69,17057	68,89579	68,83538	68,51162	66,92208	66,67008	67,96466	67,78513
70,92468	71,20408	70,58985	70,91584	68,67439	68,92741	69,72132	69,90662
72,67932	72,39713	72,34216	72,01344	70,42719	70,17151	71,47937	71,29176
74,43459	74,7221	74,09626	74,43571	72,18659	72,44952	73,23505	73,42422
76,1891	75,89908	75,85224	75,50991	73,94143	73,67625	74,99022	74,79831
77,94295	78,23887	77,60543	77,95049	75,69333	75,96312	76,74722	76,94474
79,69801	79,39995	79,35775	79,01059	77,44763	77,17505	78,50444	78,30505
81,45224	81,75539	81,11271	81,4696	79,20684	79,48311	80,25919	80,46128
83,20685	82,90105	82,86758	82,50702	80,95977	80,68098	82,01456	81,80951
84,96025	85,27283	84,61998	84,98521	82,71198	82,99931	83,77141	83,98095
86,71574	86,40046	86,3727	86,00564	84,4679	84,17815	85,52746	85,31592
88,46966	88,78995	88,12809	88,50355	86,22586	86,51598	87,28132	87,49736
90,22403	89,90136	89,88207	89,50261	87,97735	87,68444	89,03724	88,81856
91,97795	92,308	91,63391	92,02106	89,73068	90,03575	90,79379	91,01583
93,73284	93,40042	93,38781	92,99985	91,48815	91,18056	92,54853	92,32467
95,48621	95,82411	95,14307	95,53794	93,24404	93,5499	94,30283	94,53295
97,24002	96,89945	96,89588	96,49701	94,99481	94,68637	96,05923	95,8265
98,9938	99,34166	98,64833	99,0578	96,74965	97,07178	97,81518	98,05041
100,7485	100,3977	100,403	99,99246	98,50705	98,18224	99,56924	99,33168
102,5014	102,8586	102,1578	102,5742	100,2614	100,5849	101,3241	101,5689
104,2559	103,8967	103,91	103,4902	102,0126	101,6869	103,081	102,8339
106,0096	106,3762	105,6628	106,0948	103,7689	104,1079	104,8354	105,0847
107,7644	107,3949	107,4178	106,9841	105,5257	105,1837	106,5897	106,3378
109,5173	109,8943	109,1716	109,6117	107,2786	107,6216	108,3446	108,6033
111,272	110,8925	110,9239	110,4811	109,0308	108,6864	110,1009	109,8396
113,0258	113,4125	112,6776	113,1332	110,7881	111,1431	111,8542	112,1187
114,78	114,3905	114,4329	113,9739	112,5434	112,1841	113,6086	113,3416
116,5335	116,9319	116,1857	116,652	114,2951	114,6597	115,3642	115,6373
118,2882	117,8877	117,938	117,4706	116,0491	115,6841	117,1197	116,8439
120,0421	120,45	119,6925	120,1729	117,8065	118,1785	118,8727	119,1533
121,7959	121,3851	121,4469	120,9617	119,5604	119,1832	120,6277	120,3448
123,5493	123,9696	123,1993	123,6943	121,3118	121,6981	122,3833	122,6712
125,3041	124,8811	124,952	124,4568	123,0669	122,6804	124,1378	123,8474
127,0577	127,4888	126,7072	127,2151	124,8234	125,2134	125,8911	126,1885
128,8116	128,3783	128,4607	127,9475	126,5757	126,1805	127,6467	127,3472
130,5655	131,009	130,2134	130,7395	128,328	128,7364	129,402	129,7054
132,3196	131,8733	131,9668	131,4414	130,0841	129,6749	131,1557	130,8496

R 2	NR 2	R 3	NR 3	R 4	NR 4	R 5	NR 5
134,0734	134,5288	133,722	134,2602	131,8395	132,2507	132,9095	133,2238
135,8266	135,3689	135,4742	134,9304	133,5908	133,1761	134,6653	134,3488
137,5809	138,0493	137,2268	137,7863	135,3445	135,7749	136,42	136,7404
139,3342	138,8626	138,9804	138,4211	137,1013	136,6682	138,1733	137,8504
141,0879	141,5705	140,7348	141,3082	138,8549	139,2898	139,9281	140,2595
142,8408	142,3566	142,4863	141,9087	140,6063	140,1694	141,683	141,3489
144,5954	145,0907	144,2395	144,8353	142,361	142,8135	143,4372	143,7757
146,3481	145,8494	145,9932	145,396	144,1173	143,6604	145,1901	144,8492
148,1021	148,6135	147,747	148,3617	145,8694	146,3316	146,9457	147,2948
149,8547	149,3412	149,4987	148,8816	147,6216	147,1605	148,6999	148,3476
151,6092	152,1348	151,2523	151,8902	149,3774	149,8527	150,4539	150,8119
153,3617	152,8331	153,0061	152,3645	151,1326	150,6502	152,2071	151,8471
155,1154	155,6578	154,7589	155,4233	152,884	153,3755	153,9628	154,3305
156,8687	156,3239	156,5107	155,8463	154,6373	154,1485	155,7164	155,3455
158,6225	159,1812	158,2647	158,955	156,394	156,8946	157,4704	157,8489
160,3751	159,8137	160,0181	159,3219	158,1479	157,6388	159,2241	158,8437
162,1289	162,7059	161,7704	162,5013	159,8989	160,4211	160,9797	161,3668
163,8823	163,3022	163,5229	162,794	161,6535	161,1344	162,7329	162,3425
165,6358	166,2327	165,2772	166,0518	163,4098	163,9393	164,4869	164,8866
167,3885	166,7899	167,0299	166,2486	165,1617	164,6243	166,2413	165,8396
169,1426	169,7598	168,7823	169,6606	166,914	167,468	167,9962	168,4044
170,8957	170,275		170,5349	168,6694	168,117	169,749	169,3378
172,6491	173,2903			170,4246	170,9886	171,5034	171,9251
174,402	173,7592			172,176	171,6068	173,2575	172,8333
176,1562	176,8228			173,9288	174,5172	175,0123	175,4436
177,9089	177,2388			175,6858	175,0955	176,7645	176,3308
179,6624	180,3595			177,4386	178,0436	178,5197	178,9644
181,4153	180,7171			179,1899	178,5838	180,2732	179,8251
183,1692	183,9023			180,9442	181,571	182,0275	182,4841
184,9216	184,1852			182,7	182,0667	183,7799	183,3215
186,675	187,461			184,452	185,1057	185,5354	186,0048
188,4278	187,6404			186,2036	185,553	187,2885	186,8153
				187,9586	188,6331	189,0427	189,5262
				189,7133	189,0281	190,7954	190,3106
				191,4643	192,1789	192,5508	193,0468
				193,2169	192,509	194,3038	193,8037
				194,9727	195,7162	196,0579	196,5704
				196,726	195,9704	197,8111	197,2974
				198,4769	199,2928	199,5665	200,092
				200,2308	199,4239	201,3188	200,7894
						203,0732	203,6169
						204,8266	204,2811
						206,5818	207,1405

R 2	NR 2	R 3	NR 3	R 4	NR 4	R 5	NR 5
					208,3339	207,7722	
					210,0888	210,6666	
					211,8422	211,2615	
					213,5969	214,1933	
					215,3493	214,7509	
					217,104	217,7207	
					218,8574	218,2367	
					220,6113	221,2522	
					222,3637	221,7221	
					224,1186	224,7829	
					225,8715	225,2024	
					227,6251	228,3212	
					229,3779	228,6817	
					231,1325	231,8621	
					232,8848	232,1505	
					234,6383	235,4177	
					236,3914	235,6121	
					238,1456	239,0209	
						239,8981	

Opomba: vse meritve so v sekundah

Tabela 11

Aktivacijski čas v serijah Šest-Sedem

R 6	NR 6	R 7	NR 7
4,406234	4,532009	3,797189	3,939806
6,165366	6,037206	5,555289	5,410372
7,925031	8,056436	7,312692	7,460448
9,685	9,551028	9,070531	8,919832
11,44376	11,58028	10,82816	10,98202
13,20228	13,06364	12,58578	12,42992
14,96149	15,10363	14,34251	14,50211
16,71964	16,57589	16,09991	15,93848
18,477	18,62431	17,85781	18,02251
20,23536	20,08553	19,61417	19,44731
21,99348	22,14597	21,37079	21,54179
23,75077	23,59599	23,1281	22,95453
25,50794	25,66685	24,88523	25,06162
27,26596	27,10527	26,6413	26,46285
29,02302	29,18678	28,39788	28,58098
30,7796	30,61368	30,15487	29,96977
32,5366	32,70652	31,91084	32,09901
34,29397	34,12152	33,66676	33,47587

R 6	NR 6	R 7	NR 7
36,05027	36,22577	35,42318	35,61827
37,80688	37,62889	37,17991	36,98237
39,56383	39,74578	38,93524	39,13645
41,32046	41,1367	40,69135	40,48787
43,0762	43,2639	42,44741	42,65504
44,8328	44,64259	44,20348	43,99373
46,58909	46,78281	45,95827	46,1725
48,34525	48,14907	47,71473	47,49772
50,10073	50,30127	49,47043	49,69111
51,85746	51,65463	51,22588	51,00288
53,61296	53,81942	52,98093	53,20917
55,3689	55,16031	54,73684	54,50645
57,12417	57,33744	56,49196	56,72608
58,8806	58,66479	58,24656	58,00991
60,63562	60,85507	60,00166	60,24367
62,39152	62,16945	61,75706	61,51236
64,14681	64,37365	63,51191	63,76053
65,90304	65,67407	65,26631	65,0153
67,65754	67,89083	67,02162	67,27816
69,41339	69,17766	68,77645	68,51771
71,16822	71,40854	70,53118	70,79464
72,92401	72,68113	72,28544	72,01919
74,67829	74,92599	74,04099	74,31227
76,43422	76,18405	75,79544	75,52158
78,18894	78,44354	77,55034	77,82987
79,94427	79,68743	79,30532	79,02347
81,69856	81,96083	81,06066	81,34731
83,45434	83,18949	82,81494	82,52575
85,20865	85,478	84,56945	84,86479
86,96389	86,69187	86,32461	86,0265
88,71821	88,99589	88,07864	88,38147
90,47394	90,19389	89,83328	89,52798
92,22781	92,51286	91,58739	91,89926
93,98306	93,69559	93,34295	93,02866
95,73717	96,03035	95,09621	95,41585
97,49253	97,19665	96,85131	96,52909
99,2462	99,54763	98,6053	98,93407
101,0015	100,6975	100,3608	100,0292
102,7555	103,0652	102,114	102,4517
104,5106	104,1985	103,8695	103,5296
106,2641	106,5825	105,6231	105,9695
108,0195	107,6985	107,3785	107,0294
109,7731	110,0997	109,1313	109,4875

R 6	NR 6	R 7	NR 7
111,5281	111,1987	110,887	110,5282
113,2815	113,6177	112,6402	113,0053
115,0369	114,6983	114,3954	114,0276
116,7902	117,1349	116,1484	116,5242
118,5452	118,198	117,9042	117,526
120,2983	120,6527	119,657	120,0419
122,0537	121,6965	121,412	121,0246
123,8064	124,1701	123,1648	123,5607
125,5613	125,195	124,9203	124,5215
127,3142	127,688	126,6728	127,079
129,0693	128,6929	128,4278	128,0194
130,8216	131,2055	130,1809	130,5982
132,5767	132,1905	131,9363	131,5161
134,3293	134,7233	133,6885	134,1172
136,0844	135,6875	135,4437	135,0127
137,8371	138,2422	137,1966	137,6367
139,5923	139,1848	138,9517	138,5085
141,3454	141,7609	140,7042	141,1571
143,1003	142,6822	142,4595	142,0046
144,8531	145,2801	144,2124	144,6768
146,6082	146,1785	145,9672	145,4998
148,3609	148,7992	147,7198	148,1982
150,1157	149,6746	149,4751	148,9943
151,8684	152,3192	151,2279	151,7189
153,6234	153,17	152,9827	152,489
155,3761	155,839	154,7352	155,2406
157,1309	156,6656	156,4907	155,9826
158,8836	159,3593	158,2428	158,7623
160,6385	160,1597	159,9979	159,4759
162,3906	162,8802	161,7502	162,2855
164,1452	163,6534	163,5059	162,9673
165,8977	166,401	165,2576	165,8094
167,6524	167,1462	167,0128	166,4593
169,4046	169,9228	168,7651	169,3334
171,1593	170,6387	170,5205	169,9487
172,9116	173,4449	172,2722	172,8602
174,6664	174,1301	174,0276	173,4378
176,4182	176,9681	175,7799	176,3869
178,1732	177,621	177,5348	176,9246
179,9248	180,4911	179,2866	179,9156
181,6797	181,1107	181,0419	180,4112
183,4313	184,0164	182,794	183,4456
185,1862	184,5983	184,5488	183,8941

R 6	NR 6	R 7	NR 7
186,9382	187,5432	186,3008	186,9799
188,6929	188,0855	188,0561	187,3745
190,4452	191,0715	189,8082	190,5191
192,2002	191,571	191,5628	190,8499
193,9523	194,6023	193,315	194,064
195,7071	195,0551	195,0703	194,3185
197,4594	198,1355	196,8222	197,6377
199,2143	198,5349	198,5771	197,7612
200,9661	201,6739		
202,721	202,0113		
204,4728	205,219		
206,2275	205,4788		
207,9792	208,7854		
209,7339	208,9262		

*Opomba: vse meritve so v sekundah*

## 10.2. Priloga 2

### Napredna interpretacija

Tabela 12

Povprečni  $t_0$  in  $\frac{W}{2}$  za vse Serije

Serija\Spremenljivka	$t_0$ [s]	$\frac{W}{2}$ [ $s^{-1}$ ]	Standardna deviacija $\frac{W}{2}$
Ena	3,508272	1,790968066	0,003015383
Dva	3,508941	1,790622	0,001327
Tri	3,508058	1,791074	0,001557
Štiri	3,509884	1,790146	0,00316
Pet	3,511723	1,789209	0,003272
Šest	3,509875	1,790147	0,001918
Sedem	3,509548	1,790313	0,00162

Opomba: v programu Excel je bila izračunana tudi standardna deviacija za  $\frac{W}{2}$

Tabela 13

Časi aktivacij glede na začetek nihanja za vse serije ( $t_n$ ) v sekundah

Ena	Dve	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
1,187765	1,033987	1,069216	1,021786	0,969471	1,00534	1,021667
2,31633	2,481495	2,446338	2,502974	2,561325	2,510537	2,492233
4,711094	4,552891	4,584181	4,548574	4,504791	4,529767	4,542309
5,810615	5,988722	5,948855	6,021123	6,086764	6,024359	6,001693
8,222061	8,075241	8,105973	8,064562	8,039386	8,053609	8,063882
9,318341	9,499094	9,456226	9,523934	9,61123	9,536974	9,511781
11,74737	11,59379	11,62091	11,59312	11,55413	11,57697	11,58397
12,81116	13,00537	12,9588	13,04264	13,11656	13,04922	13,02035
15,25976	15,11293	15,14071	15,10693	15,08496	15,09764	15,10437
16,31827	16,51283	16,46529	16,54437	16,63568	16,55887	16,52917
18,78511	18,6318	18,65599	18,63394	18,61518	18,6193	18,62365
19,81326	20,01884	19,96634	20,06095	20,15658	20,06932	20,03639
22,29787	22,15105	22,17486	22,14747	22,14077	22,14018	22,14348
23,31546	23,52621	23,4732	23,56139	23,67156	23,5786	23,54471
25,82054	25,66985	25,69182	25,67379	25,66978	25,66012	25,66284
26,81011	27,03176	26,97383	27,07724	27,19028	27,08701	27,05163
29,33903	29,1866	29,20775	29,18793	29,19255	29,17985	29,18087

30,31015	30,53627	30,47897	30,57752	30,70276	30,59485	30,55773
32,85621	32,70564	32,72645	32,71114	32,71892	32,6991	32,70013
Ena	Dve	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
33,80802	34,04178	33,97945	34,09111	34,21837	34,10222	34,06423
36,37776	36,22282	36,24105	36,227	36,24161	36,21911	36,21832
37,30302	37,5459	37,48316	37,59084	37,73021	37,61003	37,56973
39,89247	39,74071	39,76018	39,74775	39,76426	39,73723	39,7369
40,80264	41,05026	40,98422	41,1029	41,24195	41,11592	41,0756
43,41918	43,25745	43,27371	43,26543	43,28707	43,25614	43,25436
44,29514	44,55259	44,48539	44,60242	44,75383	44,6224	44,57958
46,93222	46,7752	46,793	46,78207	46,80672	46,7746	46,77297
47,79639	48,0568	47,98724	48,112	48,26249	48,12796	48,08474
50,45895	50,29252	50,30796	50,30285	50,33006	50,29275	50,29103
51,28468	51,55878	51,48715	51,61298	51,77415	51,63364	51,58831
53,97539	53,80832	53,82549	53,81688	53,84848	53,81077	53,80794
54,78644	55,0613	54,98924	55,12047	55,28131	55,13812	55,09177
57,49955	57,32586	57,34226	57,33936	57,37047	57,3284	57,32553
58,27409	58,56269	58,48741	58,62212	58,7919	58,64278	58,59422
61,0206	60,84214	60,85852	60,8517	60,88944	60,84698	60,84239
61,77513	62,06519	61,99027	62,12636	62,29867	62,1474	62,09716
64,54147	64,35963	64,3768	64,37511	64,40974	64,36416	64,36002
65,26059	65,56717	65,48723	65,62957	65,80808	65,65099	65,59958
68,06972	67,87546	67,89145	67,88689	67,92958	67,88187	67,8765
68,76057	69,06852	68,98905	69,131	69,31472	69,15446	69,10105
71,58565	71,39349	71,41132	71,409	71,44717	71,39932	71,39413
72,24624	72,57046	72,48552	72,63574	72,82126	72,65738	72,60344
1,187765	74,91025	74,92609	74,92261	74,96769	74,91687	74,91173
2,31633	76,07133	75,9862	76,13453	76,328	76,16076	76,10534
4,711094	78,42677	78,44521	78,4426	78,48424	78,43416	78,42917
5,810615	79,57243	79,48263	79,64047	79,83246	79,66282	79,60761
8,222061	81,94422	81,96082	81,95879	82,0039	81,95133	81,94666
9,318341	83,07185	82,98125	83,13763	83,33888	83,1652	83,10836
11,74737	85,46133	85,47915	85,47547	85,52032	85,46922	85,46333
12,81116	86,57274	86,47822	86,64392	86,84152	86,66722	86,60984
15,25976	88,97938	88,99667	88,99524	89,03878	88,98619	88,98112
16,31827	90,0718	89,97546	90,14005	90,34763	90,16892	90,11052
18,78511	92,4955	92,51355	92,50938	92,55591	92,50369	92,49771
19,81326	93,57083	93,47261	93,64585	93,84945	93,66998	93,61095
22,29787	96,01304	96,03341	96,03127	96,07337	96,02096	96,01593
23,31546	97,06911	96,96807	97,14172	97,35463	97,17079	97,1111
25,82054	99,52996	99,54984	99,5444	99,59181	99,5385	99,53355
26,81011	100,568	100,4658	100,6464	100,8568	100,6719	100,6115
29,33903	103,0476	103,0705	103,0674	103,1076	103,0558	103,0513
30,31015	104,0663	103,9597	104,1432	104,3608	104,1719	104,1113

32,85621	106,5657	106,5873	106,5811	106,6263	106,573	106,5693
33,80802	107,5638	107,4567	107,6458	107,8625	107,6721	107,61
Ena	Dve	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
36,37776	110,0839	110,1088	110,1025	110,1417	110,091	110,0872
37,30302	111,0619	110,9495	111,1436	111,3645	111,1716	111,1095
39,89247	113,6032	113,6276	113,6192	113,6602	113,6083	113,6061
40,80264	114,5591	114,4462	114,6436	114,8668	114,6714	114,6079
43,41918	117,1214	117,1485	117,138	117,1763	117,126	117,1237
44,29514	118,0564	117,9373	118,1427	118,3677	118,1699	118,1065
46,93222	120,641	120,6699	120,6576	120,6941	120,6435	120,6425
47,79639	121,5525	121,4324	121,6399	121,8704	121,6683	121,6034
50,45895	124,1602	124,1907	124,1729	124,2115	124,1614	124,1608
51,28468	125,0497	124,9231	125,14	125,3702	125,1663	125,1012
53,97539	127,6804	127,7151	127,6958	127,7284	127,6788	127,68
54,78644	128,5447	128,417	128,6344	128,8726	128,6638	128,5979
57,49955	131,2002	131,2358	131,2102	131,2468	131,1966	131,199
58,27409	132,0403	131,906	132,1356	132,3718	132,1608	132,0946
61,0206	134,7206	134,7619	134,7344	134,7634	134,7155	134,7186
61,77513	135,534	135,3967	135,6277	135,8734	135,6581	135,5904
64,54147	138,2418	138,2838	138,2493	138,2824	138,2342	138,239
65,26059	139,0279	138,8843	139,1289	139,3718	139,1555	139,0864
68,06972	141,7621	141,8109	141,773	141,7987	141,7535	141,7587
68,76057	142,5208	142,3716	142,6199	142,8722	142,6518	142,5816
71,58565	145,2849	145,3373	145,2911	145,3178	145,2726	145,2801
72,24624	146,0126	145,8572	146,12	146,3706	146,148	146,0762
	148,8062	148,8658	148,8122	148,8348	148,7925	148,8008
	149,5045	149,3401	149,6097	149,87	149,6433	149,5709
	152,3292	152,3989	152,335	152,3534	152,3124	152,3225
	152,9953	152,8219	153,108	153,3685	153,1389	153,0645
	155,8526	155,9306	155,8541	155,8719	155,8326	155,8442
	156,4851	156,2975	156,5983	156,8666	156,6331	156,5578
	159,3773	159,4769	159,3806	159,3897	159,3535	159,3673
	159,9736	159,7696	160,0938	160,3655	160,1267	160,0492
	162,9041	163,0274	162,8988	162,9096	162,8744	162,8913
	163,4613	163,2242	163,5838	163,8626	163,6195	163,5411
	166,4312	166,6362	166,4275	166,4273	166,3962	166,4153
	166,9464	167,5105	167,0765	167,3608	167,112	167,0306
	169,9617		169,9481	169,948	169,9182	169,9421
	170,4306		170,5663	170,8562	170,6034	170,5197
	173,4942		173,4767	173,4666	173,4414	173,4687
	173,9102		174,055	174,3537	174,0943	174,0064
	177,0309		177,0031	176,9874	176,9644	176,9974
	177,3885		177,5432	177,8481	177,5841	177,493
	180,5737		180,5304	180,507	180,4898	180,5274

	180,8565		181,0262	181,3445	181,0716	180,976
	184,1324		184,0652	184,0277	184,0166	184,0618
Ena	Dve	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
	184,3118		184,5125	184,8383	184,5589	184,4563
			187,5926	187,5491	187,5448	187,6009
			187,9876	188,3335	188,0443	187,9318
			191,1384	191,0698	191,0757	191,1458
			191,4684	191,8266	191,5284	191,4004
			194,6757	194,5934	194,6089	194,7196
			194,9299	195,3203	195,0083	194,8431
			198,2523	198,1149	198,1472	
			198,3833	198,8124	198,4846	
				201,6398	201,6923	
				202,3041	201,9521	
				205,1634	205,2587	
				205,7951	205,3996	
				208,6896		
				209,2845		
				212,2162		
				212,7739		
				215,7437		
				216,2597		
				219,2751		
				219,745		
				222,8059		
				223,2253		
				226,3442		
				226,7047		
				229,8851		
				230,1735		
				233,4407		
				233,635		
				237,0438		
				237,9211		

Vsi časi so v sekundah

Tabela 14

Tabela z maksimalnimi kotnimi amplitudami A glede na aktivacijo fotovrat in serijo

Aktivacija/Serija	Ena	Dva	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
1	-0,09518	-0,18124	-0,14878	-0,19654	-0,30781	-0,2212	-0,1968
2	-0,09472	-0,19053	-0,15582	-0,22064	-0,39193	-0,23394	-0,20494
3	-0,09328	-0,17425	-0,14678	-0,18023	-0,25056	-0,20311	-0,18777
4	-0,09314	-0,19235	-0,15455	-0,24054	-0,49333	-0,24662	-0,21006

5	-0,09465	-0,16505	-0,14056	-0,17759	-0,21414	-0,1892	-0,17913
6	-0,09506	-0,19816	-0,15717	-0,2324	-0,64312	-0,25759	-0,21626
Aktivacija/Serija	Ena	Dva	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
7	-0,09256	-0,16025	-0,13918	-0,1638	-0,21406	-0,17819	-0,17318
8	-0,09333	-0,19884	-0,15609	-0,25469	-0,5768	-0,26834	-0,22028
9	-0,09363	-0,15558	-0,13522	-0,164	-0,19312	-0,17133	-0,16777
10	-0,09512	-0,20107	-0,15808	-0,24382	-0,68593	-0,2733	-0,22478
11	-0,09187	-0,15164	-0,13406	-0,15425	-0,17739	-0,16454	-0,16397
12	-0,0941	-0,20152	-0,15604	-0,26269	-0,88013	-0,28035	-0,22688
13	<b>-0,09293</b>	-0,14789	-0,13127	-0,15497	-0,16857	-0,15921	-0,16026
14	<b>-0,09481</b>	-0,20372	-0,15836	-0,24923	-0,98914	-0,28461	-0,23076
15	<b>-0,09199</b>	-0,14485	-0,12966	-0,14744	-0,15855	-0,15518	-0,15734
16	<b>-0,09394</b>	-0,20373	-0,15623	-0,26663	-1,28758	-0,2868	-0,23254
17	<b>-0,09201</b>	-0,14329	-0,1287	-0,14801	-0,1542	-0,15174	-0,15567
18	<b>-0,0943</b>	-0,2026	-0,15739	-0,25317	-1,35572	-0,28765	-0,23315
19	<b>-0,09234</b>	-0,14068	-0,12669	-0,14347	-0,14821	-0,14896	-0,15349
20	<b>-0,09428</b>	-0,20276	-0,15547	-0,26589	-1,64366	-0,28746	-0,23451
21	<b>-0,09194</b>	-0,1393	-0,12656	-0,1433	-0,14504	-0,14606	-0,15223
22	<b>-0,0938</b>	-0,20144	-0,1558	-0,25234	-1,68851	-0,28844	-0,23449
23	<b>-0,09283</b>	-0,13775	-0,12474	-0,14074	-0,14224	-0,14449	-0,15096
24	<b>-0,09426</b>	-0,20056	-0,15453	-0,26178	-1,72645	-0,28513	-0,23516
25	<b>-0,09175</b>	-0,1369	-0,1252	-0,13993	-0,1397	-0,1427	-0,15049
26	<b>-0,09354</b>	-0,19771	-0,15348	-0,24917	-1,7777	-0,28342	-0,23337
27	<b>-0,093</b>	-0,13574	-0,12362	-0,13973	-0,13889	-0,14132	-0,1496
28	<b>-0,09441</b>	-0,197	-0,15296	-0,25404	-1,58034	-0,28001	-0,23341
29	<b>-0,09217</b>	-0,13492	-0,12372	-0,13779	-0,1366	-0,14026	-0,14915
30	<b>-0,09326</b>	-0,19429	-0,15147	-0,24523	-1,60995	-0,27717	-0,23157
31	<b>-0,09298</b>	-0,13483	-0,12302	-0,13894	-0,13661	-0,1394	-0,14939
32	<b>-0,09431</b>	-0,19236	-0,15131	-0,24689	-1,37816	-0,27235	-0,22988
33	<b>-0,09276</b>	-0,13414	-0,12268	-0,13661	-0,13526	-0,13884	-0,14943
34	<b>-0,09335</b>	-0,18968	-0,14923	-0,24022	-1,35375	-0,26834	-0,22731
35	<b>-0,09308</b>	-0,13405	-0,1226	-0,13855	-0,13525	-0,138	-0,14992
36	<b>-0,0944</b>	-0,18818	-0,14967	-0,23769	-1,18277	-0,26465	-0,22562
37	<b>-0,09349</b>	-0,13359	-0,12199	-0,13619	-0,13482	-0,13784	-0,15017
38	<b>-0,09345</b>	-0,18646	-0,14736	-0,23414	-1,13171	-0,25967	-0,22365
39	<b>-0,09311</b>	-0,13384	-0,12254	-0,1384	-0,13466	-0,13756	-0,15101
40	<b>-0,09448</b>	-0,18446	-0,14749	-0,22887	-1,01473	-0,25503	-0,22105
41	<b>-0,09427</b>	-0,13339	-0,12168	-0,13681	-0,13539	-0,13747	-0,15148
42	<b>-0,09388</b>	-0,18313	-0,14537	-0,22786	-0,92187	-0,25008	-0,21968
43		-0,13346	-0,12232	-0,13841	-0,13516	-0,13743	-0,15205
44		-0,18122	-0,14522	-0,22072	-0,85107	-0,24624	-0,2181
45		-0,1337	-0,12188	-0,13782	-0,13636	-0,13757	-0,1528
46		-0,17969	-0,14347	-0,22142	-0,76251	-0,24114	-0,21714
47		-0,13372	-0,12243	-0,13862	-0,13656	-0,13782	-0,15362

48		-0,17731	-0,14277	-0,21386	-0,71467	-0,23695	-0,21511
49		-0,13392	-0,12236	-0,13932	-0,13789	-0,1379	-0,15484
Aktivacija/Serija	Ena	Dva	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
50		-0,17607	-0,1416	-0,21518	-0,6399	-0,2328	-0,21399
51		-0,13391	-0,12258	-0,13908	-0,1386	-0,13836	-0,15574
52		-0,17396	-0,14071	-0,20788	-0,60732	-0,22874	-0,2125
53		-0,13456	-0,12303	-0,14072	-0,13979	-0,13872	-0,15715
54		-0,1721	-0,13993	-0,20903	-0,5516	-0,22449	-0,2111
55		-0,13487	-0,12288	-0,14001	-0,14092	-0,13921	-0,15808
56		-0,17009	-0,13878	-0,20266	-0,52499	-0,22047	-0,20978
57		-0,13542	-0,12356	-0,14203	-0,1418	-0,13969	-0,15932
58		-0,16864	-0,13848	-0,20321	-0,48791	-0,21711	-0,20888
59		-0,13584	-0,12345	-0,14121	-0,14353	-0,1403	-0,16058
60		-0,16709	-0,13721	-0,1985	-0,46423	-0,21325	-0,20785
61		-0,13622	-0,12419	-0,14315	-0,14445	-0,14101	-0,16188
62		-0,16544	-0,13699	-0,19802	-0,43613	-0,20994	-0,20642
63		-0,13665	-0,1241	-0,14296	-0,14638	-0,14156	-0,16331
64		-0,16421	-0,13581	-0,1947	-0,41319	-0,20654	-0,2057
65		-0,13688	-0,12462	-0,14417	-0,14743	-0,14238	-0,16452
66		-0,16286	-0,13578	-0,19304	-0,3944	-0,20369	-0,2046
67		-0,13748	-0,12485	-0,14488	-0,14926	-0,14312	-0,16621
68		-0,16179	-0,13459	-0,19119	-0,37477	-0,20035	-0,2039
69		-0,13785	-0,12511	-0,14548	-0,1506	-0,14401	-0,16764
70		-0,16043	-0,13448	-0,18859	-0,3618	-0,19737	-0,20259
71		-0,13838	-0,12558	-0,14722	-0,15214	-0,14484	-0,16933
72		-0,15968	-0,13361	-0,18772	-0,34485	-0,19447	-0,20203
73		-0,13879	-0,1256	-0,14714	-0,15386	-0,14585	-0,17086
74		-0,15842	-0,13357	-0,18445	-0,33473	-0,19171	-0,2012
75		-0,13938	-0,1263	-0,14922	-0,15521	-0,14683	-0,17255
76		-0,15755	<b>-0,13278</b>	-0,18453	-0,32067	-0,18906	-0,2006
77		-0,13993	<b>-0,12637</b>	-0,14907	-0,15711	-0,14761	-0,1742
78		-0,15634	<b>-0,13253</b>	-0,18098	-0,312	-0,18684	-0,19993
79		-0,14044	<b>-0,12715</b>	-0,15111	-0,15839	-0,14851	-0,17576
80		-0,15543	<b>-0,13199</b>	-0,18142	-0,30021	-0,185	-0,19964
81		-0,14124	<b>-0,12742</b>	-0,15129	-0,16048	-0,14937	-0,1776
82		-0,15447	<b>-0,13166</b>	-0,17818	-0,29219	-0,18297	-0,19928
83		-0,14167	<b>-0,12795</b>	-0,15277	-0,16186	-0,15033	-0,17915
84		-0,1535	<b>-0,13136</b>	-0,17856	-0,28295	-0,18116	-0,19897
85		-0,14249	<b>-0,12844</b>	-0,15371	-0,16384	-0,15118	-0,18101
86		-0,15281	<b>-0,13103</b>	-0,17566	-0,27597	-0,17934	-0,19898
87		<b>-0,14315</b>	<b>-0,12874</b>	-0,15443	-0,16547	-0,15213	-0,18276
88		<b>-0,15213</b>	<b>-0,13091</b>	-0,17582	-0,26894	-0,17791	-0,19892
89		<b>-0,14387</b>	<b>-0,12945</b>	-0,15596	-0,16719	-0,1531	-0,18467
90		<b>-0,1515</b>	<b>-0,13061</b>	-0,17381	-0,26248	-0,17628	-0,19903

91		<b>-0,14455</b>	<b>-0,12951</b>	-0,15623	-0,16913	-0,15402	-0,18642
92		<b>-0,15091</b>	<b>-0,13057</b>	-0,17361	-0,25735	-0,17477	-0,19892
Aktivacija/Serija	Ena	Dva	Tri	Štiri	Pet	Šest	Sedem
93		<b>-0,1451</b>	<b>-0,13005</b>	-0,15811	-0,17062	-0,15505	<b>-0,18817</b>
94		<b>-0,15049</b>	<b>-0,1303</b>	-0,17219	-0,25157	-0,17334	<b>-0,19928</b>
95		<b>-0,14581</b>	<b>-0,13079</b>	<b>-0,15832</b>	-0,17271	-0,15601	<b>-0,19012</b>
96		<b>-0,14998</b>		<b>-0,17179</b>	-0,24731	-0,17212	<b>-0,19934</b>
97		<b>-0,14632</b>		<b>-0,16</b>	-0,17414	-0,15703	<b>-0,19174</b>
98		<b>-0,14971</b>		<b>-0,17101</b>	-0,24185	-0,17094	<b>-0,19971</b>
99		<b>-0,14692</b>		<b>-0,16061</b>	-0,17616	<b>-0,15797</b>	<b>-0,19364</b>
100		<b>-0,14928</b>		<b>-0,17034</b>	-0,2383	<b>-0,16994</b>	<b>-0,19995</b>
101		<b>-0,14745</b>		<b>-0,16173</b>	-0,17772	<b>-0,15906</b>	<b>-0,19546</b>
102		<b>-0,14921</b>		<b>-0,16994</b>	-0,23355	<b>-0,16902</b>	<b>-0,20062</b>
103		<b>-0,14799</b>		<b>-0,16292</b>	-0,17963	<b>-0,15993</b>	<b>-0,1974</b>
104		<b>-0,14888</b>		<b>-0,16903</b>	-0,2305	<b>-0,168</b>	<b>-0,20111</b>
105		<b>-0,14839</b>		<b>-0,16347</b>	-0,18138	<b>-0,16076</b>	<b>-0,19911</b>
106		<b>-0,14879</b>		<b>-0,16909</b>	-0,22668	<b>-0,16731</b>	<b>-0,20178</b>
107				<b>-0,16512</b>	-0,18307	<b>-0,16159</b>	<b>-0,20079</b>
108				<b>-0,16814</b>	-0,22409	<b>-0,16671</b>	<b>-0,20252</b>
109				<b>-0,1654</b>	-0,18501	<b>-0,16233</b>	<b>-0,20262</b>
110				<b>-0,16852</b>	-0,22107	<b>-0,16631</b>	<b>-0,20347</b>
111				<b>-0,16694</b>	-0,18645	<b>-0,16311</b>	<b>-0,20395</b>
112				<b>-0,16787</b>	-0,2188	<b>-0,16585</b>	<b>-0,20426</b>
113				<b>-0,16737</b>	-0,1884	<b>-0,16376</b>	
114				<b>-0,16821</b>	-0,21642	<b>-0,16558</b>	
115					-0,18981	<b>-0,16442</b>	
116					<b>-0,21441</b>	<b>-0,16531</b>	
117					<b>-0,19163</b>	<b>-0,16489</b>	
118					<b>-0,21269</b>	<b>-0,16515</b>	
119					<b>-0,19312</b>		
120					<b>-0,21099</b>		
121					<b>-0,19471</b>		
122					<b>-0,20981</b>		
123					<b>-0,19636</b>		
124					<b>-0,20833</b>		
125					<b>-0,19767</b>		
126					<b>-0,20736</b>		
127					<b>-0,19935</b>		
128					<b>-0,20613</b>		
129					<b>-0,2005</b>		
130					<b>-0,20556</b>		
131					<b>-0,20192</b>		
132					<b>-0,20461</b>		
133					<b>-0,20303</b>		

134					<b>-0,20443</b>		
135					<b>-0,20487</b>		

*Opomba: Rezultati v odebelenem predstavljajo zadnjih 40 meritev, ki smo jih uporabili za povprečje*