Številski sestavi

Področje:

Matematika

Raziskovalna naloga

Avtorja:

Avguštin Miklavčič in Erik Golli

7. razred

Mentorica:

prof. Andreja Urh

Lektura:

Marinka Skela Miklavčič

2024

Šola:

Osnovna šola Alojzija Šuštarja, Zavod sv. Stanislava

(Štula 23, Ljubljana - Šentvid)

KAZALO

KAZALO SLIK:

1 POVZETEK

Poleg desetiškega sistema obstaja še mnogo drugih številskih sistemov. Razlika med njimi je samo v tem, katero število potenciramo in množimo.
V desetiškem sistemu je to število 10, v sedmiškem 7, v trojiškem 3 …
Pri seštevanju in odštevanju števil v različnih sistemih moramo paziti na podobno razliko med sistemi. Točka prehoda v desetiškem sistemu je 10, v sedmiškem 7, v trojiškem 3 …
V binarnem sistemu lahko na zelo preprost način štejemo s prsti. Naši prsti ponazarjajo 2 cifri (0 in 1). Skrit (spuščen) prst predstavlja cifro 0, dvignjen prst pa cifro 1.

2 SUMMARY

Besides the decimal system, there are many other numerical systems. The difference between them lies only in which number we exponentiate and multiply.
In the decimal system, this number is 10, in the septenary it is 7, in the ternary it is 3, etc. When adding and subtracting numbers in different systems, we must pay attention to a similar difference between the systems. The carry-over point in the decimal system is 10, in the septenary it is 7, in the ternary it is 3, etc.
In the binary system, we can count in a very simple way using our fingers. Our fingers represent 2 digits (0 and 1). A hidden (lowered) finger represents the digit 0, and a raised finger represents the digit 1.

3 UVOD

Ko sva prvič slišala za številske sisteme in teorijo za njimi, se je hitro pojavilo vprašanje: "Ali lahko tudi v drugih številskih sistemih štejemo in računamo kot v desetiškem?" V tej raziskovalni nalogi bova raziskovala prav to. Poskušala bova najti odgovor na to vprašanje in se naučiti čim več o številskih sistemih.
V raziskovalni nalogi je beseda številski sestav večkrat zamenjana z besedo številski sistem, kar pomeni enako.

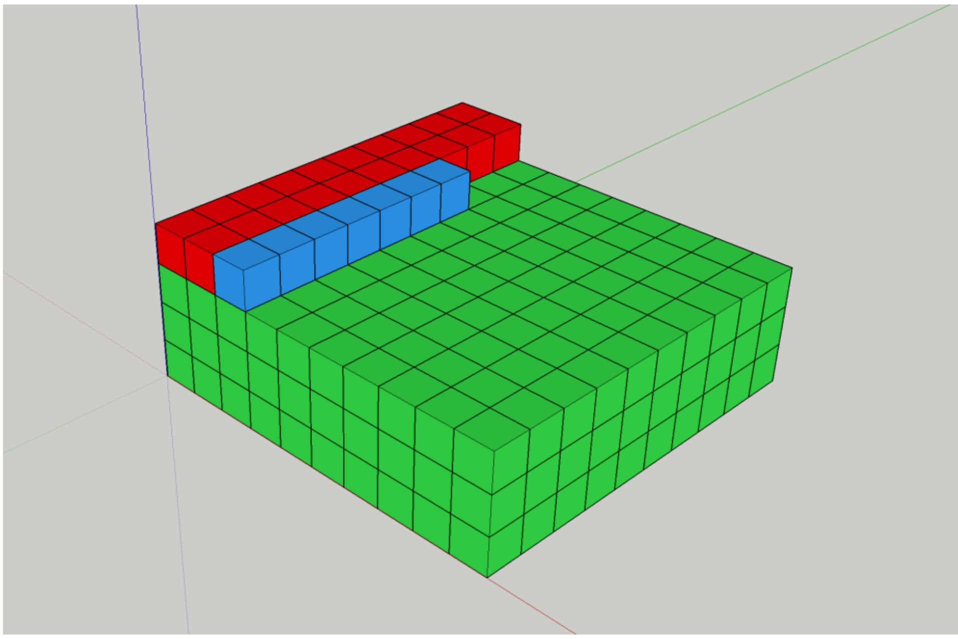
Ključne besede: številski sestavi, računanje v različnih številskih sestavih, ponazoritev binarnih števil s prsti

4 DESETIŠKI ŠTEVILSKI SISTEM

Desetiški ali decimalni številski sistem je nam najbolje poznan številski sistem.
Beseda "desetiški" nam pove, da za zapis števil v tem sistemu uporabljamo 10 različnih cifer (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) in da vsaka cifra prikazuje koeficiente (faktorje), s katerimi množimo **potence števila 10.**
Vzemimo število 327. To bi lahko zapisali tudi kot:

$3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

Ta zapis lahko ponazorimo tudi s kockami:



Slika 1: Prikaz števila 327 v desetiškem sistemu

Če želimo poudariti, da gre za število v desetiškem sistemu, lahko na koncu zapišemo majhno desetko:

327_{10}

5 DVOJIŠKI ŠTEVILSKI SISTEM

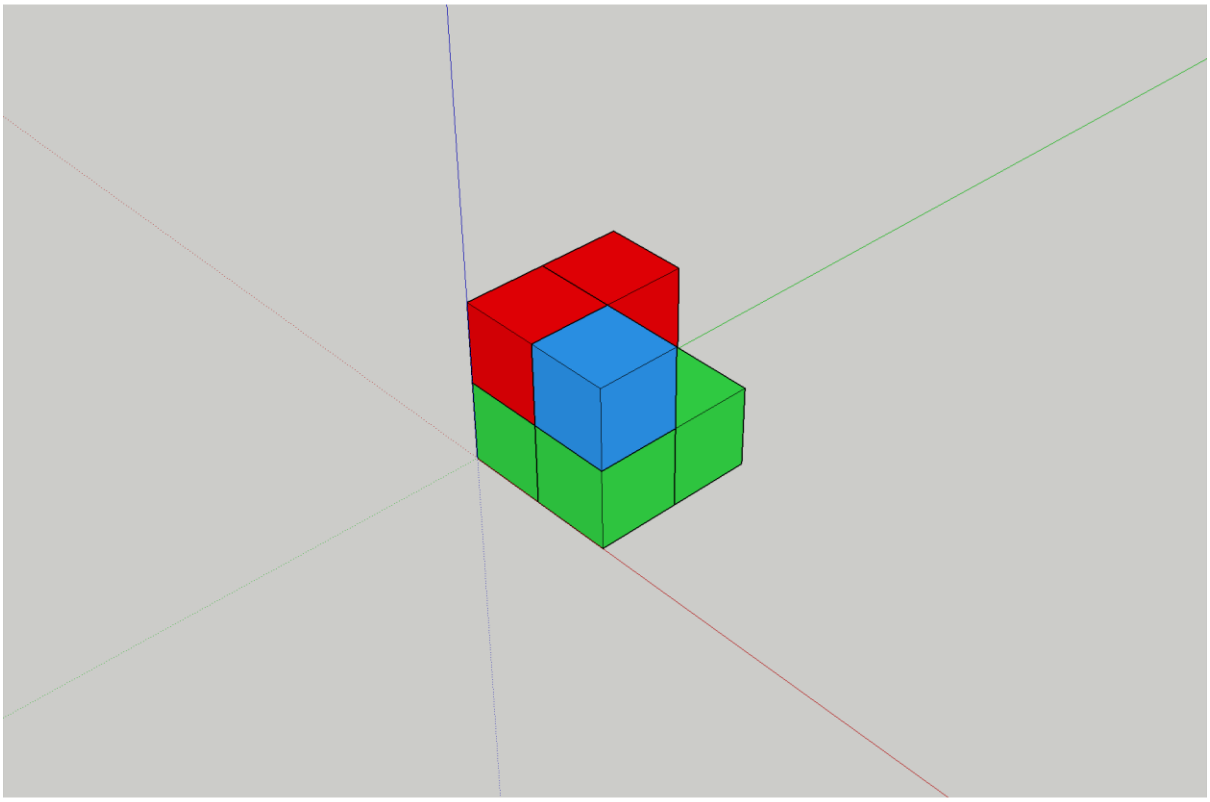
Dvojiški ali binarni številski sistem se zaradi njegove preprostosti največkrat uporablja v računalnikih. A zakaj je tako preprost? Kot pove že ime, ta sistem uporablja le dve različni cifri (0 in 1). Ti dve cifri lahko ponazorijo stikala (0 = ugasnjeno stikalo, 1 = prižgano stikalo), ki so ključni deli delovanja računalnikov in logičnih vrat.

Tako kot pri desetiškem sistemu nam tudi tu ime pove število, katerega potence predstavljajo cifre. V dvojiškem (ali binarnem) sistemu cifre predstavljajo koeficiente, s katerimi množimo **potence števila 2.**

Poglejmo si število 7_{10}. S potencami ga lahko zapišemo takole:

$1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

S kockami pa ga lahko ponazorimo tako:



Slika 2: Prikaz števila 7 v binarnem številskem sistemu

Binarni zapis števila 7_{10} je torej 111.

Če želimo še posebej poudariti, da gre za število v binarnem sistemu, lahko na koncu zapišemo majhno dvojko ali veliko tiskano črko B:

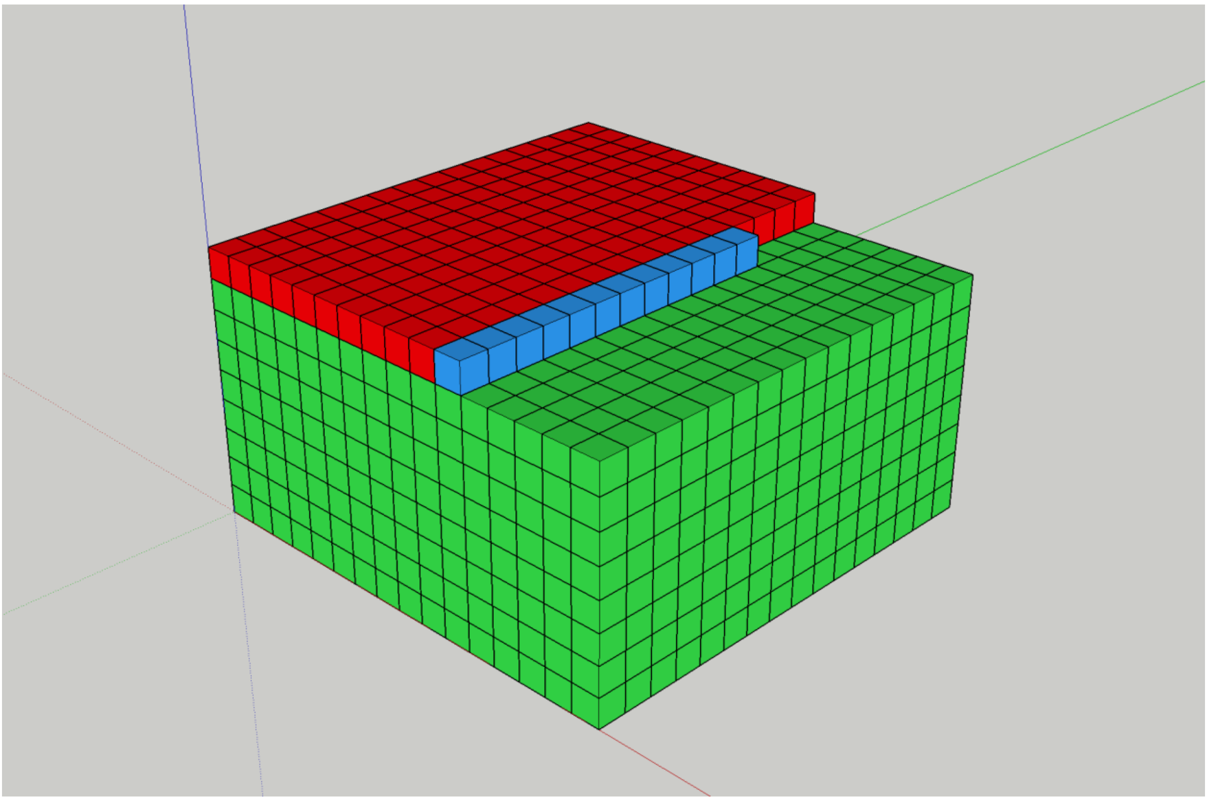
111_2 ali 111_B

6 ŠESTNAJSTIŠKI ŠTEVILSKI SISTEM

Šestnajstiški ali heksadecimalni številski sistem se uporablja pri programiranju za ljudem prijaznejši (in krajši) zapis binarnih števil.
Ime nam pove, da vsebuje 16 različnih cifer (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).
Pri šestnajstiškem sistemu (in vseh drugih sistemih, katerih osnova potence je večja ali enaka 10) števila, večja od 9, zamenjajo črke, ki si sledijo po angleški abecedi.
V heksadecimalnem sistemu cifre predstavljajo koeficiente, s katerimi množimo **potence števila 16.**
Oglejmo si število 2220_{10}. Za pretvarjanje v šestnajstiški sistem ga moramo najprej zapisati s potencami:

$8 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 12 \times 16^0$

Tako pa je videti ponazoritev tega števila s kockami:



Slika 3: Prikaz števila 2220 v heksadecimalnem številskem sistemu

Na heksadecimalni način število 2220_{10} zapišemo takole:

8AC (A = 10, C = 12)

Če želimo še posebej opozoriti na to, da je število v heksadecimalnem oz. šestnajstiškem številskem sistemu, lahko na koncu števila zapišemo majhno šestnajstico ali veliko tiskano črko H:

$8AC_{16}$ ali $8AC_{H}$

7 PRIMERI

Ostali številski sistemi delujejo na enak način kot desetiški in binarni sistem. Tu je nekaj primerov:

7.1 Trojiški sistem

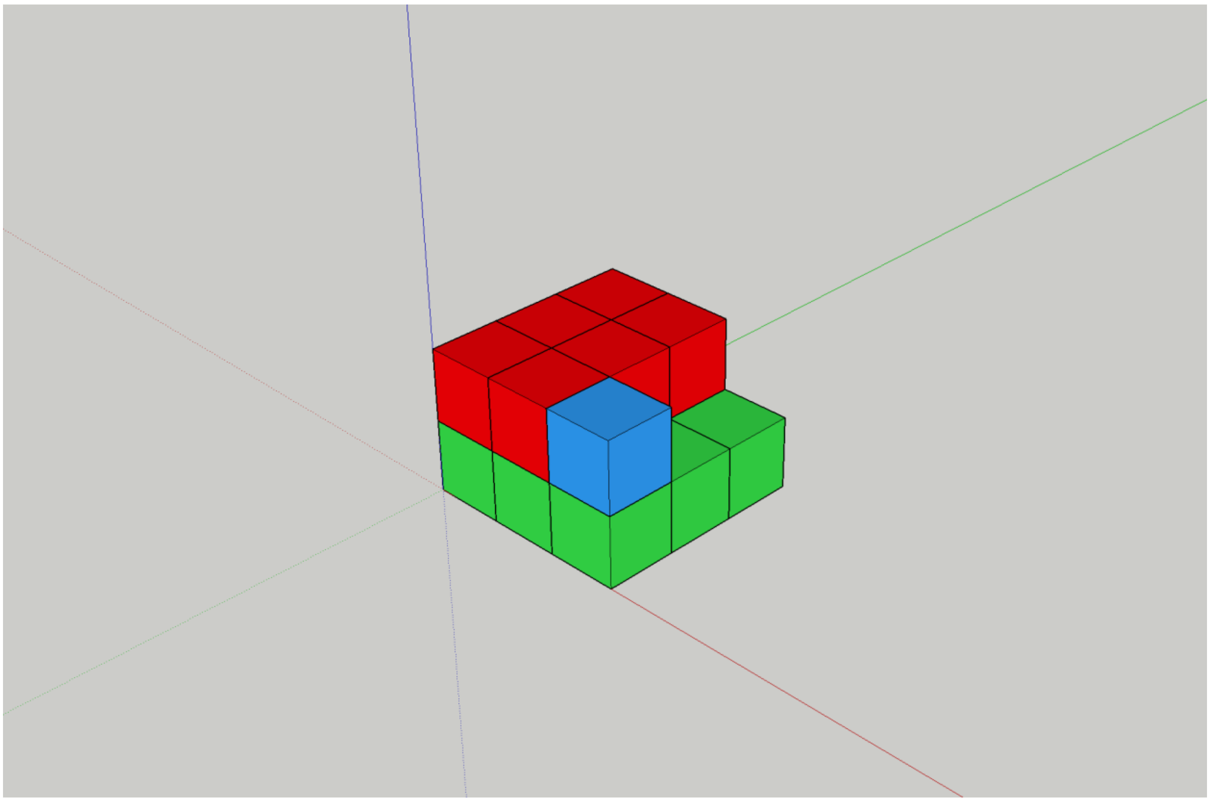
Uporablja tri različne cifre (0, 1, 2).

Cifre predstavljajo koeficiente, s katerimi množimo **potence števila 3.**

$16_{10} = 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 1 \times 3^0 = 121_3$

Ponazoritev s kockami:

.



Slika 4: Prikaz števila 16 v trojiškem številskem sestavu

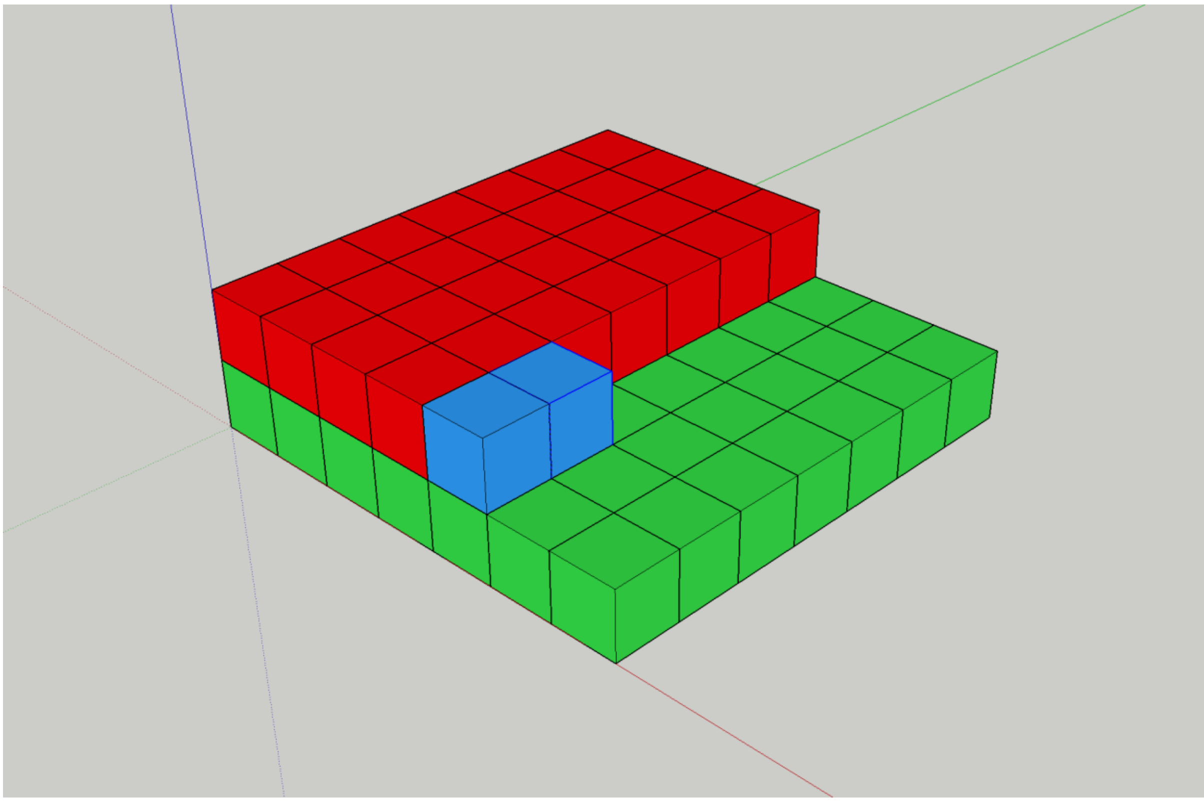
7.2 Sedmiški sistem

Uporablja sedem različnih cifer (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)

Cifre predstavljajo koeficiente, s katerimi množimo **potence števila 7.**

$79_{10} = 1 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 2 \times 7^0 = 142_7$

Ponazoritev s kockami:



Slika 5: Prikaz števila 79 v sedmiškem številskem sestavu

8 SEŠTEVANJE IN ODŠTEVANJE V RAZLIČNIH ŠTEVILSKIH SESTAVIH

8.1 SEŠTEVANJE

Kako pa seštevamo v drugih sistemih?

Odgovor je zelo preprost. Seštevamo lahko kot običajno, le da moramo upoštevati, da je prehod pri **desetiškem** sistemu pri številu **deset**, pri drugih sistemih pa nam lahko točko prehoda pove ime (trojiški sistem - prehod pri št. 3, četrtiški sistem - prehod pri št. 4 itd.). Poglejmo si nekaj primerov.

Četrtiški sistem; $12_4 + 32_4$

Postavimo števili 12_4 in 32_4 v stolpce, kot pri navadnem seštevanju:

$$\begin{array}{r} 12_4 \\ +\ 32_4 \\ \hline \end{array}$$

Običajno bi začeli računati z računom 2 + 2. Koliko je to?

Odgovor 4 **NI** pravilen odgovor! Cifra 4 v četrtiškem sistemu ne obstaja!

Lahko pa jo zapišemo kot 10_4 ($1 \times 4^1 + 0 \times 4^0$). Enico prenesemo naprej in ničlo napišemo pod črto. Naš račun je zdaj videti takole:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 12_4 \\ +\ 32_4 \\ \hline 0 \end{array}$$

Naslednji korak je račun 1 + 1 + 3. Rezultat **NI** 5, pač pa 11_4 ($1 \times 4^1 + 1 \times 4^0$). Eno enico zapišemo pod črto, drugo prenesemo naprej in dobimo rezultat …

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ 12_4 \\ +\ \underline{32_4} \\ 110_4 \end{array}$$

… 110_4. Če želimo vse skupaj preveriti, lahko vsa števila pretvorimo v najpogosteje uporabljeni desetiški sistem in tam preverimo pravilnost.

$12_4 = 6_{10}$
$32_4 = 14_{10}$
$110_4 = 20_{10}$
$6_{10} + 14_{10} = 20_{10}$

Naš izračun je torej pravilen.

Heksadecimalni sistem; $B2_H + 1A_H$

$$\begin{array}{r} C8_H \\ +\ \underline{6A_H} \end{array}$$

Začnimo z računom 8 + A (8 + 10).
V heksadecimalnem sistemu je rezultat tega računa 12_H ($1 \times 16^1 + 2 \times 16^0$). Enico prenesemo naprej in dvojico zapišemo pod črto. Naš račun je videti tako:

$$\begin{array}{r} {}^{1\ \ } \\ C8_H \\ +\ \underline{6A_H} \\ 2\ \ \end{array}$$

Naslednji račun je 1 + C + 6 (1 + 12 + 6). Rezultat je v heksadecimalnem sistemu 13_H ($1 \times 16^1 + 3 \times 16^0$). Enico prenesemo naprej, trojico zapišemo pod črto in naš rezultat je …

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ C8_H \\ \underline{+\ 6A_H} \\ 132_H \end{array}$$

… 132_H. Celoten postopek lahko pretvorimo v desetiški sistem, da preverimo pravilnost našega izračuna.

$C8_H = 200_{10}$
$6A_H = 106_{10}$
$132_H = 306_{10}$
$200_{10} + 106_{10} = 306_{10}$

Vidimo, da je rezultat pravilen.

8.2 ODŠTEVANJE

Odštevanje v drugih številskih sistemih deluje na podoben način kot seštevanje - odštevamo lahko tako kot v desetiškem sistemu, le da moramo upoštevati, da je točka prehoda pri drugih sistemih drugačna (trojiški sistem - prehod pri št. 3, četrtiški sistem - prehod pri št. 4 itd.). Tu je nekaj primerov:

Binarni sistem: 1100_B - 1011_B

Najprej zapišemo števili drugo pod drugo (kot običajno).

$$\begin{array}{r} 1100_B \\ \underline{-\ \ 1011_B} \end{array}$$

Naš prvi račun je 10_B - 1_B. Rezultat **NI** 9, ampak 1_B (cifre 9 v binarnem sistemu ni). Eno enico prenesemo naprej, drugo pa zapišemo pod črto. Naš račun je videti tako:

$$\begin{array}{r} 1100_B \\ \underline{-\ \ 1011_B} \\ 1 \end{array}$$

Naslednji račun je 10_B - 1_B - 1_B. Rezultat **NI** 8, pač pa 0_B, saj cifra 8 v binarnem sistemu **ne obstaja**. Enico prenesemo naprej in ničlo zapišemo pod črto.

$$\begin{array}{r} 1100_B \\ \underline{-\ \ 1011_B} \\ 01 \end{array}$$

Naš naslednji korak je račun 1_B - 1_B, ki je račun brez prehoda, zato je zelo preprost. Rezultat je 0_B. Ničlo preprosto zapišemo pod črto.

$$\begin{array}{r} 1100_B \\ \underline{-\ \ 1011_B} \\ 001 \end{array}$$

Zadnji račun je zopet 1_B - 1_B. Kot že vemo, je rezultat 0_B. Ničlo zapišemo pod črto in dobimo …

$$\begin{array}{r} 1100_B \\ \underline{-\ \ 1011_B} \\ 0001_B \end{array}$$

… 0001_B. Kot pri seštevanju lahko tudi tu vse pretvorimo v desetiški sistem in tam preverimo pravilnost našega rezultata.

$1100_B = 12_{10}$

$1011_B = 11_{10}$

$0001_B = 1_{10}$

$12_{10} - 11_{10} = 1_{10}$

Naš rezultat je pravilen.

Sedmiški sistem; 23_7 - 16_7

$$\begin{array}{r} 23_7 \\ -\ \underline{16}_7 \end{array}$$

Prvi korak je račun $13_7 - 6_7$. Rezultat je 4_7 (in ne 7). Enico prenesemo naprej in štirico zapišemo pod črto.

$$\begin{array}{r} 23_7 \\ -\ \underline{16}_7 \\ 4 \end{array}$$

Naslednji korak je račun $2_7 - 2_7$. Rezultat je 0. Ničlo torej zapišemo pod črto in dobimo rezultat …

$$\begin{array}{r} 23_7 \\ -\ \underline{16}_7 \\ 04_7 \end{array}$$

… 4_7. Račun lahko pretvorimo v desetiški sistem in preverimo pravilnost.

$23_7 = 17_{10}$

$16_7 = 13_{10}$

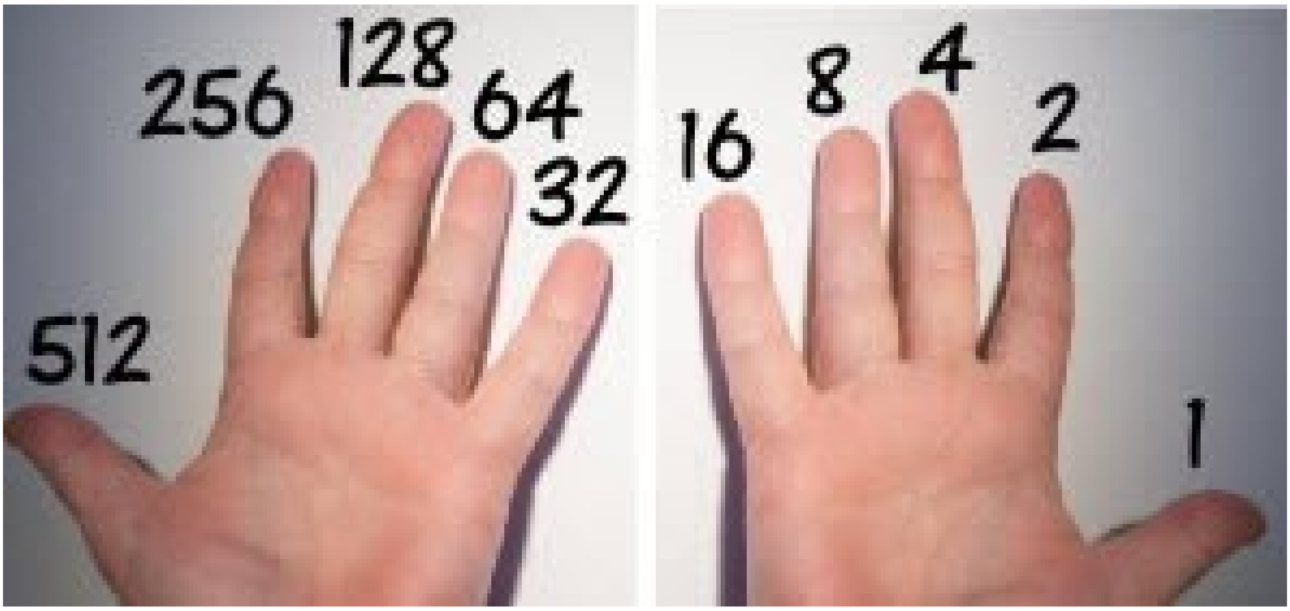
$4_7 = 4_{10}$

$23_{10} - 16_{10} = 4_{10}$

Rezultat je pravilen.

9 DVOJIŠKI ŠTEVILSKI SESTAV - PONAZORITEV Z ROKAMI

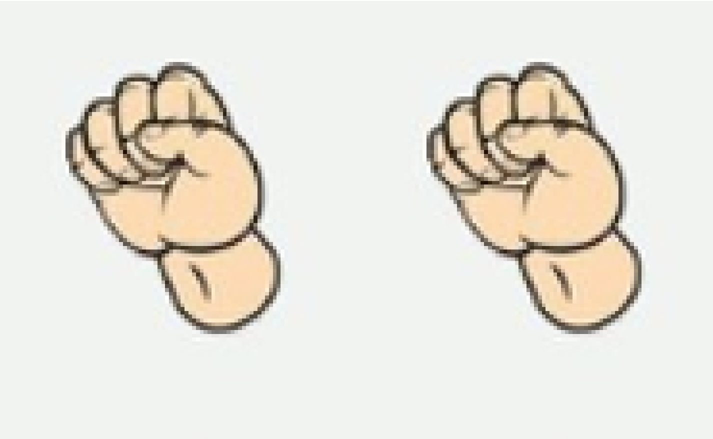
Dvojiški ali binarni številski sistem lahko ponazorimo tudi z rokami/prsti. S tem, da prst dvignemo (pokažemo) ponazorimo število (palec - 1, kazalec - 2, sredinec - 4 in tako naprej kot prikazuje slika). S tem načinom lahko z dvema rokama štejemo do števila 1023 (512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1)



Slika 6: Dvojiški številski sestav predstavljen s prsti

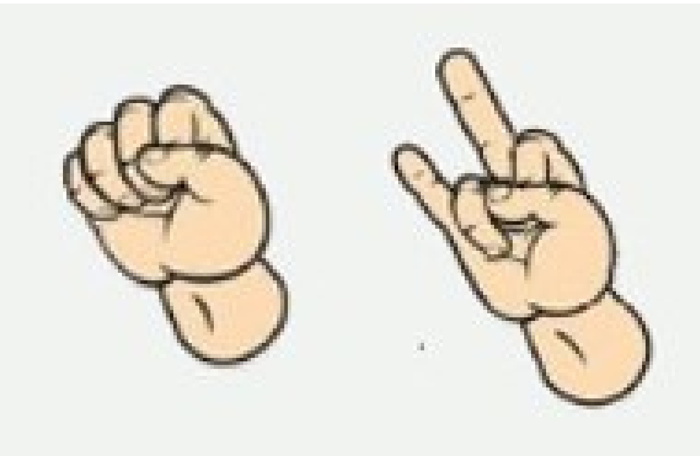
9.1 Primeri:

Število 0_{10} (0_B) ponazorimo tako:



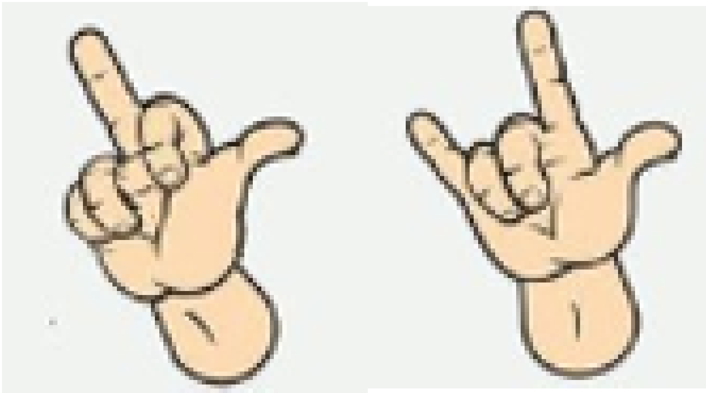
Slika 7: Število 0 ponazorjeno s prsti

Število $20_{10} = 10100_B$ lahko z prsti ponazorimo tako:



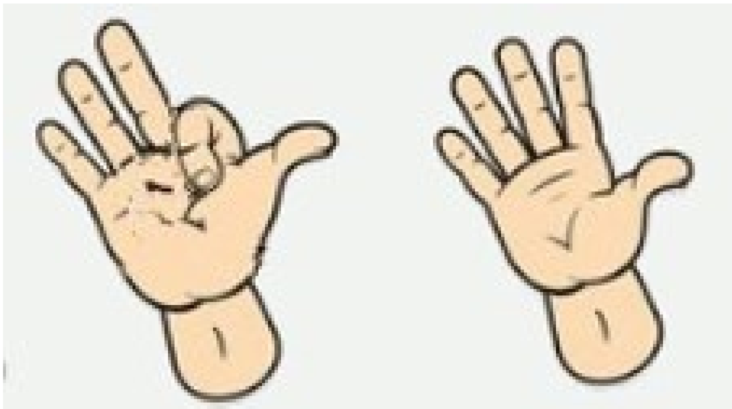
Slika 8: Število 20 ponazorjeno s prsti

Število $179_{10} = 10110011_B$ pa ponazorimo tako:



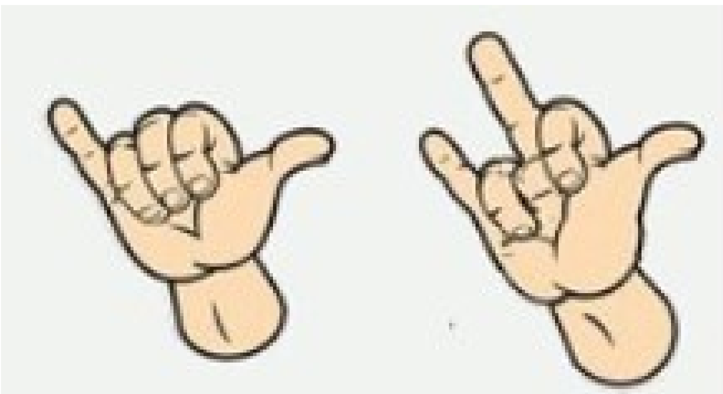
Slika 9: Število 179 ponazorjeno s prsti

Število $959_{10} = 1110111111_B$ ponazorimo tako:



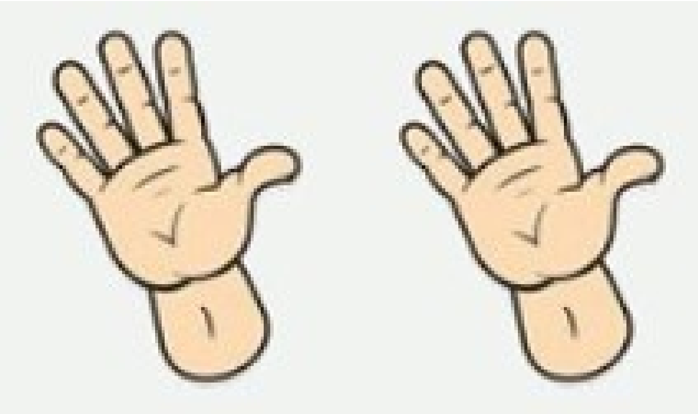
Slika 10: Število 959 ponazorjeno s prsti

Število $565_{10} = 1000110101_B$ ponazorimo tako:



Slika 11: Število 565 ponazorjeno s prsti

Največje število, ki ga lahko prikažemo na ta način (1023_{10} ali 1111111111 v dvojiškem sistemu), pa pokažemo tako:



Slika 12: Število 1023 ponazorjeno s prsti

10 ZAKLJUČEK

V tej raziskovalni nalogi sva ugotovila, da se da v vseh številskih sistemih računati (seštevati in odštevati) na dokaj podoben način kot v desetiškem, pozorni moramo biti le na nekaj podrobnosti.
Kar se tiče štetja je najino pozornost pritegnil binarni sistem. V tem sistemu se da šteti na zares preprost in zanimiv način.
Ko sva pisala to nalogo, sva se naučila veliko novih stvari o številskih sistemih in upava, da bova v naslednjih letih to znanje še nadgradila. Razmišljala sva, da bi lahko za računanje naredila računalniški program za seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje različnih številskih sestavov.

11 LITERATURA

- Šket A. (2021) Vzdrževanje informacijske strojne opreme : učbenik za poučevanje v programih Tehnik računalništva, Računalnikar in Elektrotehnik. Pipanova knjiga, Podsmreka
- Števila predstavljena s prsti, [spletni vir, https://apetrilla.blogspot.com/2012/08/binary-counting-on-fingers.html, prevzeto 26. 2. 2024]
- [Dvojiški številski sestav predstavljen s prsti , spletni vir, https://www.mathsisfun.com/numbers/binary-count-fingers.html, prevzeto 17. 2. 2024]