



Gimnazija Kranj

**DIFRAKCIJA LASERSKEGA ŽARKA NA
TANKIH ŽICAH**

področje: fizika

Kako premer žice vpliva na širino centralnega maksimuma?

Avtor: Matej Jelenc

Mentor: mag. Oliver Ogris

Kranj, 2023

Zahvala

Zahvaljujem se svojemu mentorju in profesorju mag. Oliverju Ogrisu za vso strokovno pomoč in nasvete pri izdelavi naloge.

Kazalo

<i>Zahvala</i>	2
<i>Povzetek</i>	4
1. <i>Uvod</i>	5
2. <i>Raziskovalno vprašanje</i>	5
3. <i>Teorija</i>	5
3.1. Valovanje.....	5
3.2. Fraunhoferjeva difrakcija enojne reže	6
3.3. Babinetovo načelo	6
4. <i>Hipoteza</i>	7
5. <i>Eksploimentalni načrt</i>	7
5.1. Neodvisna spremenljivka	7
5.2. Odvisna spremenljivka.....	7
5.3. Kontrolirane spremenljivke.....	7
5.4. Orodja in instrumenti	8
6. <i>Neobdelani podatki</i>	9
6.1. Spremenljivke	9
6.2. Meritve.....	9
6.3. Vzorec	9
7. <i>Obdelani podatki</i>	10
7.1. Izračuni.....	10
7.2. Rezultati.....	12
8. <i>Analiza in Sklep</i>	12
9. <i>Evalvacija</i>	14
<i>Literatura</i>	15

Povzetek

Cilj raziskovalne naloge je bil ugotoviti, kako se difrakcijski vzorec, natančenje središčni maksimum, povzročen zaradi vpada svetlobe na tanek predmet, spreminja glede na debelino predmeta. Naloga je imela tako tri glavne komponente: dokazati Huygensovo načelo, s tem ko nastane na zaslonu vzorec, Fraunhoferjevo difrakcijo z njeno uporabo pri izračunih in pa Babinetovo načelo, saj naloga predpostavlja, da bo imela tanka žica približno enak a nasproten učinek kot reža iste širine in oblike. Eksperiment je bil izveden s tankimi žicami in enim lasom, na katere je bil usmerjen laser. Zaradi vpada laserskega žarka je prišlo do difrakcije svetlobe, katera je ustvarila vzorec svetlih in temnih prog na zaslonu za žico. Izmerjena je bila širina središčne svetle proge in primerjana s teoretičnimi rezultati, s čimer so bila dokazana vsa tri načela.

Ključne besede: laserska difrakcija, centralni maksimum

1. Uvod

Še preden sem se spoznal s fiziko v srednji šoli si svetlobe nikoli nisem predstavljal kot valovanja, zato me je zelo fasciniralo, ko sem pri pouku videl vzorce, ki jih lahko svetloba tvori ob vpadu na ozke predmete ali reže. Za boljše razumevanje tega pojava sem se odločil izvesti poskus z laserjem in pa tankimi žicami ter enim lasom, kjer je žica oz. las služila kot objekt, na katerega je vpadala svetloba, laserski žarek pa je bil vir svetlobe. Za njima se je nato oblikoval difrakcijski vzorec, ki je bil kasneje preiskovan. Poleg dokazovanja fizikalnih zakonov ima poskus laserske difrakcije tudi veliko praktičnih aplikacij predvsem za merjenje debeline ali premera zelo majhnih snovi npr. delcev prahu, koloidnih sistemov in krvnih celic (Compton et.al., 2015), ter je široko uporabljena metoda v agrikulturni, farmaciji, živilski industriji ter mnogo drugih panogah. (Pei et.al., 2021)

2. Raziskovalno vprašanje: Kako premer žice vpliva na širino centralnega maksimuma?

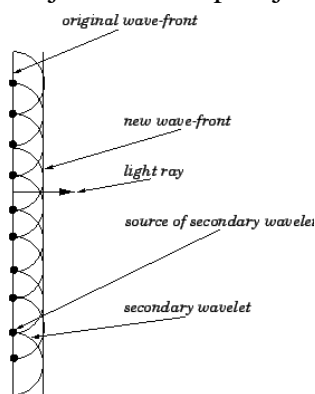
3. Teorija

3.1. Valovanje

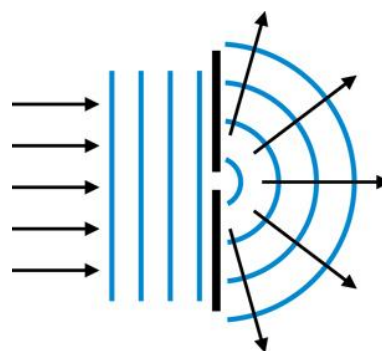
Teorijo o tem, da svetloba deluje kot val, je prvi predlagal nizozemski znanstvenik Christian Huygens leta 1678, ko je razvil svojo valovno teorijo svetlobe in predstavil tako imenovano Huygensovo načelo (Slika 2). Načelo pravi, da se »za ravnino svetlobe vsaka točka na valovni fronti lahko obravnava kot vir sekundarnih sferičnih valov, ki se širijo v smeri naprej s hitrostjo svetlobe, nova valovna fronta pa je tangentska površina vsem tem sekundarnim valovom.« (Fitzpatrick, 2007) Kasneje leta 1818 pa je francoski fizik Augustin-Jean Fresnel dokazal svetlobno interferenco in na podlagi Huygensovega načela razvil teorijo svetlobne difrakcije (Slika 1), ki pojasnjuje, kako se svetloba razširja in širi, ko vpadе skozi majhno odprtino. (Pittcon, 2021) V tem poskusu je bila opazovana Fraunhoferjeva difrakcija, saj so okoliščine poskusa izpolnjevale Fraunhoferjeve pogoje. Pri tem mora biti razdalja (D) med majhno odprtino in ravnino opazovanja, na kateri se oblikuje difrakcijski vzorec, znatno večja od širine reže (a), kar zagotavlja spodnja neenakost (λ je valovna dolžina svetlobnega vira):

$$\frac{a^2}{\lambda \times D} \ll 1$$

Nasprotno, se Fresnelova difrakcija uporablja za bližnjepoljske difrakcije, kjer se difrakcijski vzorec opazuje relativno blizu difrakcijske ravnine. (Nave, n.d.)

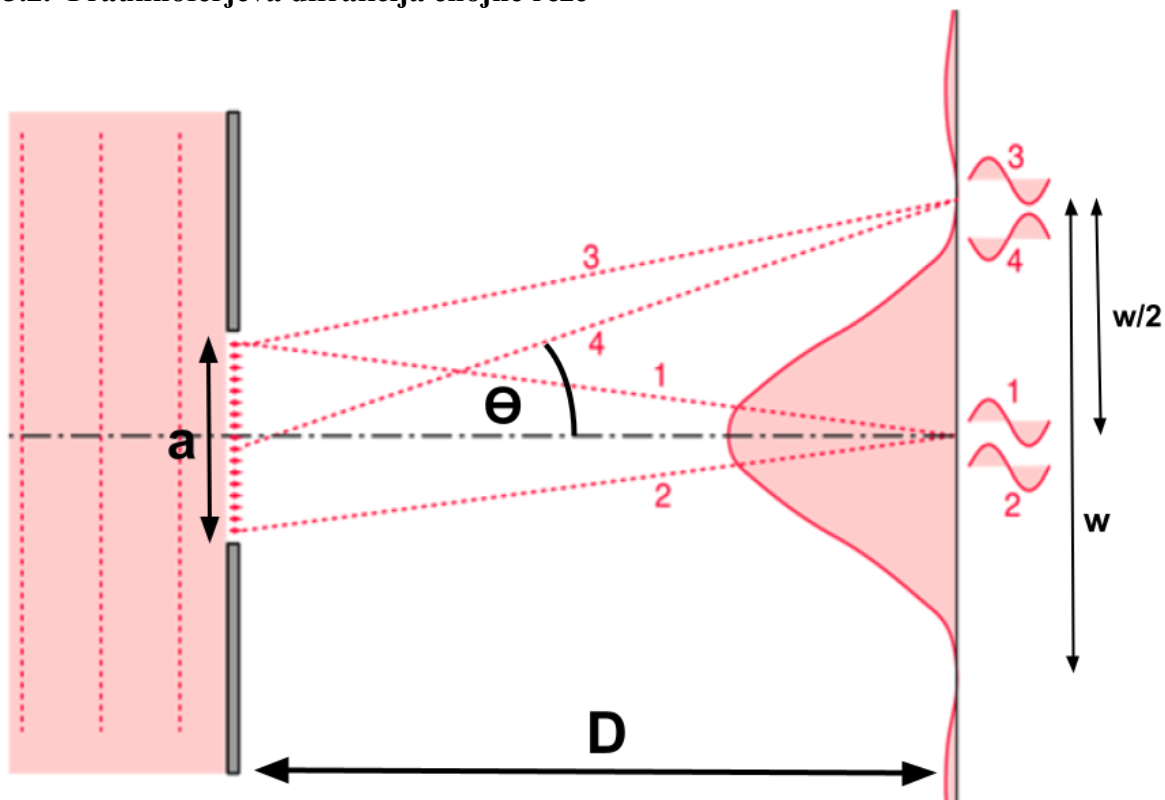


Slika 1. Huygensovo načelo. (Fitzpatrick, 2007)



Slika 2. Difrakcija valovanja. (rockyview, n.d.)

3.2. Fraunhoferjeva difrakcija enojne reže



Slika 3. Fraunhoferjeva difrakcija enojne reže. (Nave, n.d.)

Na sliki zgoraj lahko opazimo nastanek difrakcijskega vzorca pri Fraunhoferjevi difrakciji enojne reže. Če svetloba na zaslon prispe na središčno črto reže (prikazano kot črna pikčasta črta) iz simetričnih točk blizu vsakega konca reže, kot je prikazano zgoraj z žarkoma 1 in 2, njuna svetloba prispe v fazi in s principom superpozicije tvori konstruktivno interferenco. Svetloba drugih parov, ki so simetrični glede na središčno črto, tudi prispe v fazi, vendar pa je središčni položaj še vedno najbolj ugoden za konstruktivno interferenco svetlobe iz difrakcijske reže in ima najvišjo svetlobno intenziteto, če so izpolnjeni Fraunhoferjevi pogoji. Poleg tega lahko prvi minimum v intenziteti svetlobe predstavimo s pomočjo žarkov 3 in 4. Izberemo točko na enem koncu reže in eno tik ob središčni črti. Pogoj za minimalno svetlobno intenziteto navaja, da mora svetloba iz teh dveh točk prispeti natanko 180° izven faze oz. z razliko v dolžini poti polovične valovne dolžine ($\lambda/2$). Če svetloba iz teh dveh točk tvori destruktivno interferenco, bodo dodatni pari enakega razmika naprej po reži prav tako ustvarili destruktivno interferenco oz. območje popolnega zmanjšanja svetlobne intenzitete. Teorija Fraunhoferjeve difrakcije enojne reže je prevzeta s spletne knjižnice Hyperphysics. (Nave, n.d.)

3.3. Babinetovo načelo

Zgoraj opisana teorija velja za svetlobo, ki pada skozi odprtino, vendar pa je v tej raziskavi svetloba padala na predmet in ne na režo. Kljub temu pa Babinetovo načelo pravi, da je difrakcijski vzorec, ki ga ustvari neprozorno telo, enak tistemu, ki ga ustvari odprtina enake velikosti in oblike, razen intenzitete na mestu kamor bi padel neoviran laserski žarek. Teorijo je prvič predlagal francoski fizik Jacques Babinet v 19. stoletju. (PhysicsOpenLab, 2021) Vzemimo dva objekta, kjer je B izvorni objekt za difrakcijo in B' je njegovo dopolnilo, ali drugače rečeno prosojen predmet, ko je B

neprosojen in neprosojen, ko je B prosojen. Vsota vzorcev sevanja, ki jih proizvedeta B in B', mora biti enaka vzorcu nerazpršenega snopa - tam, kjer nerazpršeni snop ne bi dosegel opazovalnega zaslona, morata biti sevalna vzorca, ki ju povzročata B in B', nasprotna v fazi in enaka po amplitudi, da se lahko izničita. (Kubicke et.al., 2011) Poleg tega po Babinetovem načelu difrakcijski vzorec, ki ga proizvede žica, ustreza tistemu, ki ga proizvede reža z enako širino kot premer žice. Zato se difrakcijski vzorec žice obravnava enako kot tisti, ki ga povzroča reža in sestoji iz osrednje maksime, ki ji sledi niz manjših maksimumov, ločenih s točkami minimumov. (PhysicsOpenLab, 2021)

4. Hipoteza

Ob predpostavki, da veljajo zgoraj navedene trditve, bo difrakcija svetlobe na zaslonu enaka tisti, pri kateri svetloba pada na režo enake širine kot premer žice. Nastal bo vzorec svetlih in temnih prog z osrednjim maksimumom z najvišjo intenziteto ter bo izgledal nekako tako:



Slika 4. Tipični difrakcijski vzorec ustvarjen v zatemnjeni sobi. (Montana.edu, n.d.)

Poleg tega se bo širina osrednjega maksimuma povečevala, ko se bo premer žice zmanjšal, kar podpira spodnja trditve:

$$w \propto \frac{1}{a}$$

5. Eksperimentalni načrt

5.1. Neodvisna spremenljivka

Neodvisna spremenljivka je bila premer žice oz. lasu (w), na katerega je bil usmerjen laser. Rezultati so bili izmerjeni za žice s premeri 0.488mm, 0.247mm, 0.140mm in 0.081mm ter za las s premerom 0.042mm.

5.2. Odvisna spremenljivka

Odvisna spremenljivka je bila širina osrednjega maksimuma difrakcijskega vzorca, ki je bil proizveden na zaslonu.

5.3. Kontrolirane spremenljivke

Spremenljivke, ki so vplivale na razdaljo med maksimumi, so bile valovna dolžina laserske svetlobe, ki je bila konstantna, saj je bil uporabljen isti laser (z valovno dolžino 530 nm) pri vseh poskusih, ter razdalja od mesta difrakcije, oz. razdalja med žico in zaslonom, na katerem je bil prikazan vzorec (492 cm). Da bi vzorec naredili bolj viden, so bile vse luči ugasnjene, okna pa prekrita, da bi zmanjšali količino svetlobe v učilnici.

5.4. Orodja in instrumenti

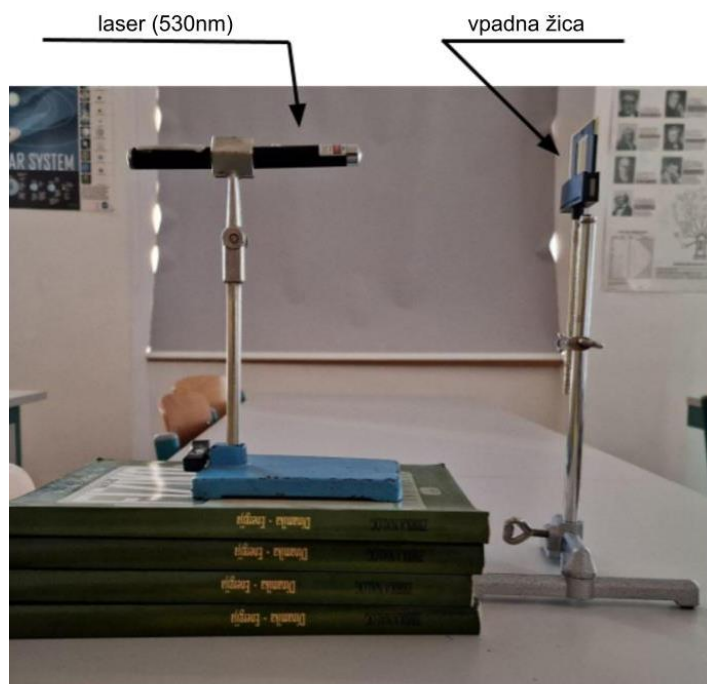
- 1 Laser $\approx 530 \pm 10\text{nm}$
- 1 Mikrometer $\pm 0.001\text{mm}$
- 1 Ravnilo
- 1 Stojalo za laser

5.5. Postopek

Najprej je bil izmerjen premer žic in lasu (Slika 5). Nato je bilo postavljeno stojalo za laser in sicer tako, da je bila tik pred njim čim bolj ravna in vodoravno pravilno postavljena žica, ki je služila kot uklonski objekt (Slika 6). Potem je bila izmerjena razdalja od žice do opazovalnega zaslona ter luči ugasnjene in okna zaslepljena, da bi bil uklonski vzorec čim bolj oster in razviden. Na koncu je bila z opazovalnega zaslona izmerjena razdalja med osrednjim maksimumom in prvim minimumom (kar predstavlja polovico širine osrednjega maksimuma). Postopek je bil nato ponovljen z drugo žico oz. lasom.



Slika 5. Mikrometer uporabljen za merjenje premera žic in lasu.



Slika 6. Diagram eksperimenta.

6. Neobdelani podatki

6.1. Spremenljivke

Tabela 1. Spremenljivke in tem dodeljeni simboli.

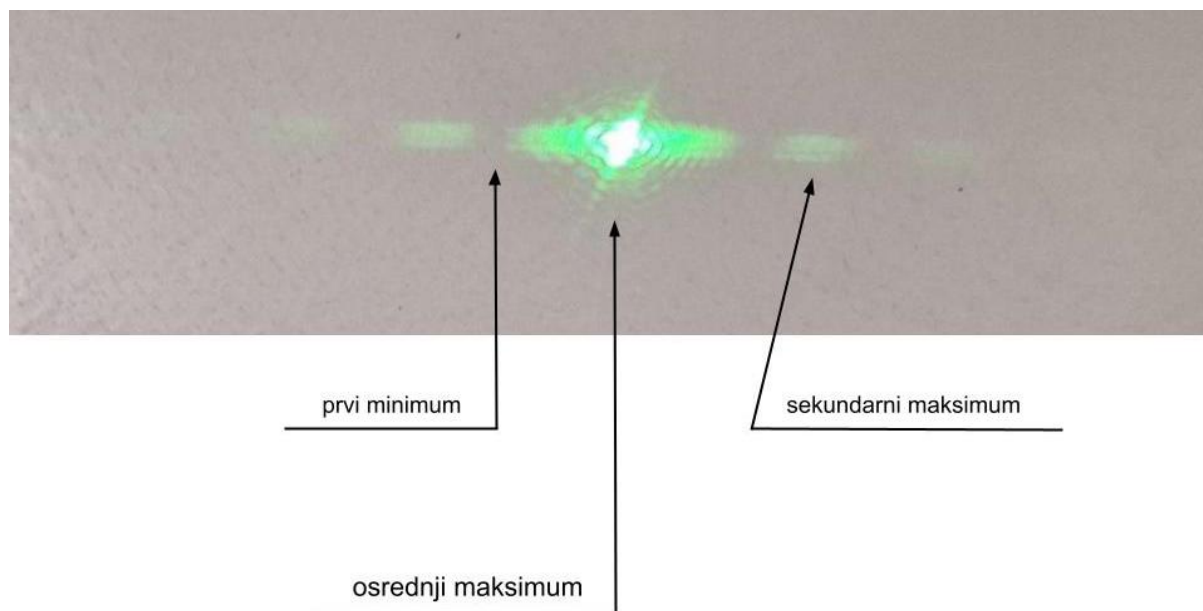
a	Premer žice, uporabljene kot vpadni predmet.
y	Razdalja med središčnim maksimumom in prvim minimumom.
λ	Valovna dolžina laserskega žarka.
D	Razdalja od točke vpada do zaslona, na katerem je bil prikazan vzorec.

6.2. Meritve

Tabela 2. Neobdelani podatki zgoraj navedenih spremenljivk.

	a [mm] \pm 0.001 mm	y [mm] \pm 1mm	λ [nm] \pm 10nm	D [cm] \pm 1cm
Žica 1	0.488	6	530	492
Žica 2	0.247	10		
Žica 3	0.140	19		
Žica 4	0.081	31		
Las	0.042	63		

6.3. Vzorec

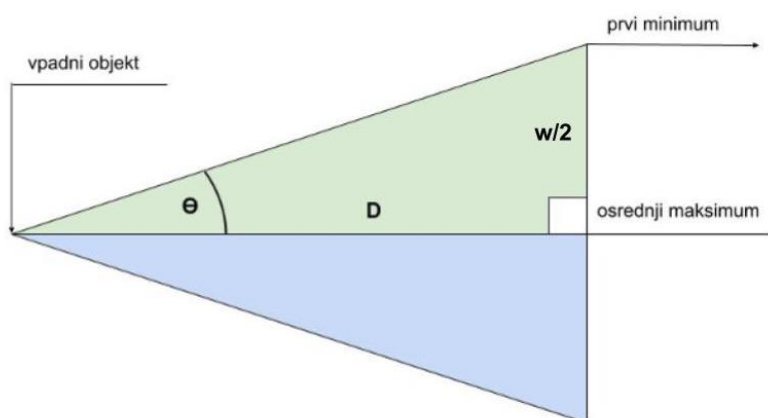


Slika 7. Proizveden difrakcijski vzorec.

7. Obdelani podatki

7.1. Izračuni

Za dokazovanje, da se svetloba obnaša kot val, je bila izmerjena razdalja med središčem in prvim minimumom primerjana s teoretično vrednostjo. Za demonstracijo izračuna so bile uporabljene meritve prve žice. Vse uporabljene enačbe so v skladu s Fraunhoferjevo difrakcijsko geometrijo in so bile prevzete iz spletne knjižnice Hyperphysics. (Nave, n. d.) Prvič, geometrijsko razmerje med razdaljo od centralnega maksimuma do prvega minimuma (natanko polovico širine centralnega maksimuma - $w/2$) in razdaljo med uklonsko ravnino in opazovalno ravnino (D) je bilo zapisano v smislu $\tan\theta$:



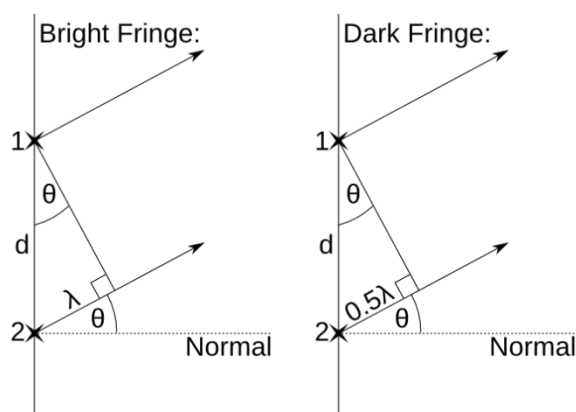
Slika 8. Geometrijsko razmerje med vpadnim objektom in središčnim maksimumom.

$$\tan \theta = \frac{w}{D \times 2}$$

Ker je kot θ zelo majhen, je bil uporabljen približek:

$$\tan \theta \approx \sin \theta$$

Nato je bilo zapisano geometrijsko razmerje med premerom žice (a) in valovno dolžino svetlobnega vira (λ) v smislu $\sin\theta$, kjer je m celo število, ki predstavlja razliko v poti (glede na valovno dolžino) med žarkoma 1 in 2 na spodnji sliki:



$$\sin \theta = \frac{\lambda \times m}{a}$$

Ker je bil opazovan osrednji maksimum (»bright fringe«), je bil m celo število, natančneje 1, zgornji enačbi pa sta bili združeni:

$$\frac{w}{D \times 2} \approx \frac{\lambda}{a}$$

Slika 9. Pogoj za maksimum in minimum. (Legg, 2008)

Če torej pravilno uredimo enačbo, dobimo razmerje med premerom žice (a) in širino središčnega maksimuma (w), kot je spodaj zapisano:

$$w = \frac{\lambda \times D \times 2}{a}$$

$$w \propto \frac{1}{a}$$

Z zgornjimi enačbami je bila tako izračunana pričakovana teoretična vrednost širine centralnega maksimuma in primerjana z eksperimentalno vrednostjo:

$$w = \frac{530nm \times 492cm \times 2}{0.488mm} = 10.7mm$$

Nato je bila pridobljena relativna napaka širine osrednjega maksimuma s seštevanjem absolutnih napak spremenljivk, prisotnih v zgornjem izračunu:

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta a}{a}$$

$$\delta = \frac{10nm}{530nm} + \frac{1cm}{492cm} + \frac{0.001mm}{0.488mm} = 0.0229$$

In nazadnje, izračunana je bila absolutna napaka širine osrednjega maksimuma:

$$\Delta w = w \times \delta = 0.25mm \cong 0.3mm$$

$$w = 10.7mm \pm 0.3mm$$

Poleg tega je bil izračunan še a^{-1} :

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{0.488} = 2.049mm^{-1}$$

In njegova relativna napaka:

$$\delta = \frac{\Delta a}{a}$$

$$\delta = \frac{0.001mm}{0.488mm} = 0.002$$

In nazadnje njegova absolutna napaka:

$$\Delta a^{-1} = a^{-1} \times \delta$$

$$\Delta a^{-1} = 2.049 \times 0.002 = 0.004 \text{ mm}^{-1}$$

$$a^{-1} = 2.049 \text{ mm}^{-1} \pm 0.004 \text{ mm}^{-1}$$

7.2. Rezultati

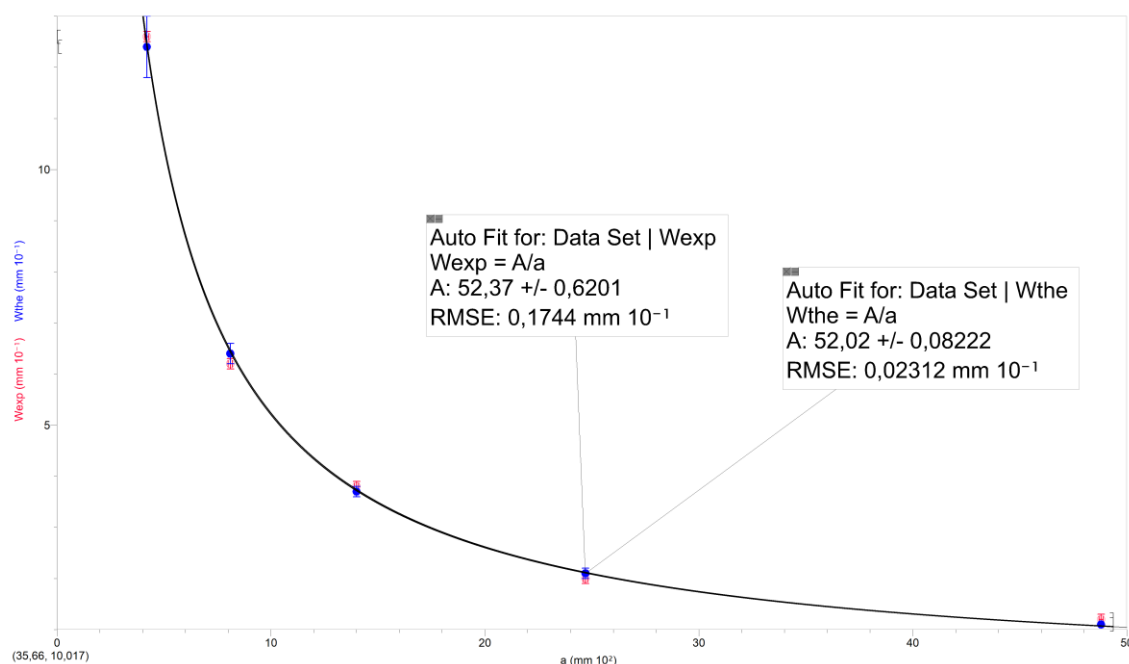
V spodnji tabeli w_{eksp} predstavlja širino osrednjega maksimuma, izračunanega tako, da izmerjeno razdaljo med osrednjim maksimumom in prvim minimumom pomnožimo z 2, medtem ko w_{teo} predstavlja teoretično vrednost, izračunano z zgoraj navedeno enačbo. Podana sta tudi a , ki predstavlja premer žic in las, in a^{-1} , ki sta bila kasneje uporabljena pri risanju grafov w glede na a in a^{-1} :

Tabela 3. Obdelani podatki w_{teo} in w_{eksp} .

	w_{eksp} [mm] ± 1 mm	w_{teo} [mm]	a [mm] ± 0.001 mm	a^{-1} [mm ⁻¹]
Žica 1	12	10.7 ± 0.3	0.488	2.049 ± 0.002
Žica 2	20	21 ± 1	0.247	4.05 ± 0.02
Žica 3	38	37 ± 1	0.140	7.14 ± 0.05
Žica 4	62	64 ± 2	0.081	12.3 ± 0.20
Las	126	124 ± 6	0.042	23.8 ± 0.60

8. Analiza in Sklep

Graf 1. Graf w_{eksp} and w_{teo} glede na a .

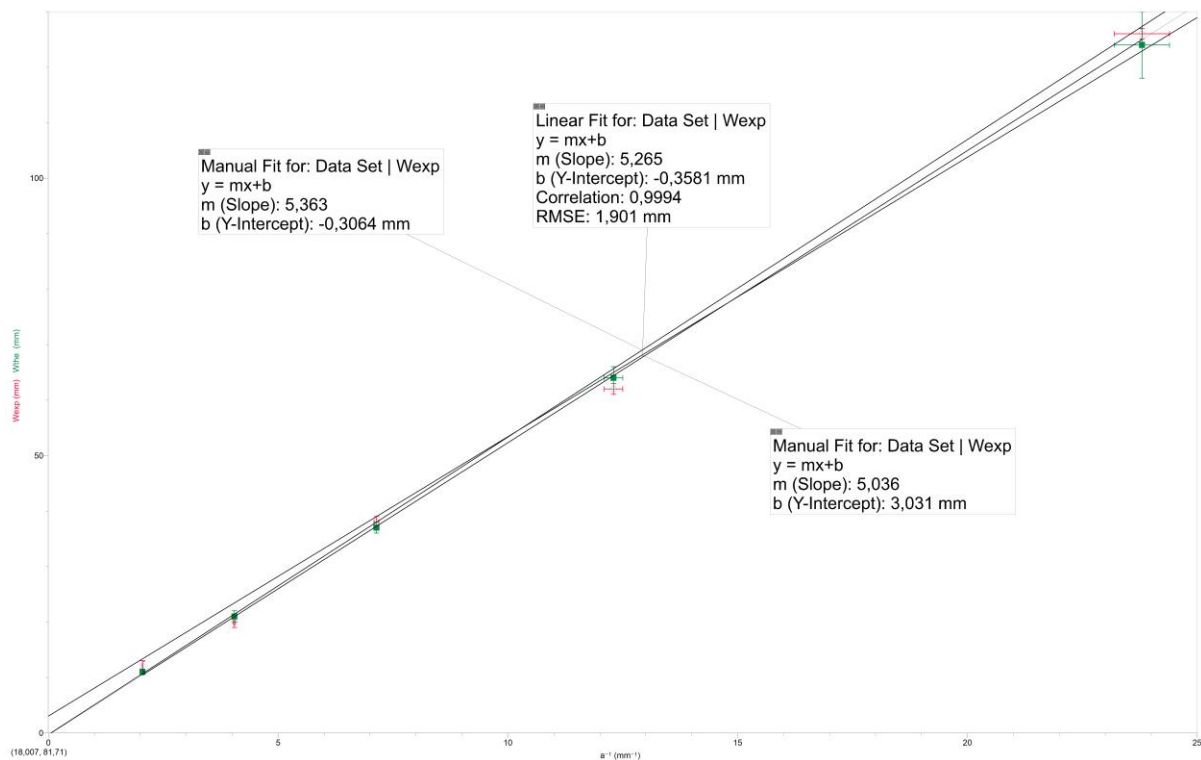


Na zgornjem grafu sta vrednosti w_{eksp} in w_{teo} narisani v razmerju z a , kateri lepo prikazuje točnost opravljenih meritev, saj so eksperimentalne vrednosti skoraj enake izračunanim

teoretičnim vrednostim, s čimer sta potrjena Babinetov princip in Fraunhoferjeva teorija uklona. Opazimo lahko tudi RMSE ali koren povprečne kvadratne napake, izračunane s programom Logger Pro. RMSE za w_{teo} je približno 0.23mm, kar je kot pričakovano precej majhna napaka in je posledica manjše napakih pri merjenju premera žic ali razdalje med ravnino uklona in ravnino opazovanja. Mikrometer, ki je bil uporabljen za merjenje premera, je precej natančen in točen, medtem ko je bilo treba razdaljo meriti z dolgim metrskim trakom z malo manjšo natančnostjo. Po drugi strani pa so eksperimentalno pridobljene vrednosti w_{eksp} nekoliko bolj netočne v primerjavi s teoretičnimi vrednostmi, z vrednostjo RMSE okoli 1.7mm, kar je večinoma posledica nezmožnosti natančnega merjenja uklonskega vzorca zaradi njegovih nejasnih robov, zaradi česar so bile eksperimentalne vrednosti izmerjene z nekaj pristranskosti. Poleg tega pri pozicioniranju laserja le ta ni mogel biti usmerjen povsem pravokotno na opazovalni zaslon, zaradi česar je bil kot med laserskim žarkom in zaslonom nekoliko manjši ali večji od 90° .

Za dokaz hipoteze $w \propto 1/a$ je bil narisan tudi graf med w_{eksp} in w_{teo} proti a^{-1} . Kot je razvidno iz spodnjega grafa, r^2 ali Pearsonov kvadratni koeficient črte najboljšega prileganja kaže popolno pozitivno korelacijo, saj ima ta vrednost skoraj 1.

Graf 2. Graf w_{teo} and w_{eksp} glede na $1/a$.



Poleg tega sta bili narisani črti z najmanjšim in največjim gradientom glede na napake za primerjavo s teoretičnim naklonom. Z upoštevanjem zgoraj omenjenih enačb lahko funkcijo grafa za w_{eksp} zapišemo kot:

$$f(a) = \lambda \times D \times 2 \times \frac{1}{a}$$

kjer je koeficient grafa k:

$$k = \lambda \times D \times 2$$

$$k = 530nm \times 492cm \times 2 = 5.21 \cong 5.2mm^2$$

Nato je bila izračunana relativna napaka naklona:

$$\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta D}{D}$$

$$\delta = \frac{10nm}{530nm} + \frac{1cm}{492cm} = 0.021 \cong 0.02$$

Iz katere je bila pridobljena absolutna napaka naklona:

$$\Delta k = k \times \delta = 0.1mm^2$$

$$k = 5.2mm^2 \pm 0.1mm^2$$

Iz grafa in meritev je razvidno, da sta k (teoretični) in k (izmerjeni) konsistentna, saj se razpona njunih napak prekrivata. Tako je bila hipoteza na koncu dokazana, saj sta črti na prvem grafu skoraj enaki, r^2 med a^{-1} in w je skoraj 1, kar kaže na popolno korelacijo, in nazadnje, naklon w_{teo} se giblje med možnimi maks. in min. vrednostmi w_{eksp} , kar dokazuje $w \propto a^{-1}$.

9. Evalvacija

Tabela 4. Pomanjkljivosti naloge in njene možne izboljšave.

Slabost	Opis	Izboljšava
Svetloba v sobi	Poskus je bil izveden podnevi, zaradi česar je bilo v sobi še vedno veliko svetlobe, kar je povzročalo manjšo razvidnost vzorca.	Poskus je treba izvesti ponoči, da je količina zunanje svetlobe v prostoru minimalna.
Pristranskost merjenja	Pri merjenju razdalje med osrednjim in sekundarnim maksimumom bi lahko bila dobljena vrednost pristranska, saj je bilo natančno točko največje intenzivnosti težko prikazati.	Izmeriti bi ga moralo več ljudi, da bi zmanjšali pristranskost.
Laser	Uporabljeni zeleni laser je bil zelo nenatančen, s standardno relativno napako $2 * 10^{-2}$.	Namesto tega bi bilo boljše uporabiti He-Ne laser, saj je veliko bolj natančen – z relativno napako okoli $1,5 * 10^{-6}$.

Literatura

- Compton, R. N. and Duncan, M. A. (2015) “Diffraction of light from blood cells,” in *Laser Experiments for Chemistry and Physics*. Oxford University Press, pp. 379–387.
- Duvey, A. (2020) *Babinet’s principle - electronics club antenna & wave propagation*, *Electronics Club*. Ashish Duvey. Dostopno na: <https://electronics-club.com/babinets-principle/> (Dostopano: November 13, 2022).
- Fitzpatrick, R. (2007) *Huygens’ principle*, *farside.ph.utexas.edu*. Dostopno na: <https://farside.ph.utexas.edu/teaching/316/lectures/node150.html> (Dostopano: November 13, 2022).
- Kubicke, G. *et al.* (2011) “Bridging the gap between the babinet principle and the physical optics approximation: Scalar problem,” *IEEE transactions on antennas and propagation*, 59(12), pp. 4725–4732. doi: 10.1109/tap.2011.2165498.
- Legg, S. (2008) “Young’s slits, showing values for both bright and dark fringes.” Dostopno na: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ab/Youngs_slits.png.
- Montana.edu (ni datuma) *6C10.10 single slit and Laser, Single Slit and Laser - Department of Physics | Montana State University*. Montana.edu. Dostopno na: https://physics.montana.edu/demonstrations/apparatus/6_optics/demos/singleslitandlaser.html (Dostopano: November 13, 2022).
- Nave, R. (ni datuma) *Fraunhofer Diffraction*, *Gsu.edu*. Dostopno na: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/fraungeo.html> (Dostopano: November 13, 2022).
- Nave, R. (ni datuma) *Fraunhofer Single Slit*, *Gsu.edu*. Dostopno na: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/sinlitd.html> (Dostopano: November 13, 2022).
- Pei, Y., Hinchliffe, B. A. and Minelli, C. (2021) “Measurement of the size distribution of multimodal colloidal systems by laser diffraction,” *ACS omega*, 6(22), pp. 14049–14058. doi: 10.1021/acsomega.1c00411.
- PhysicsOpenLab (2021) *Light diffraction and babinet principle*, *physicsopenlab.org*. Dostopno na: <https://physicsopenlab.org/2021/01/21/light-diffraction-and-babinet-principle/> (Dostopano: November 13, 2022).
- Pittcon, S. by (2014) *Fresnel’s wave theory of light*, *Azooptics.com*. Available at: <https://www.azooptics.com/Article.aspx?ArticleID=941> (Accessed: November 13, 2022).
- rockyview (ni datuma) *Wave Theory of Light*, *rockyview.ab.ca*. Dostopno na: http://resource2.rockyview.ab.ca/physics30_BU/Unit_C/m5/p30_m5_106_p2.html (Dostopano: November 13, 2022).