



OSNOVNA ŠOLA  
**BRATOV POLANČIČEV**  
MARIBOR

# **Zakaj desetiški sistem?**

Matematika  
Raziskovalna naloga

Avtor: Jani Regvat

Mentor: Mladen Tancer

Maribor, 2023



OSNOVNA ŠOLA  
**BRATOV POLANČIČEV**  
MARIBOR

# **Zakaj desetiški sistem?**

Matematika  
Raziskovalna naloga

Avtor: Jani Regvat

Mentor: Mladen Tancer

Maribor, 2023

## KAZALO VSEBINE

POVZETEK .....	iii
ZAHVALA.....	iv
1. UVOD .....	1
2. TEORETIČNI DEL.....	2
2.1. NASTANEK ŠTEVIL .....	2
2.2. ZAPISI ŠTEVIL .....	3
2.3. ŠTEVILSKI SISTEMI .....	6
3. EKSPERIMENTALNI DEL .....	9
3.1. ZAPIS ŠTEVIL V RAZLIČNIH ŠTEVILSKIH SISTEMIH .....	9
3.2. RAČUNANJE V RAZLIČNIH SISTEMIH.....	10
3.2.1. Seštevanje .....	10
3.2.2. Odštevanje .....	11
3.2.3. Množenje .....	11
3.2.4. Deljenje.....	12
3.3 Intervju.....	13
3.3.1 Intervju z učencem .....	13
3.3.2 Intervju z redno profesorico didaktike matematike dr. Alenko Lipovec.....	14
4. UGOTOVITVE.....	16
5. DRUŽBENA ODGOVORNOST.....	18
6. ZAKLJUČEK.....	18
7. VIRI IN LITERATURA .....	19
8. PRILOGE .....	20
8.1. Vprašanja za intervju .....	20

## KAZALO SLIK

Slika 1: Kost iz Išanga.....	2
Slika 2: Babilonski zapis števil .....	3
Slika 3: Majeovski zapis števil.....	4

Slika 4: Egipčanski zapis števil.....	4
Slika 5: Rimska števila.....	5
Slika 6: Kitajski abak .....	6
Slika 7: Poštevanka števila 6 v sedmiškem sistemu.....	12

## **KAZALO ENAČB**

Enačba 1: Prikaz zapisa števila $a$ v desetiškem sistemu .....	7
Enačba 2: Zapis števila $a$ krajše .....	7
Enačba 3: Zapis števila v poljubnem številskem sistemu .....	9
Enačba 4: Krajši zapis števila v številskem sistemu z osnovo $b$ .....	9

## **POVZETEK**

Vsak dan se srečujemo s števili. Z njimi računamo, se časovno sporazumevamo in uporabljamo različne številske sisteme, čeprav se tega niti ne zavedamo. V raziskovalni nalogi sem raziskal razvoj števil in nastanek različnih številskih sistemov. Raziskal sem, zakaj uporabljamo prav desetiški sistem in ne kakšnega drugega.

Nalogo sem razdelil na dva dela. Iz literature sem se poučil, kako so nastala števila, kaj je številski sistem in kako ga uporabljamo. Raziskal sem, ali se lahko naučim računati v drugih številskih sistemih, saj se o njih ne učimo v šoli. V drugem delu naloge me je zanimalo, kaj o številskih sistemih ve učenec naše šole, ki dosega vidne rezultate na matematičnih tekmovanjih. Poleg omenjenega učenca sem naredil intervju še z redno profesorico na Pedagoški fakulteti in Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru dr. Alenko Lipovec, ki deluje na področju didaktike matematike in ima izkušnje, kako in kaj naj bi se pri matematiki naučili in znali.

## **ZAHVALA**

Zahvaljujem se mentorju Mladenu Tancerju za podporo in pomoč pri mojem raziskovanju. Zahvaljujem se tudi redni profesorici dr. Alenki Lipovec in učencu naše šole, da sta mi pomagala pri raziskovanju s pomočjo odgovarjanja na vprašanja v intervjujih. Rad bi se zahvalil tudi moji mami, ki mi je dajala potrebno podporo pri raziskovanju.

## 1. UVOD

V vsakdanjem življenju se srečujemo z različnimi števili. Velikokrat se pogovarjamo, da je le stotinka sekunde ločila tekmovalca od tretjega mesta ali pa je za celo minuto prehitel zadnjega na tekmovanju. Pa se pravzaprav zavedamo, da pretvarjamo enkrat v šestdesetiškem sistemu drugič v desetiškem? Pri uporabi računalnika govorimo o megabajtih spomina, velikosti diskov merimo celo v gigabajtih in terabajtih, a si sploh ne predstavljamo, koliko je to. V računalništvu uporabljamo dvojiški sistem. Na to vprašanje in še veliko drugih bom poskusil odgovoriti v raziskovalni nalogi.

### 1.1 Namen naloge

Namen naloge je predstaviti različne številske sisteme, ki jih danes uporabljamo. Zanima me, od kod izvirajo in zakaj so se v takšni obliki ohranili vse do danes in kako lahko v njih računamo.

### 1.2 Cilji in hipoteze

Cilj raziskovalne naloge je že v samem naslovu. Odgovoriti želim na raziskovalno vprašanje, zakaj uporabljamo prav desetiški sistem.

Zastavil sem si naslednje hipoteze:

Hipoteza 1: Poznamo različne številske sisteme, ki jih vsakodnevno uporabljamo.

Hipoteza 2: V desetiškem sistemu je lažje računati kot v katerem drugem.

Hipoteza 3: V računalništvu uporabljamo dvojiški sistem.

Hipoteza 4: Učenec, ki dosega vidne rezultate na matematičnih tekmovanjih, pozna različne številske sisteme.

### 1.3 Metodologija dela

Najprej bom raziskal, kaj o številih, razvoju števil in številskih sistemih piše v literaturi. Osredotočil se bom tako na knjižne vire, ki jih bom poiskal v knjižnici, kot na spletne vire. Pri spletnih virih se zavedam, da morajo biti verodostojni. Ko bom pregledal literaturo, bom zapisal teoretični del raziskovalne naloge. V drugem delu naloge bom poskusil izvesti intervju z matematikom v mojem okolju. Intervjuval bom tudi učenca naše šole, ki je uspešen na matematičnih tekmovanjih.

## 2. TEORETIČNI DEL

»Bog je ustvaril začetna naravna števila, vse drugo je delo človeka.«,  
nemški matematik Leopold Kronecker

Po slovarju slovenskega knjižnega jezika je število nekaj, kar izraža, koliko enot kaj obsega.  
»Mestni številski sistem je sistem zapisovanja števil s števki, pri katerem je vrednost števila, ki ga predstavlja posamezna števka, odvisna od položaja te števke v zapisu števila.«  
(Matematika, 2002, 214)

### 2.1. NASTANEK ŠTEVIL

O nastanku števil je veliko različnih mnenj. Za nastanek števil lahko štejemo števila, ki so z zapisom opisovala nek vzorec. Te števke so bile zapisane z znakom ali besedo. Ko števila zapišemo in jih izgovarjamo, temu rečemo matematika. Še vedno pa se pojavi vprašanje, kako so števila nastala. Ljudje so se od nekdaj primerjali med dvema ali tremi stvarmi. Zgodovinarji menijo, da so števila nastala šele, ko je bilo potrebno prešteti večje število stvari. Že v kameni dobi so ljudje nosili s seboj različne predmete, za katere so vedeli, kako jih lahko koristno uporabijo. Tako prve zapise o številih najdemo že v prazgodovini.



Slika 1: Kost iz Išanga

Vir: <https://afrolegends.com/2013/08/29/the-ishango-bone-craddle-of-mathematics/>

V začetku so mislili, da zareze označujejo le števila. Kasneje so ugotovili, da bi lahko šlo za prvo računalno, saj je na zgornji kosti zgornja vrstica razdeljena na šestdeset zarez in tudi spodnja



vrstica razdeljena na šestdeset zarez, vendar po različnih skupinah. To bi lahko nakazovalo na računanje v sistemu z osnovo dvanajst. Obe kosti skupaj verjetno predstavljata prvi razvoj števil, ki sega v prazgodovino.

Povzeto po: Matematika ilustrirana zgodovina števil

## 2.2. ZAPISI ŠTEVIL

Na živalski kosteh so različni zapisi števil prikazovali ali dneve v letu, s pomočjo katerih so lahko napovedovali lunine mene in letne čase, ali pa so z zarezi prikazovali, koliko ovc ima pastir v čredi, vsaka zarez je pomenila eno ovco. Z zarezi na kosteh so se merili tudi lovci – več zarez je pomenilo več ubitih živali. Zanimivo je, da se zareze velikokrat pojavljajo v skupinah po pet, kar lahko povežemo s tem, da imamo ljudje pet prstov, s katerimi so šteli. Drug verjeten razlog je, da števila štiri, pet in šest brez štetja težko prepoznamo, če pa zareze damo v skupino po pet, kjer vsaka zarez pomeni en prst, to razliko med števili hitro opazimo. Enako metodo za zapisovanje števil so uporabljali Rimljani veliko kasneje.

Povzeto po: Knjiga o številih

Mestni zapis števil se pojavi že pri Babiloncih. Le ti so uporabljali številski sistem z osnovo šestdeset, kar so verjetno podedovali od predhodnih civilizacij.

𐎶 1	𐎶𐎵 11	𐎶𐎵𐎶 21	𐎶𐎵𐎶𐎵 31	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶 41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵 51
𐎶𐎶 2	𐎶𐎶𐎵 12	𐎶𐎶𐎶 22	𐎶𐎶𐎶𐎵 32	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 42	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎶𐎶𐎶𐎵 13	𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 33	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 43	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎵 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 20	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵 40	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶 50	

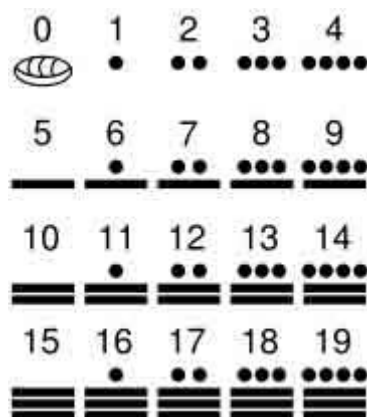
Slika 2: Babilonski zapis števil

Vir: [https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske\\_%C5%A1tevilke](https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske_%C5%A1tevilke)

Iz Babilonskega časa se še danes uporablja šestdesetiški sistem pri času. Ena ura ima šestdeset minut, ena minuta ima šestdeset sekund. Tudi polni kot še vedno delimo na  $360^\circ$ , kar so ostanki babilonske matematike.

Povzeto po: Matematika: ilustrirana zgodovina števil

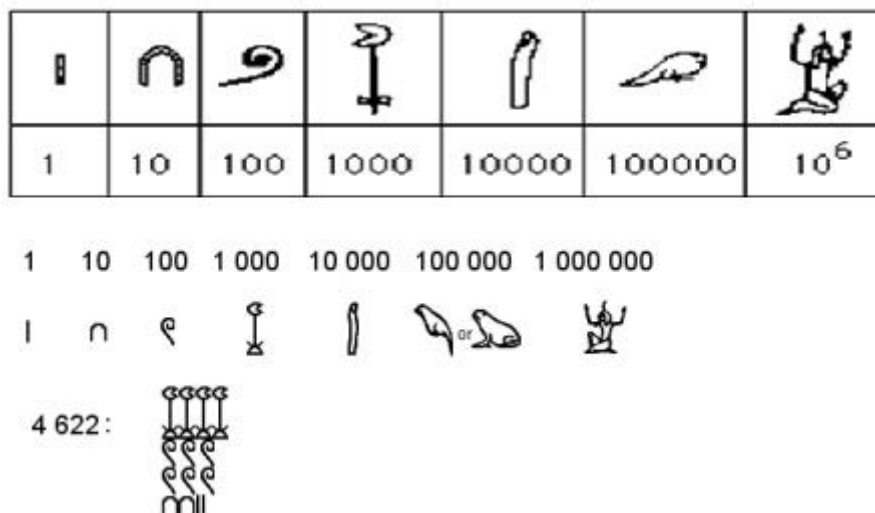
Dobrih 1000 let pred našim štetjem so Maji že uporabljali število nič. Uporabljali so številski sistem z osnovo dvajset.



Slika 3: Majevski zapis števil

Vir: [http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci\\_iz\\_zgodovine\\_matematike.html](http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci_iz_zgodovine_matematike.html)

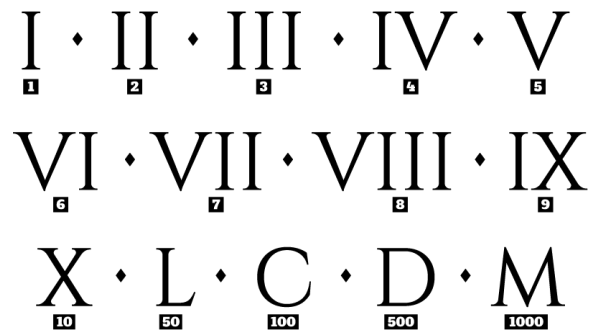
Egipčani so začeli z desetiškim sistemom. Za zapisovanje števil so uporabljali seštevalno zapisovanje števil, kot je prikazano na sliki 4.



Slika 4: Egipčanski zapis števil

Vir: [http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci\\_iz\\_zgodovine\\_matematike.html](http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci_iz_zgodovine_matematike.html)

Egipčanski sistem so prevzeli tudi Rimljani, le da so ti uporabljali posebne zapise za števila, ki vsebujejo števko pet. Tako kot Egipčani tudi Rimljani niso poznali zapisa za število nič. Imeli so posebna pravila za zapisovanje števil, tako si števila sledijo od leve proti desni od največjega k manjšemu. Obstajajo pa določene izjeme. Rimska števila najdemo še vedno na različnih vrstah ur in tudi na tarok kartah, kjer število štiri zapišejo v obliki IIII.



Slika 5: Rimska števila

Vir: <https://www.tenstickers.si/nalepke/rimske-stevilke-vodilo-za-izobrazevalne-stenske-nalepke-16351>

Povzeto po Matematika skozi kulture in epohe.

Grki so za zapis števil uporabljali kar črke. Dogovorjene znake so seštevali po skupinah (seštevalni sistem). Da so ločili črke od števil so številom dodali črtice. Grškemu zapisu števil je sledil cirilski zapis števil, ki je pravtako kot grški za števila uporabljal črke. Cirilski zapis števil so uporabljali slovanski narodi, ki so pisali s cirilico. Šele v 18. stoletju je cirilski zapis števil zamenjal arabski.

Povzeto po: [https://sl.wikipedia.org/wiki/Gr%C5%A1ke\\_%C5%A1tevilke](https://sl.wikipedia.org/wiki/Gr%C5%A1ke_%C5%A1tevilke)

Pomembne zapise o številih najdemo tudi v Indiji in na Kitajskem. Kitajske številke so bile podobne palicam z nanizanimi diski. Te palice segajo v 3. stoletje pred našim štetjem. Kitajski abak je bil sestavljen iz dveh delov, kar je omogočalo štetje v desetih ali šestnajstih, kar je verjetno zato, ker so Kitajci imeli uteži razdeljene na 16 enot.



Slika 6: Kitajski abak

Vir: <https://nova-akropola.com/znanost-i-priroda/znanost/suanpan-kineski-abak/>

Povzeto po: Matematika: ilustrirana zgodovina števil

Arabski številski sistem je nastal okoli leta 600 našega štetja, ki ima za osnovo indijski zapis števil. Arabske številke, kot jih poznamo danes, so se v Evropi uveljavile šele v 12. stoletju našega štetja.

Povzeto po: Matematika 1

### 2.3. ŠTEVILSKI SISTEMI

Veliko sistemov se je ohranilo vse do danes. Velikokrat si za štetje pomagamo z risanjem črtic, kar izvira iz časa egipčanskih civilizacij. Najbolj se je ohranil in obdržal mestni sistem zapisovanja števil. Danes uporabljamo desetiški mestni sistem zapisovanja števil. Ta sistem spada med največje človeške izume vseh časov, čeprav se je v Evropi počasi uveljavil in je le s težavo izpodrinil rimski seštevalni sistem, ki združuje znake v skupine.

V desetiškem mestnem sistemu je vrednost posamezne številke odvisna od mesta na katerem številka stoji. Vsako mesto je poimenovano: enice, desetice, stotice in tako naprej. Poljubno število lahko enolično zapišemo v obliki izraza s potencami števila deset, koeficienti so številke, ki prikazujejo dano mesto. Poglejmo si na primeru. Naj bo  $a$  poljubno naravno število in  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  številke, ki število  $a$  sestavljajo. Potem lahko na en sam način zapišemo število  $a$ .

$$a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0$$

Enačba 1: Prikaz zapisa števila  $a$  v desetiškem sistemu

ali krajše

$$a = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$$

Enačba 2: Zapis števila  $a$  krajše

Povzeto po: Matematika 1

Ohranili so se le nekateri številski sistemi. Prej omenjeni šestdesetiški sistem še vedno uporabljamo pri uri in kotih. Zanimivo je, da se je pokazala potreba po dvojiškem sistemu. Dvojiški sistem je sistem sestavljen le iz dveh števk: 0 in 1. V 17. stoletju je Francis Bacon je ugotovil, da je dvojiški sistem primeren za kodiranje. Vse črke angleške abecede se v dvojiškem sistemu lahko kodirajo le s petimi števki. Zato lahko kode namesto z zapisom prenašamo tudi drugače, na primer s trobentami, lučkami, streli, ... Prav gotovo je to odkritje povod tudi za telegrafsko abecedo Samuela Mora. V sodobnem svetu so tranzistorji tisti, ki prepuščajo tok ali pa ga ne prepuščajo. Sicer Bacon ni uporabljal števil 0 in 1, ampak črki  $a$  in  $b$ , vendar je načelo enako. Današnji zapis dvojiškega sistema je leta 1703 predstavil Leibnitz. Njegov zapis se uporablja še danes.

Povzeto po: Matematika ilustrirana zgodovina števil

V računalništvu se je pokazala potreba po zapisovanju velikih števil, zato dvojiški sistem ni bil dovolj. Uveljavljati se je začel šestnajstiški sistem, ki ima šestnajst znakov za predstavitev števk. V računalništvu števkom od nič do devet dodamo še črke A (ki predstavlja število 10), B (11), C (12), D (13), E (14) in F (15). Šestnajstiški sistem ima pravzaprav štiri stanja dvojiškega sistema in je tako bolj uporaben v računalništvu in kodiranju za zapis velikih števil.

Povzeto po: Matematični priročnik z osnovami računalništva

Različni številski sistemi so se ohranili vse do danes. V Angliji so uporabljali funte, šilinge in penije, kjer je en šiling vreden 12 penijev, en funt pa 20 šilingov. Tako so Angleži uporabljali dvanajstiški in dvajsetiški sistem za pretvarjanje denarnih enot. Angleži so imeli tudi svoj

sistem uteži, kjer je 12 unč v enem funtu, 14 funtov v enem kamnu, 8 kamnov v enem stotu in 20 stotov v eni toni. Če raziskujemo naprej, najdemo tudi anglosaške dolžinske enote, kjer je 12 palcev v 1 čevlju, 3 čevlji v enem jardu, 220 jardov v eni brazdi, 8 brazd v eni milji in 3 milje v eni morski milji. Tako so se mešali različni številski sistemi, s katerimi so ljudje računali. Vendar je takšna uporaba mer v Angliji postala prezapletena. Šele konec 17. stoletju se je uveljavil desetiški sistem za merjenje dolžine, a ga povsod po Angliji niso popolnoma sprejeli. V Franciji so poskušali uvesti tudi pri časovnih enotah desetiški sistem, vendar se ta ni obnesel.

Mezopotamci so imeli sistem z osnovo 60. Veliko je razlag, zakaj so uporabljali prav osnovo 60. Velika verjetnost je, da so združili vse sisteme štetja. V enem bi naj uporabljali štetje s prsti (1, 5, 25) v drugem pa preštevanje členkov brez palca (1, 12, 144). Mogoče je prav mešanje kultur združilo oba sistema in so tako Mezopotamci uporabljali sistem z osnovo 60. Ta sistem se uporablja še danes pri merjenju časa, 60 sekund je v eni minuti, 60 minut je v eni uri. Tudi štetje z osnovo 12 se je ohranilo vse do danes. Imamo dvanajst mesecev v enem letu, dvakrat po dvanajst ur v enem dnevu. Dvanajstiški sistem je bil priročen tudi zato, ker ima število 12 veliko deliteljev in je tako celoto lažje deliti na polovice, tretjine, četrtine in šestine.

Povzeto po: Knjiga o številih

### 3. EKSPERIMENTALNI DEL

#### 3.1. ZAPIS ŠTEVIL V RAZLIČNIH ŠTEVILSKIH SISTEMIH

Izrek: Vsako naravno število  $b \neq 1$  lahko izberemo za osnovo številskega sistema. Naravno število  $a$  razčlenimo po potencah števila  $b$ . Število zapišemo:

$$a = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + a_{n-2} \cdot b^{n-2} + \dots + a_1 \cdot b^1 + a_0$$

Enačba 3: Zapis števila v poljubnem številskem sistemu

Za dokaz tega izreka si bomo pomagali z osnovnim izrekom o deljenju.

Število  $a$  najprej delimo s številom  $b$ .

$$a = k_0 \cdot b + a_0$$

Ostanek  $a_0$  je manjši od števila  $b$ . Postopek ponovimo za  $k_0$ .

$$k_0 = k_1 \cdot b + a_1$$

Postopek nadaljujemo za  $k_1$ . Koeficienti  $k_0, k_1, \dots$  se v vsakem koraku manjšajo, vsi ostanki  $a_0, a_1, \dots, a_n$  pa so manjši od števila  $b$ .

$$k_{n-1} = a_n$$

Če koeficiente vstavljamo nazaj v izraze, dobimo na koncu število  $a$  zapisno kot

$$a = k_0 \cdot b + a_0 = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + a_{n-2} \cdot b^{n-2} + \dots + a_1 \cdot b^1 + a_0$$

Rečemo, da smo število  $a$  zapisali v sistemu z osnovo  $b$ . Takšno število zapišemo krajše

$$a_{(10)} = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_{0(b)}$$

Enačba 4: Krajši zapis števila v številskem sistemu z osnovo  $b$

Povzeto po: Matematika 1

## 3.2. RAČUNANJE V RAZLIČNIH SISTEMIH

### 3.2.1. Seštevanje

V desetiškem sistemu s podpisovanjem števk seštevamo različna števila. Ali velja enako tudi v drugih sistemih? Najprej bom seštel dve števili v desetiškem sistemu, obe števili in vsoto pretvoril v drug sistem in preveril, ali lahko enako računam tudi v drugem sistemu. Svoje rezultate bom poskusil tudi matematično dokazati. Vzemimo števili 317 in 528. Vsota teh dveh števil je 845. Število 317 zapisano v osmiškem sistemu je  $475_{(8)}$ .

$$317 = 39 \cdot 8 + 5$$

$$39 = 4 \cdot 8 + 7$$

$$4 = 0 \cdot 8 + 4$$

Na enak način lahko zapišemo število  $528_{(10)} = 1020_{(8)}$ . Vsota je  $845_{(10)} = 1515_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 317_{(10)} \\ + 528_{(10)} \\ \hline 845_{(10)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 475_{(8)} \\ + 1020_{(8)} \\ \hline 1515_{(8)} \end{array}$$

Na zgornjem primeru vidimo, da lahko seštevamo v poljubnem številskem sistemu. Paziti moramo le pri prehodu. Pri desetiškem sistemu za vsakih 10 prištejemo 1 pri naslednjem mestu. Pri osmiškem sistemu pa moramo za vsakih 8 prišteti 1 pri naslednjem mestu. Tako je  $7+2=9=8+1$ , torej 1, 8 pa pretvorimo v 1 in prištejemo naslednjemu mestu.

Poglejmo si seštevanje v splošnem. Za lažje računanje naj bosta števili sestavljeni iz enakega števila števk. Imejmo števili  $a$  in  $b$  zapisani v sistemu  $c$ .

$$a = a_{n_1} \cdot c^n + a_{n_1-1} \cdot c^{n-1} + a_{n_1-2} \cdot c^{n-2} + \dots + a_{1_1} \cdot c^1 + a_{0_1}$$

$$b = a_{n_2} \cdot c^n + a_{n_2-1} \cdot c^{n-1} + a_{n_2-2} \cdot c^{n-2} + \dots + a_{1_2} \cdot c^1 + a_{0_2}$$

Ko seštevamo, seštevamo koeficiente pred enakimi potencami  $c$ .

$$\begin{aligned} a + b &= a_{n_1} \cdot c^n + a_{n_1-1} \cdot c^{n-1} + a_{n_1-2} \cdot c^{n-2} + \dots + a_{1_1} \cdot c^1 + a_{0_1} + a_{n_2} \cdot c^n + a_{n_2-1} \cdot c^{n-1} \\ &+ a_{n_2-2} \cdot c^{n-2} + \dots + a_{1_2} \cdot c^1 + a_{0_2} = \\ &= (a_{n_1} + a_{n_2}) \cdot c^n + (a_{n_1-1} + a_{n_2-1}) \cdot c^{n-1} + \dots + (a_{1_1} + a_{1_2}) \cdot c^1 + a_{0_1} + a_{0_2} \end{aligned}$$



Če je vsota enakoležnih koeficientov večja od  $c$ , potem prištejemo ena naslednji potenci  $c$ . To pomeni, da lahko v poljubnem številskem sistemu seštevamo enako kot v desetiškem. Paziti moramo le pri prehodu čez osnovo sistema. V desetiškem sistemu gre za prehod, če pridemo čez 10, v sistemu z osnovo  $c$ , pa gre za prehod, če pridemo čez število  $c$ .

### 3.2.2. Odštevanje

Pri odštevanju velja enako kot pri seštevanju, le da odštevamo namesto seštevamo. Odštevanje bom prikazal na enakem primeru kot seštevanje in nato prav tako poskusil matematično dokazati.

$$\begin{array}{r} 528_{(10)} \\ - 317_{(10)} \\ \hline 211_{(10)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1020_{(8)} \\ - 14715_{(8)} \\ \hline 323_{(8)} \end{array}$$

Če primerjamo rezultata ugotovimo, da je  $211_{(10)} = 323_{(8)}$ .

Pri splošnem zapisu je podobno kot pri seštevanju le da namesto seštevanja uporabimo odštevanje.

### 3.2.3. Množenje

Pri množenju je malo drugače. Pri množenju moramo zmnožiti v številskem sistemu, ki smo si ga izbrali. Moramo biti pozorni, da ne množimo v desetiškem sistemu, ker se bomo zmotili. To se nam lahko zgodi, ker smo navajeni računati v desetiškem sistemu. Pomagamo si z množenjem števk, kot da bi množili v desetiškem sistemu. Zmnožku odštejemo  $n$ -kratnik osnove izbranega sistema. Število  $n$  prištejemo naslednjemu mestu (pišemo dalje), razliko pa zapišemo (torej rezultat zmnožka).

Primer:

$$45_{(6)} \cdot 2_{(6)} \qquad \begin{array}{r} 1415_{(6)} \cdot 2_{(6)} \\ \hline 134_{(6)} \end{array}$$

$2 \cdot 5 = 10 = 1 \cdot 6 + 4$ , torej pišemo 4, 1 gre naprej.  
 $4 \cdot 2 = 8 = 1 \cdot 6 + 2$ , torej pišemo 2+1, 1 gre naprej.

Zmnožimo prejšnji dve izbrani števili, ki smo si jih izbrali že pri seštevanju in odštevanju:

$$317_{(10)} \cdot 528_{(10)}$$

$$\begin{array}{r} 158500 \\ + 6340 \\ + 2536 \\ \hline 167376_{(10)} \end{array}$$

$$1020_{(8)} \cdot 475_{(8)}$$

$$\begin{array}{r} 410000 \\ + 71600 \\ + 5120 \\ \hline 506720_{(8)} \end{array}$$

Ko primerjamo rezultata množenja ugotovimo, da je  $167376_{(10)} = 506720_{(8)}$

### 3.2.4. Deljenje

Pri deljenju je najlažji način, da si najprej napišemo poštevanko delitelja v tistem sistemu, ki smo si ga izbrali (pri spodnjem primeru sem si tudi sam napisal poštevanko števila 6 v sedmiškem sistemu, kot je prikazano na sliki 7).

$0 \cdot 6 = 0$	$11 \cdot 6 = 66$
$1 \cdot 6 = 6$	$12 \cdot 6 = 105$
$2 \cdot 6 = 15$	$13 \cdot 6 = 114$
$3 \cdot 6 = 24$	$14 \cdot 6 = 123$
$4 \cdot 6 = 33$	$15 \cdot 6 = 132$
$5 \cdot 6 = 42$	$16 \cdot 6 = 141$
$6 \cdot 6 = 51$	$20 \cdot 6 = 150$
$10 \cdot 6 = 60$	

Slika 7: Poštevanka števila 6 v sedmiškem sistemu

Vir: lasten vir

Delimo enako kot v desetiškem sistemu s podpisovanjem, vendar upoštevamo ustrezen sistem. V prikazanem primeru je to sedmiški sistem.

$$528:6=88_{(10)}$$

48

$$1353_{(7)}:6_{(7)} = 154_{(7)}$$

45

33

Ko primerjamo rezultata deljenja ugotovimo, da je  $88_{(10)} = 154_{(7)}$

Pri deljenju je zelo zahtevno računati, ko je delitelj veliko število, saj se nam hitro zgodi da se zmotimo ali zmedemo, zato priporočam, da si za deljenje v drugih številskih sistemih izberemo manjša števila.

### 3.3 INTERVJU

V nalogi sem ugotovil, da je računanje odvisno od tega, katerega sistema smo navajeni od otroštva. Da bi se popolnoma prepričal, sem naredil dva intervjuja. Prvi intervju sem naredil s prijateljem, ki dosega vidne rezultate na matematičnem področju. Drugega sem naredil z redno profesorico dr. Alenko Lipovec, ki je strokovnjakinja na področju didaktike matematike. Kot raziskovalno metodo sem si izbral intervju, saj tema naloge ne sodi v učni načrt za osnovno šolo in bi bila izvedba ankete med sošolci nesmiselna. Po pogovoru z mentorjem sem ugotovil, da se v osnovni šoli številski sistemi omenjajo le pri računalništvu, kjer je tema prepuščena učitelju in ni v učnem načrtu. Pri pouku matematike se številski sistemi ne obravnavajo.

#### 3.3.1 Intervju z učencem

*Pozdravljen.*

*Sem učenec 9. razreda osnovne šole. Delam raziskovalno nalogo z naslovom Zakaj desetiški sistem? Te lahko prosim, da se na kratko predstaviš. Mogoče povej tudi, kakšni so tvoji dosežki na tekmovanjih iz matematike v šoli.*

V vseh razredih osnovne šole sem matematiko opravil z odlično oceno. Dosegel sem tudi več srebrnih priznanj na področju matematike.

*Ali poznaš različne številске sisteme, kot so desetiški, sedmiški, dvojiški?*

Poznam desetiški in dvojiški sistem.

*Ali znaš pretvarjati med omenjenima sistemoma?*

Ne, ne znam.

*Meniš, da so različni številski sistemi smiselni za uporabo v vsakdanjem življenju?*

Menim, da je uporaba prav desetiškega sistema v vsakdanjem življenju najbolj priročna zaradi opore, ki nam jo nudijo prsti na rokah.

*Meniš, da bi se morali o različnih številskih sistemih učiti že v osnovni šoli?*

Menim, da je snov zanimiva in bi jo lahko vključili v učni program.

*Meniš, da bi bilo lažje računati v katerem drugem sistemu kot pa desetiškem? Ali pa je to odvisno od tega, česa smo bolj navajeni?*

Računanje v desetiškem sistemu nam je lažje zaradi pogostosti njegove uporabe, nanj smo navajeni mi in vsi ostali okoli nas, drugi številski sistemi so manj poznani ter malokrat uporabljeni.

*Bi mi rad še kaj sporočil?*

Ne. Želim ti veliko uspeha pri raziskovalni nalogi.

*Za tvoj čas se ti najlepše zahvaljujem.*

### **3.3.2 Intervju z redno profesorico didaktike matematike dr. Alenko Lipovec**

*Pozdravljeni.*

*Sem učenec 9. razreda osnovne šole. Delam raziskovalno nalogo z naslovom Zakaj desetiški sistem?*

*Vas lahko prosim, da se na kratko predstavite.*

Sem Alenka Lipovec, profesorica matematike in fizike z doktoratom iz matematike. Na Pedagoški fakulteti in Fakulteti za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru poučujem bodoče učitelje o načinih poučevanja in učenja matematike. Menim, da je matematika lepa, uporabna in pomembna, zato poskušam tudi pri študentih graditi pozitiven in ustvarjalen odnos do te, za človeštvo dragocene kulturne pridobitve.

*Menite, da so različni številski sistemi smiselni za uporabo v vsakdanjem življenju?*

Številski sistemi v vsakdanjem življenju nastopajo v mnogih situacijah, saj je potrebno včasih število predstaviti na različne načine. Desetiški nam je najbližji, a pri času uporabljamo tudi dvanajstiškega, šestdestiškega in včasih sedmiškega. Računalniki, verjetno največja pridobitev sodobnega sveta, delujejo na sistemih z osnovo potenc števila dve. Ko merimo čas, včasih potrebujemo tudi sedmiškega in dvanajstiškega. Menim, da se ljudje večkrat ne zavedamo, da v vsakdanjem življenju uporabljamo različne številске sestave, kot npr. sedmiška osnova v zapisu glasbe (durova lestvica) ali štiriška osnova v zapisu DNA (adenin, timin, gvanin, citozin).

*Menite, da bi se morali o različnih številskih sistemih učiti že v osnovni šoli?*

Da. Pred več kot 40 leti so bili številski sistemi del rednih učnih načrtov za 12 letnike. S spoznavanjem drugačnih osnov za zapisovanje števil in tudi drugačnih znakov za zapis števil lahko bolj razumemo desetiški sistem in računske operacije v njem. Dodatno prikažemo tudi zgodovinski razvoj matematike od Babiloncev s šestedestiškim, Majev z dvajsetiškim, kratko uvedbo enajstiškega med francosko revolucijo pa vse do še vedno uporabljanega tridesetiškega za geokodiranje (NAC).

*Menite, da bi bilo lažje računati v katerem drugem sistemu kot pa desetiškem? Ali pa je to odvisno od tega, česa smo bolj navajeni?*

Po mojem mnenju gre za tradicijo, če bi živeli v svetu, kjer bi tradicionalno prevladoval npr. šestiški sistem, bi nam bilo šestiško računanje najlažje, naučili bi se le šest števk, poštevanka po šestiško bi nam bila najbližja. Če bi v evoluciji razvili na vsaki roki le tri prste, bi se morda šestiški sistem zasidral tako, kot je sedaj desetiški. Se pa zdi, da je to malo verjetno, saj so vretenčarji, ki so imeli nastavke tudi za druga števila bodočih prstov (npr. 7 ali 13) izumrli, ostali so le tisti s petimi.

*Bi mi radi še kaj sporočili?*

Mestnovrednostni zapis, ki temelji na številskih sistemih, je ena izmed največjih pridobitev v zgodovini matematike, dodatno je to eden izmed težjih usvojljivih pojmov v osnovni šoli. Zato me veseli, da si se odločil raziskovati to temo.

*Za vaš čas se vam najlepše zahvaljujem.*

## 4. UGOTOVITVE

Zastavil sem si naslednje hipoteze, ki jih lahko potrdim ali ovržem.

*Hipoteza 1: Poznamo različne številke sisteme, ki jih vsakodnevno uporabljamo.*

Hipotezo 1 lahko potrdim. V literaturi sem našel različne sisteme, ki jih uporabljamo in niti ne pomislimo, da pravzaprav uporabljamo sistem, ki ni desetiški. Primer je pri pretvarjanju časa, kjer celo kombiniramo desetiški sistem in šestdesetiški sistem. Med pretvarjanjem sekund, minut in ur uporabljamo šestdesetiški sistem, če govorimo o enotah manjših od sekunde pa govorimo o desetinkah, stotinkah in tako naprej, kjer uporabljamo desetiški sistem. Pri pretvarjanju časovnih enot pridemo tudi do drugih sistemov. Ko pretvarjamo ure v dneve uporabljamo štiriindvajsetiški sistem. Poznamo države, kjer za pretvarjanje ploščinskih enot uporabljajo dvanajsetiški sistem. Seveda se v računalništvu uporablja dvojiški in šestnajsetiški sistem. Hipotezo pa mi je potrdila tudi prof. dr. Lipovec v intervjuju.

*Hipoteza 2: V desetiškem sistemu je lažje računati kot v katerem drugem.*

Hipotezo 2 lahko ovržem, saj sem ugotovil, da je desetiški sistem lažji, ker ga uporabljamo že od rojstva, kar mi je v intervjuju potrdila tudi prof. dr. Lipovec. Če bi nas učili računati kako drugače ali pa bi imeli drugačno število prstov, bi nam drug sistem bil bližji. Lahko bi na primer šteli praznine med prsti in bi tako uporabljali osmiški sistem. Sam sem poskusil računati tudi v drugih sistemih. Za računanje v drugih sistemih uporabljamo enaka pravila za računanje kot v desetiškem sistemu, ki se jih učimo v šoli. Drugi sistemi mi niso bili blizu, saj nanje nisem navajen.

*Hipoteza 3: V računalništvu uporabljamo dvojiški sistem.*

Hipotezo 3 lahko potrdim in tudi dopolnim. V računalništvu pravzaprav uporabljamo dva sistema, dvojiškega in šestnajsetiškega. V razvoju računalništva se je uporabljal le dvojiški sistem, v kasnejšem razvoju računalništva pa se je izkazalo, da je priročen za uporabo tudi šestnajsetiški sistem. Šestnajsetiški sistem v računalništvu se uporablja pri IP številkah, torej pri omrežnih povezavah, s tem so pridobili veliko dodatnih mest na spletu.

*Hipoteza 4: Učenec, ki dosega vidne rezultate na matematičnih tekmovanjih, pozna različne številske sisteme.*

Hipotezo 4 lahko ovržem. Učenec, ki sem ga intervjuval, sicer pozna dvojiški in desetiški sistem, vendar dvojiškega sistema ne zna uporabljati. Tudi pretvarjanje iz enega sistema v drugega mu je tuje. Oba meniva, da bi se bilo smiselno številske sisteme učiti že v osnovni šoli.

*Zakaj desetiški sistem?*

Ali lahko ob koncu odgovorim na raziskovalno vprašanje? Pravega odgovora na to vprašanje ne morem dati, saj so skozi zgodovino ljudje uporabljali različne sisteme, ki so pripomogli k različnim odkritjem, nekateri pa se uporabljajo še danes. Zelo verjetno je, da prav desetiški sistem uporabljamo zaradi števila prstov na roki in si tako lahko pomagamo pri računanju. Zakoreninil se je v naš sistem in ga uporabljamo od rojstva. Kot sem raziskal in preveril tudi sam, bi lahko uporabljali kateri koli drug številski sistem. Če bi ga uporabljali od rojstva, nam ne bi bil tuj, kar mi je potrdila tudi dr. Lipovec.

Desetiški sistem se je izkazal za smiselnega iz več pogledov. Pri računanju si lahko pomagamo s številom prstov na roki, s pomočjo potenc števila 10 lahko zapišemo zelo velika števila in tako naprej.

## 5. DRUŽBENA ODGOVORNOST

Menim, da bo raziskovalna naloga lahko koristila marsikomu, saj bo lažje razumel števila okoli nas. V nalogi sem ugotovil, da so številski sistemi težki, ker o njih ne govorimo. Če malo pomislimo, jih srečamo v vsakodnevnem življenju. Menim, da bi lahko pretvarjanje v različne številske sisteme uvedli že v osnovno šolo. V drugih številskih sistemih bi se učenci lahko naučili računati ali pa vsaj seštevati in odštevati. Tako bi lažje razumeli desetiški sistem, znanje sistemov bi jim pa koristilo pri računanju s časom in kotnimi stopinjami.

## 6. ZAKLJUČEK

Ugotovil sem, da bi lahko namesto desetiškega sistema uporabljali tudi kateri koli drug sistem, če bi le tega uporabljali že od malih nog. Morda bi se bilo smiselno vprašati, zakaj ravno mestni sistem. Dolgo so ljudje uporabljali seštevalno odštevalni sistem, kjer zapis števil ni mestni, ampak jih dobimo s pomočjo seštevanja in odštevanja. Najbolj znan je rimski zapis števil. Mestni sistem je bolj smiselno uporabiti zaradi zapisa in lažjega računanja, saj lahko seštevamo in odštevamo po mestih od enic do desetih, stotic... Pri seštevalno odštevalnem sistemu je veliko težje računati z velikimi števili, saj bi jih potem morali zložiti po velikosti in bi bil zapis nepregleden.

Med raziskovanjem in pisanjem naloge sem se naučil veliko novega o številih, ki jih uporabljamo na vsakem koraku.



## 7. VIRI IN LITERATURA

Knjižni viri:

*Matematika* / Prevod Gorazd Lešnjak, Tematski leksikon, Tržič, Učila International, 2002

Beatty R., Bow J., Goldsmith M., Gren D., Jackson T., Snedden R., Watt S., *Matematika ilustrirana zgodovina števil*, Ljubljana, Tehniška založba Slovenije, 2019

Bentley P. J., *Knjiga o številih*, Ljubljana, Tehniška založba Slovenije, 2010

Devide V., *Matematika skozi kulture in epohe*, Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 1984

Štalec I., Štalec M., Strnad M., *Matematika 1*, Ljubljana, DZS, 1999

Križanič F., *Matematika 1*, Ljubljana, DZS, 1989

Stöcker H. *Matematični priročnik z osnovami računalništva*, Ljubljana, Tehniška založba Slovenije, 2006

Spletni viri:

Wikipedija, *Grške številke*, dostopno na:

[https://sl.wikipedia.org/wiki/Gr%C5%A1ke\\_%C5%A1tevilke](https://sl.wikipedia.org/wiki/Gr%C5%A1ke_%C5%A1tevilke) 25.12.2022

Viri slik:

Slika 1: <https://afroleghs.com/2013/08/29/the-ishango-bone-craddle-of-mathematics/>

25.12.2022

Slika 2: [https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske\\_%C5%A1tevilke](https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske_%C5%A1tevilke) 25.12.2022

Slika 3: [http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci\\_iz\\_zgodovine\\_matematike.html](http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci_iz_zgodovine_matematike.html)

25.12.2022

Slika 4: <https://www.tenstickers.si/nalepke/rimskie-stevilke-vodilo-za-izobrazevalne-stenske-nalepke-16351> 25.12.2022

Slika 5: <https://www.tenstickers.si/nalepke/rimskie-stevilke-vodilo-za-izobrazevalne-stenske-nalepke-16351> 27.12.2022

Slika 6: <https://nova-akropola.com/znanost-i-priroda/znanost/suanpan-kineski-abak/>

27.12.2022

Slika 7: Lasten vir

## 8. PRILOGE

### 8.1. VPRAŠANJA ZA INTERVJU

Pozdravljen.

Sem učenec 9. razreda osnovne šole. Delam raziskovalno nalogo z naslovom Zakaj desetiški sistem?

Te lahko prosim, da se na kratko predstaviš. Mogoče povej tudi, kakšni so tvoji dosežki na tekmovanjih iz matematike v šoli.

Ali poznaš različne številske sisteme, kot so desetiški, sedmiški, dvojiški?

Ali znaš pretvarjati med omenjenima sistemoma?

Meniš, da so različni številski sistemi smiselni za uporabo v vsakdanjem življenju?

Meniš, da bi se morali o različnih številskih sistemih učiti že v osnovni šoli?

Meniš, da bi bilo lažje računati v katerem drugem sistemu kot pa desetiškem? Ali pa je to odvisno od tega, česa smo bolj navajeni?

Bi mi rad še kaj sporočil?

Za tvoj čas se ti najlepše zahvaljujem.

Pozdravljeni.

Sem učenec 9. razreda osnovne šole. Delam raziskovalno nalogo z naslovom Zakaj desetiški sistem?

Vas lahko prosim, da se na kratko predstavite.

Menite, da so različni številski sistemi smiselni za uporabo v vsakdanjem življenju?

Menite, da bi se morali o različnih številskih sistemih učiti že v osnovni šoli?

Menite, da bi bilo lažje računati v katerem drugem sistemu kot pa desetiškem? Ali pa je to odvisno od tega, česa smo bolj navajeni?

Bi mi radi še kaj sporočili?

Za vaš čas se vam najlepše zahvaljujem.