

Mladi raziskovalci Slovenije 2023
57. srečanje

BRALEC MISLI

Matematika ali logika
Raziskovalna naloga

OŠ Bojana Iliča, Maribor

Avtorici: Stela Petrinič

Zala Cigale

Mentor: Jožef Senekovič

Maribor 2023

KAZALO

1. UVOD	1
2. ŠTEVILSKI SESTAVI	2
3. KAKO DELUJE »BRALEC MISLI«.....	4
4. BRALEC MISLI IN TROJIŠKI SESTAV	11
5. ZAKLJUČEK.....	17
6. DRUŽBENA ODGOVORNOST	18
7. VIRI	18

Povzetek

Na spletu lahko najdemo različne zanimive »trike«, ki nas morda prepričajo, da nekdo res zna prebrati naše misli. V raziskovalni nalogi predstavimo primer kartic s števili, kjer vprašani samo pove, na kateri kartici je njegovo zamišljeno število in mu takoj povemo, katero število si je zamislil. V raziskovalni nalogi smo raziskali, kako take kartice »bralca misli« oblikujemo in katera matematična znanja potrebujemo za to. Glede na spoznano smo uspeli izdelati tudi svoje kartice za branje misli in pripravili pravila, kako izdelati »bralca misli«.

1. UVOD

Bralca misli smo spoznali na izbirnem predmetu matematična delavnica. Gre za igro, kjer »bralec misli« ugotovi, katero število ima druga oseba v mislih. Igralec izbere število od 1 do 64 (v tem primeru) in pokaže »bralcu misli«, na katerih karticah je njegovo izbrano število. »Bralec misli« nato natančno pove, katero število je igralec izbral v svojih mislih. Na začetku seveda presenečeni poskušamo ugotoviti, kako je to sploh mogoče. Sploh, če je »bralec misli« učitelj. Na sliki 1 so kartice, s pomočjo katerih lahko ugotovimo zamišljena števila.

2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42 43 46 47 50 51 54 55 58 59 62 63	16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43 44 45 46 47 56 57 58 59 60 61 62 63	1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63
4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44 45 46 47 52 53 54 55 60 61 62 63	32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

Slika 1: »Bralec misli«

V nadaljevanju raziščemo in pojasnimo delovanje takega bralca misli. Pokažemo matematično ozadje, ki nam pomaga pri tem »triku«. V ta namen bomo najprej ponovili ali nekateri spoznali bistvene lastnosti številskih sestavov.

2. ŠTEVILSKI SESTAVI

Desetiški številski sestav je sestav, ki ga v vsakdanjem življenju najpogosteje uporabljamo. Za vsak prst na obeh rokah smo izbrali po en znak. Zapisali smo cifre (števke) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. S ciframi (števki) zapisujemo številke. V desetiškem sestavu zapis poteka z mestnim zapisom. Vsako mesto, na katero zapišemo po eno števko, ima natančno določeno vrednost, ki narašča od desne proti levi v neskončnost. Primer za število 2345 (dva tisoč tristo petinštirideset) je v naslednji tabeli (tabela 1).

Stotisočice	Desettisočice	Tisočice	Stotice	Desetice	Enice
		2	3	4	5

Tabela 1: mestni zapis

$$2345 = 10^3 \cdot 2 + 10^2 \cdot 3 + 10^1 \cdot 4 + 10^0 \cdot 5 = 2T \ 3S \ 4D \ 5E.$$

Število je zapisano z desetiško številko, ki jo lahko zapišemo z vsoto desetiških potenc. Število lahko zapišemo tudi krajše z uporabo besednega opisa posameznih mestnih vrednosti (T – tisočice, S – stotice, D – desetice, E – enice).

Poleg desetiškega sestava, ki ga uporabljamo praktično vsak dan, lahko oblikujemo tudi druge številske sestave. Vsi sestavi imajo enake lastnosti kot desetiški številski sestav. Opredelimo števke za zapis števil, opredelimo enote za zapis mestnih vrednosti. Poglejmo v nadaljevanju dva primera.

Dvojiški sestav je sestav s števki 0 in 1. Samo ti dve števki lahko uporabimo za zapis števila s številko. V desetiškem sestavu smo za zapis lahko uporabili deset števk, od 0 do 9. Dvojiški sestav najpogosteje uporabljajo v digitalni tehniki, računalništvu. Enote dvojiškega sestava so 1, 2, 4, 8, 16... To so potence z osnovo 2. Tudi dvojiški sestav je mestni sestav, kar pomeni, da so enote razporejene od najmanjše proti večji, od desne proti levi. Pomagamo si s preglednico enot. Poglejmo primer zapisa števila 46 (šestinštirideset) v tabeli (tabela 2).

32	16	8	4	2	1
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	1	1	0

Tabela 2: dvojiški sestav

$$46 = 2^5 \cdot 1 + 2^4 \cdot 0 + 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 = 101110_2$$

Število 46 v desetiškem sestavu zapišemo kot 101110_2 v dvojiškem sestavu. Desetiško število zapišemo najprej z vsoto večkratnikov opredeljenih dvojiških enot. Začnemo z najbližjo izbranemu številu (v našem primeru je ta enota število 32) in dopolnjujemo z naslednjimi možnimi enotami ($46 = 32 + 8 + 4 + 2$).

Možen je seveda tudi zapis v obratni smeri, ko dvojiško številko zapišemo z desetiško številko.

Recimo zapis

$$1110001_2 = 2^6 \cdot 1 + 2^5 \cdot 1 + 2^4 \cdot 1 + 2^3 \cdot 0 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 =$$

$$64 + 32 + 16 + 0 + 0 + 0 + 1 = 113.$$

Zapisano je število sto trinajst.

Trojiški sestav je sestav s števki 0, 1 in 2. Enote trojiškega sestava so 1, 3, 9, 27, 81... To so potence z osnovo 3. Primer za mestni zapis števila 46 v trojiškem sestavu (tabela 3).

81	27	9	3	1
3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
	1	2	0	1

Tabela 3: trojiški sestav

$$46 = 3^3 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2 + 3^1 \cdot 0 + 3^0 \cdot 1 = 1201_3$$

Torej število 46 v trojiškem sestavu zapišemo kot 1201_3 .

Na enak način lahko oblikujemo poljuben številski sestav, z osnovo enote do poljubno izbranega števila.

Tako ima n -tiški sestav številke od 0 do $n - 1$, enote tega sestava pa so $1, n^1, n^2, n^3 \dots$ potence z osnovo n .

3. KAKO DELUJE »BRALEC MISLI«

Poglejmo v nadaljevanju kako igramo, »ugotavljamo« misli. Igralec si izbere število. Izbira med števili od 1 do 64. Izbre npr. število 14. »Bralcu misli« pokaže, na katerih karticah je izbrano število (obkroženo z modro) (slika 2).

2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42 43 46 47 50 51 54 55 58 59 62 63	16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63
8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43 44 45 46 47 56 57 58 59 60 61 62 63	1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63
4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44 45 46 47 52 53 54 55 60 61 62 63	32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

Slika 2: Bralec misli, primer

Bralec misli sešteje števila na začetku tistih kartic, ki jih je igralec pokazal (obkroženo z rdečo). Vsota teh števil ($2 + 8 + 4$) je izbrano število, v tem primeru 14.

Poglejmo natančneje, kako so števila na posameznih karticah zapisana. Opazimo, da se vsako zaporedje števil na karticah začne s števili 1, 2, 4, 8, 16 in 32. Torej šest kartic. Spomnimo se, da so zapisana števila hkrati enote dvojiškega sestava. Kar nam da misliti, da je »bralec misli« povezan z dvojiškim številskim sestavom. Natančneje pogledimo tri kartice, kjer je bilo zapisano izbrano število 14. Prva izbrana kartica se začne s številom 2 (slika 3).

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

Slika 3: kartica s številom 2

Kako so ta števila razvrščena? Opazimo vzorec: zapisan je vsak drugi večkratnik števila 2 (2, 6, 8 ...) in njegov naslednik (3, 7, 9 ...). Poglejmo zapis teh števil še v dvojiškem sestavu (dvojiške številke so zapisane brez osnove 2, torej npr. $1011_2 = 1011$):

$2 = 10,$	$3 = 11,$	$6 = 110,$	$7 = 111,$
$10 = 1010,$	$11 = 1011,$	$14 = 1110,$	$15 = 1111,$
$18 = 10010,$	$19 = 10011,$	$22 = 10110,$	$23 = 10111,$
$26 = 11010,$	$27 = 11011,$	$30 = 11110,$	$31 = 11111,$
$34 = 100010,$	$35 = 100011,$	$38 = 100110,$	$39 = 100111,$
$42 = 101010,$	$43 = 101011,$	$46 = 101110,$	$47 = 101111,$
$50 = 110010,$	$51 = 110011,$	$54 = 110110,$	$55 = 110111,$
$58 = 111010,$	$59 = 111011,$	$62 = 111110,$	$63 = 111111$

Ugotovimo, da imajo vsa ta števila števk 1 na mestu z vrednostjo 2 (kreepko poudarjene številke).

Poglejmo kartico, ki se začne s številom 4 (slika 4).

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

Slika 4: kartica s številom 4

Ponovno opazimo vzorec: zapisan je vsak drugi večkratnik števila 4 (4, 12, 20 ...) in trije nasledniki tega števila (5, 6, 7 ...). Poglejmo zapis teh števil v dvojiškem sestavu (dvojiške številke so ponovno zapisane brez osnove 2, torej npr. $101_2 = 101$):

4 = 100,	5 = 101,	6 = 110,	7 = 111,
12 = 1100,	13 = 1101,	14 = 1110,	15 = 1111,
20 = 10100,	21 = 10101,	22 = 10110,	23 = 10111,
28 = 11100,	29 = 11101,	30 = 11110,	31 = 11111,
36 = 100100,	37 = 100101,	38 = 100110,	39 = 100111,
44 = 101100,	45 = 101101,	46 = 101110,	47 = 101111,
52 = 110100,	53 = 110101,	54 = 110110,	55 = 110111,
60 = 111100,	61 = 111101,	62 = 111110,	63 = 111111

Opazimo nekaj podobnega kot v prejšnjem primeru. Vsa števila imajo števk 1 na mestu z vrednostjo 4 (krepko poudarjene številke).

Poglejmo še naslednjo kartico, kjer se števila začnejo z enoto 8 (slika 5).

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

Slika 5: kartica s številom 8

Zapisan je vsak drugi večkratnik števila 8 (8, 24, 40 ...) in 7 (sedem) njegovih naslednikov (nasledniki števila 8 so 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15). Poglejmo še zapis teh števil v dvojiškem sestavu (dvojiške številke so zapisane brez osnove 2, torej npr. $1011_2 = 1011$):

8 = 1000,	9 = 1001,	10 = 1010,	11 = 1011,
12 = 1100,	13 = 1101,	14 = 1110,	15 = 1111,
24 = 11000,	25 = 11001,	26 = 11010,	27 = 11011,
28 = 11100,	29 = 11101,	30 = 11110,	31 = 11111,

$40 = 10\mathbf{1}000,$	$41 = 10\mathbf{1}001,$	$42 = 10\mathbf{1}010,$	$43 = 110\mathbf{1}011,$
$44 = 10\mathbf{1}100,$	$45 = 10\mathbf{1}101,$	$46 = 10\mathbf{1}110,$	$47 = 10\mathbf{1}111,$
$56 = 11\mathbf{1}000,$	$57 = 11\mathbf{1}001,$	$58 = 11\mathbf{1}010,$	$59 = 11\mathbf{1}011,$
$60 = 11\mathbf{1}100,$	$61 = 11\mathbf{1}101,$	$62 = 11\mathbf{1}110,$	$63 = 11\mathbf{1}111$

Vsa zapisana števila imajo števko 1 na mestu z vrednostjo 8 (krepko poudarjene števke).

Podobno ugotovimo tudi za nadaljne številke kartice. Kartice se začnejo se s števili 16, 32 in

1. Poglejmo številsko kartico, ki se začne s številom 16 (slika 6).

16 17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30 31
48 49 50 51 52 53 54 55
56 57 58 59 60 61 62 63

Slika 6: kartica s številom 1

Zapisan je vsak drugi večkratnik števila 16 in 15 (petnajst) njegovih naslednikov. Poglejmo še zapis teh števil v dvojiškem sestavu (zapisane brez osnove 2):

$16 = 1\mathbf{0}000,$	$17 = 1\mathbf{0}001,$	$18 = 1\mathbf{0}010,$	$19 = 1\mathbf{0}011,$
$20 = 1\mathbf{0}100,$	$21 = 1\mathbf{0}101,$	$22 = 1\mathbf{0}110,$	$23 = 1\mathbf{0}111,$
$24 = 1\mathbf{1}000,$	$25 = 1\mathbf{1}001,$	$26 = 1\mathbf{1}010,$	$27 = 1\mathbf{1}011,$
$28 = 1\mathbf{1}100,$	$29 = 1\mathbf{1}101,$	$30 = 1\mathbf{1}110,$	$31 = 1\mathbf{1}111,$
$48 = 1\mathbf{1}0000,$	$49 = 1\mathbf{1}0001,$	$50 = 1\mathbf{1}0010,$	$51 = 1\mathbf{1}0011,$
$52 = 1\mathbf{1}0100,$	$53 = 1\mathbf{1}0101,$	$54 = 1\mathbf{1}0110,$	$55 = 1\mathbf{1}0111,$
$56 = 1\mathbf{1}1000,$	$57 = 1\mathbf{1}1001,$	$58 = 1\mathbf{1}1010,$	$59 = 1\mathbf{1}1011,$
$60 = 1\mathbf{1}1100,$	$61 = 1\mathbf{1}1101,$	$62 = 1\mathbf{1}1110,$	$63 = 1\mathbf{1}1111$

Vsa zapisana števila imajo števko 1 na mestu z vrednostjo 16 (krepko poudarjene števke).

Poglejmo številsko kartico, ki se začne s številom 32 (slika 7).

32 33 34 35 36 37 38 39
40 41 42 43 44 45 46 47
48 49 50 51 52 53 54 55
56 57 58 59 60 61 62 63

Slika 7: kartica s številom 32

Če se kartica ne bi končala s številom 63, bi bil zapisan vsak drugi večkratnik števila 32 ter 31 njegovih naslednikov. Poglejmo še zapise teh števil v dvojiškem sestavu (zapisane brez osnove 2):

32 = 100000,	33 = 100001,	34 = 100010,	35 = 100011,
36 = 100100,	37 = 100101,	38 = 100110,	39 = 100111,
40 = 101000,	41 = 101001,	42 = 101010,	43 = 101011,
44 = 101100,	45 = 101101,	46 = 101110,	47 = 101111,
48 = 110000,	49 = 110001,	50 = 110010,	51 = 110011,
52 = 110100,	53 = 110101,	54 = 110110,	55 = 110111,
56 = 111000,	57 = 111001,	58 = 111010,	59 = 111011,
60 = 111100,	61 = 111101,	62 = 111110,	63 = 111111

Vsa zapisana števila imajo števko 1 na mestu z vrednostjo 32 (krepko poudarjene števke).

Poglejmo še števila na številski kartici, ki se začne s številom 1 (slika 8).

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

Slika 8: kartica s številom 1

Vsa števila v dvojiškem zapisu imajo na mestu enic števko 1.

$1 = 1,$	$3 = 11,$	$5 = 101,$	$7 = 111,$
$9 = 1001,$	$11 = 1011,$	$13 = 1101,$	$15 = 1111,$
$17 = 10001,$	$19 = 10011,$	$21 = 10101,$	$23 = 10111,$
$25 = 11001,$	$27 = 11011,$	$29 = 11101,$	$31 = 11111,$
$33 = 100001,$	$35 = 100011,$	$37 = 100101,$	$39 = 100111,$
$41 = 101001,$	$43 = 101011,$	$45 = 101101,$	$47 = 101111,$
$49 = 110001,$	$51 = 110011,$	$53 = 110101,$	$55 = 110111,$
$57 = 111001,$	$59 = 111011,$	$61 = 111101,$	$63 = 111111.$

Na vsaki izmed šestih kartic je natanko 32 števil.

Kot smo opazili na zgornjih primerih, je prvo število na vsaki kartici vrednost potence z osnovo 2 (od 2^0 do 2^5 v našem primeru). Ugotovili smo, da je na vsaki kartici vsak drugi večkratnik 2^n in $2^n - 1$ njegovih naslednikov. Katera števila bi torej bila na kartici 2^n ? To so naslednja števila

$$2^n, 2^n + 1, 2^n + 2, 2^n + 3, \dots, 2^n \cdot 2 - 1, 2^n \cdot 3, 2^n \cdot 3 + 1, 2^n \cdot 3 + 2, 2^n \cdot 3 + 3 \dots$$

Na ta način lahko pripravimo poljubno število kartic »bralca misli«. Z večanjem števila kartic bi igra postala vedno slabše pregledna.

Za boljšo preglednost lahko sestavimo preglednico (tabela 4). Vidimo, da so na levi naravna števila do 24 zapisana v desetiškem sestavu in na desni enaka števila zapisana v dvojiškem sestavu.

V tem primeru bi tvorili kartico s številom 1, kot začetno število, saj so krepko zapisane vse številke z vrednostjo 1, ter pripadajoča naravna števila (v desnem stolpcu) (preveri na sliki 8). S krepko zapisanimi števki 1 na mestu enote 2, bi razvrstili vsa števila na kartico, ki se začne s številom (enoto) 2.

1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
18	10010
19	10011
20	10100
21	10101
22	10110
23	10111
24	11000

Tabela 4: števila do 24

Pokazali smo pregleden način tvorjenja kartic za igro bralec misli.

Kako torej deluje »bralec misli«? Vsako naravno število lahko zapišemo v dvojiškem številskem sestavu. Recimo, da izberemo število $25 = 11001_2$. Enica je na mestih z dvojiško enoto $2^0 = 1$, $2^3 = 8$ in $2^4 = 16$. Torej je število 25 zapisano na treh karticah, tistih, ki se začnejo z 1, 8 in 16 (poglej na sliki 2). Ko igralec pokaže na te tri kartice, »bralec misli« enostavno sešteje začetna števila teh kartic, torej $1 + 8 + 16 = 25$ in »prebere« zamišljeno število.

4. BRALEC MISLI IN TROJIŠKI SESTAV

Že na začetku smo omenili, da poznamo pojubne številske sestave. Če igra deluje z zapisi števil v dvojiškem sestavu nas zanima, kako bi tvorili to igro z osnovo v trojiškem sestavu.

Lahko predpostavimo, da bi bila začetna števila kartic vrednosti potence z osnovo 3. To so števila 1, 3, 9, 27, 81... Če poskusimo tvoriti kartice samo s temi podatki, lahko dobimo igro (kartice) ki zgledajo tako (slika 9):

1 2 4 5 7 8 10 11 13 14 16	3 4 5 6 7 8 12 13 14 15 16
17 19 20 22 23 25 26 28 29	17 21 22 23 24 25 26 30 31
31 32 34 35 37 38 40 41 43	32 33 34 35 39 40 41 42 43
44 46 47 49 50 52 53 55 56	44 48 49 50 51 52 53 57 58
58 59 61 62 64 65 67 68 70	59 60 61 62 66 67 68 69 70
71 73 74 76 77 79 80	71 75 76 77 78 79 80
9 10 11 12 13 14 15 16 17	27 28 29 30 31 32 33 34 35
18 19 20 21 22 23 24 25 26	36 37 38 39 40 41 42 43 44
36 37 38 39 40 41 42 43 44	45 46 47 48 49 50 51 52 53
45 46 47 48 49 50 51 52 53	54 55 56 57 58 59 60 61 62
63 64 65 66 67 68 69 70 71	63 64 65 66 67 68 69 70 71
72 73 74 75 76 77 78 79 80	72 73 74 75 76 77 78 79 80

Slika 9: »bralec misli« v trojiškem sestavu, ki ne deluje

Če poskusimo igrati bralca misli po spoznanih pravilih, hitro opazimo, da so te kartice nepravilne.

Primer:

Recimo, da bi želeli ugotoviti število 42.

1 2 4 5 7 8 10 11 13 14 16	3 4 5 6 7 8 12 13 14 15 16
17 19 20 22 23 25 26 28 29	17 21 22 23 24 25 26 30 31
31 32 34 35 37 38 40 41 43	32 33 34 35 39 40 41 42 43
44 46 47 49 50 52 53 55 56	44 48 49 50 51 52 53 57 58
58 59 61 62 64 65 67 68 70	59 60 61 62 66 67 68 69 70
71 73 74 76 77 79 80	71 75 76 77 78 79 80
9 10 11 12 13 14 15 16 17	27 28 29 30 31 32 33 34 35
18 19 20 21 22 23 24 25 26	36 37 38 39 40 41 42 43 44
36 37 38 39 40 41 42 43 44	45 46 47 48 49 50 51 52 53
45 46 47 48 49 50 51 52 53	54 55 56 57 58 59 60 61 62
63 64 65 66 67 68 69 70 71	63 64 65 66 67 68 69 70 71
72 73 74 75 76 77 78 79 80	72 73 74 75 76 77 78 79 80

Slika 10: »bralec misli« v trojiškem sestavu, ki ne deluje s primerom 42

Igralec nam pokaže tri kartice, na katerih vidi število 42 (obkroženo z modro). »Bralec misli« sešteje vsa števila na začetku teh kartic (obkroženo z rdečo), torej $3 + 9 + 27 = 39$, kar ni število, ki smo ga poskusili ugotoviti.

Zato uporabimo pregleden zapis naravnih števil v trojiškem sestavu. Da bi zapisali pravilno različico, uporabimo preglednico podobno preglednici v tabeli 4 (za dvojiški sestav). Zapišimo naravna števila v trojiškem sestavu (tabela 5).

1	1
2	2
3	10
4	11
5	12
6	20
7	21
8	22
9	100
10	101
11	102
12	110
13	111
14	112
15	120
16	121
17	122
18	200
19	201
20	202
21	210
22	211
23	212
24	220

Tabela 5: Naravna števila do 24 v desetiškem in trojiškem sestavu

Vsa števila, ki imajo v trojiškem sestavu števk 1 na mestu z vrednostjo 1, razvrstimo na kartico z začetnim številom 1.

Na naslednji kartici, z začetnim številom 2, sledijo števila, ki imajo v trojiškem sestavu števk 2 na mestu z vrednostjo 1.

To moramo narediti, saj v trojiškem sestavu ne uporabljamo samo števk 0 in 1, temveč še števk 2. Naslednja kartica bi se začela s števk 3 in nato naslednja s števk 6, ter tako dalje. Primer delujočih kartic je na sliki 11.

1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55 58 61 64 67 70 73 76 79	2 5 8 11 14 17 20 23 26 29 32 35 38 41 44 47 50 53 56 59 62 65 68 71 74 77 80
3 4 5 12 13 14 21 22 23 30 31 32 39 40 41 48 49 50 57 58 59 66 67 68 75 76 77	6 7 8 15 16 17 24 25 26 33 34 35 42 43 44 51 52 53 60 61 62 69 70 71 78 79 80
9 10 11 12 14 14 15 16 17 36 37 38 39 40 41 42 43 44 63 64 65 66 67 68 69 70 71	18 19 20 21 22 23 24 25 26 45 46 47 48 49 50 51 52 53 72 73 74 75 76 77 78 79 80
27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53	54 55 56 57 58 59 60 61 62 62 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

Slika 11: »bralec misli« v trojiškem sestavu, ki deluje

Poglejmo primer za število 36 (slika 12). Če sedaj igralec pokaže kartice, na katerih je število 36 (obkroženo z modro), seštejemo začetna števila teh kartic, torej $9 + 27 = 36$, kar je število, ki smo ga ugotavljali.

1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 31 34 37 40 43 46 49 52 55 58 61 64 67 70 73 76 79	2 5 8 11 14 17 20 23 26 29 32 35 38 41 44 47 50 53 56 59 62 65 68 71 74 77 80
3 4 5 12 13 14 21 22 23 30 31 32 39 40 41 48 49 50 57 58 59 66 67 68 75 76 77	6 7 8 15 16 17 24 25 26 33 34 35 42 43 44 51 52 53 60 61 62 69 70 71 78 79 80
9 10 11 12 14 14 15 16 17 36 37 38 39 40 41 42 43 44 63 64 65 66 67 68 69 70 71	18 19 20 21 22 23 24 25 26 45 46 47 48 49 50 51 52 53 72 73 74 75 76 77 78 79 80
27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53	54 55 56 57 58 59 60 61 62 62 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

Slika 12: »bralca misli« v trojiškem sestavu s primerom 36

Preverimo igro še za primer števila 42. To število je zapisano na karticah, ki se začnejo s števili 6, 9 in 27. Vsota teh števil je $6 + 9 + 27 = 42$. Kar pomeni, da tako zapisane kartice »bralca misli« delujejo. uspelo nam je izdelati kartice, ki imajo osnovo v trojiškem sestavu.

V nadaljevanju so zapisana naravna števila v trojiškem sestavu za vsako kartico posebej.

Na prvo kartico smo napisali vsa števila do 80, ki imajo v trojiškem sestavu na mestu z enoto 1 napisano števko ena. Zapisani so nasledniki večkratnikov 3 (zapisi števil brez osnove 3):

$1 = 1$, $4 = 11$, $7 = 21$, $13 = 111$, $16 = 121$, $19 = 201$, $22 = 211$, $25 = 221$, $28 = 1001$,

$31 = 1011$, $34 = 1021$, $37 = 1101$, $40 = 1111$, $43 = 1121$, $46 = 1201$, $49 = 1211$,

$52 = 1221$, $55 = 2001$, $58 = 2011$, $61 = 2021$, $64 = 2101$, $67 = 2111$, $70 = 2121$,

$73 = 2201$, $76 = 2211$, $79 = 2221$

Na drugi kartici imajo vsa zapisana števila pod enoto z vrednostjo 1 napisano števko 2. Ta števila so predhodniki večkratnika števila 3.

2 = **2**, 5 = **12**, 8 = 22, 11 = **102**, 14 = **112**, 17 = **122**, 20 = **202**, 23 = **212**, 26 = **222**,
 29 = **1002**, 32 = **1012**, 35 = **1022**, 38 = **1102**, 41 = **1112**, 44 = **1122**, 47 = **1202**,
 50 = **1212**, 53 = **1222**, 56 = **2002**, 59 = **2012**, 62 = **2022**, 65 = **2102**, 68 = **2112**,
 71 = **2122**, 74 = **2202**, 77 = **2212**, 80 = **2222**

Naslednja kartica se začne s številom tri, saj je enota 3^1 . Zapišemo še števili 4 in 5, in nadaljujemo z vsakim tretjim večkratnikom števila 3 in dvema njegovima naslednikoma.

3 = **10**, 4 = **11**, 5 = **12**, 12 = **110**, 13 = **111**, 14 = **112**, 21 = **210**, 22 = **211**, 23 = **212**,
 30 = **1010**, 31 = **1011**, 32 = **1012**, 39 = **1110**, 40 = **1111**, 41 = **1112**, 48 = **1210**,
 49 = **1211**, 50 = **1212**, 57 = **2010**, 58 = **2011**, 59 = **2012**, 66 = **2110**, 67 = **2111**,
 68 = **2112**, 75 = **2210**, 76 = **2211**, 77 = **2212**

In še kartica s števko 2 na mestu enote 3.

6 = **20**, 7 = **21**, 8 = **22**, 15 = **120**, 16 = **121**, 17 = **122**, 24 = **220**, 25 = **221**, 26 = **222**,
 33 = **1020**, 34 = **1021**, 35 = **1022**, 42 = **1120**, 43 = **1121**, 44 = **1122**, 51 = **1220**,
 52 = **1221**, 53 = **1222**, 60 = **2020**, 61 = **2021**, 62 = **2022**, 69 = **2120**, 70 = **2121**,
 71 = **2122**, 78 = **2220**, 79 = **2221**, 80 = **2222**

Naslednja enota je 3^2 , torej se kartica začne z 9. Nadaljuje se z osmimi nasledniki.

9 = **100**, 10 = **101**, 11 = **102**, 12 = **110**, 13 = **111**, 14 = **112**, 15 = **120**, 16 = **121**,
 17 = **122**, 36 = **1100**, 37 = **1101**, 38 = **1102**, 39 = **1110**, 40 = **1111**, 41 = **1112**,
 42 = **1120**, 43 = **1121**, 44 = **1122**, 63 = **2100**, 64 = **2101**, 65 = **2102**, 66 = **2110**,
 67 = **2111**, 68 = **2112**, 69 = **2120**, 70 = **2121**, 71 = **2122**

In še kartica, ki se začne s številom 18. Na mestu enote 9 je števka 2.

18 = 200, 19 = 201, 20 = 202, 21 = 210, 22 = 211, 23 = 212, 24 = 220, 25 = 221, 26 = 222,
45 = 1200, 46 = 1201, 47 = 1202, 48 = 1210, 49 = 1211, 50 = 1212, 51 = 1220, 52 = 1221,
53 = 1222, 72 = 2200, 73 = 2201, 74 = 2202, 75 = 2210, 76 = 2211, 77 = 2212, 78 = 2220,
79 = 2221, 80 = 2222

In še kartica, ki se začne s številom 27 saj je enota 3^3 . Števila se nadaljujejo s 26 nasledniki .

27 = 1000, 28 = 1001, 29 = 1002, 30 = 1010, 31 = 1011, 32 = 1012, 33 = 1020,
34 = 1021, 35 = 1022, 36 = 1100, 37 = 1101, 38 = 1102, 39 = 1110, 40 = 1111,
41 = 1112, 42 = 1120, 43 = 1121, 44 = 1122, 45 = 1200, 46 = 1201, 47 = 1202,
48 = 1210, 49 = 1211, 50 = 1212, 51 = 1220, 52 = 1221, 53 = 1222

5. ZAKLJUČEK

V raziskovalni nalogi smo pojasnili kako deluje »bralec misli«. Pri tem seveda nikakor ne gre za »umetnost« branja misli ampak za matematično znanje. Potrebno je samo poznati dvojiški številski sestav in v logičnem zaporedju razvrstiti števila na kartice. Pokazali smo, kako opravimo to razporeditev števil, ki jih zapišemo v dvojiškem sestavu. Prav tako smo pojasnili postopek ugotavljanja zamišljenih števil.

Z ugotovitvami, ki temeljijo na dvojiškem sestavu smo izdelali tudi kartice, ki temeljijo na trojiškem sestavu. So pa take kartice, ki temeljijo na trojiškem sistemu, bolj nepregledne in težje za uporabo.

Kartice, ki temeljijo na drugih številskih sestavih (npr. štiriški, petiški...) precej težko zapisati, oziroma je potrebno upoštevati veliko dodatnih pogojev za razvrščanje števil. Pri tem pa zgubimo na preglednosti in enostavnosti igre.

6. DRUŽBENA ODGOVORNOST

Najina raziskovalna naloga je nastala izključno z najinim razmislekom in uporabo pridobljenega znanja v šoli in samostojnega iskanja podatkov. Raziskovalna naloga razkriva kako »beremo misli«. Pri pojasnjevanju uporabimo matematično znanje, kar je osnovni cilj raziskovalnih nalog na področju matematike. Z raziskovalno nalogo sva pokazali konkretno uporabo matematike za opis življenjskih situacij. Razumevanje številskih sestavov in njihovega delovanja namreč lahko pripomore k uveljavljanju znanja in matematike v družbi, spodbuja razvoj kritičnega mišljenja in uporabnih spretnosti. Pri učenju številskih sestavov se namreč spodbuja razumevanje osnovnih konceptov in pravil. To znanje pripomore k razvoju matematične in računalniške pismenosti, ki sta v današnjem svetu pomembni.

7. VIRI

1. <https://imgv2-1-f.scribdassets.com/img/document/186626165/original/c38c44801e/1664560824?v=1> (12.11.2022)
2. Gazvoda, Frešer, Senekovič, Matematika za radovedneže 6, učbenik za OŠ, ICO d.o.o, 2012.
3. https://sl.wikipedia.org/wiki/Desetiški_številski_sistem (20.11.2022)
4. https://sl.wikipedia.org/wiki/Dvojiški_številski_sistem (20.11.2022)