

56. srečanje mladih raziskovalcev Slovenije 2022

Analiza vplivov na nihanje električnega nihajnega kroga

Raziskovalno področje ASTRONOMIJA ALI FIZIKA

Raziskovalna naloga

AVTOR: Tian Strmšek

MENTORJA: Lukáš Richterek, Matjaž Črček

ŠOLA: II. gimnazija Maribor

Maribor, 2022

POVZETEK

Namen raziskovalne naloge je bil odkrivanje vplivov na nihanje električnega nihajnega kroga in raziskovanje, kako spremenijo njegovo resonančno krivuljo ter njen faktor Q . V ta namen sem najprej raziskal teoretično ozadje delovanja nihajnega kroga, sledil pa je razmislek o možnih vplivih na njegovo nihanje. Z raziskovanjem literature se je izkazalo, da so bili ti parametri kapaciteta kondenzatorja, induktivnost tuljave in upor nihajnega kroga. Vpliv na nihanje v krogu sem nato preveril eksperimentalno, z meritvijo resonančnih krivulj pred spremembo določene količine in po njej. Rezultate sem preveril s primerjavo z računalniškim modelom, ki je z izrazom za amplitudo nihanja električnega kroga pri določeni frekvenci izračunal in narisal resonančne krivulje. Tako sem preveril ujemanje meritev s teorijo. Med raziskovanjem se je izkazalo, da večja induktivnost povzroči večji faktor Q – ostrejši vrh resonančne krivulje. Večji upor je povzročil manjši faktor Q , vpliv kapacitete pa je bil zelo zapleten. Graf odvisnosti resonančne amplitude od kapacitete kondenzatorja je bil zelo podoben krivulji oddane moči v odvisnosti od kvocienta upora v krogu in notranjega upora vira. Dodajanje železnega jedra je prav tako zmanjšalo faktor Q , saj je povečalo upor. Dobljene resonančne krivulje so se večinoma ujemale z modelom, kar je potrdilo zanesljivost meritev in modelov.

Ključne besede: resonančna krivulja, faktor Q , kapaciteta, induktivnost, upor kroga, računalniški model.

Angleški prevod:

The purpose of the research project was to search for influences on the oscillation of the LC oscillation circuit and research their effect on the circuit's resonance curve and its factor Q . Firstly, the theoretical background of the operation of the circuit was researched, and a reflection on the possible influences on its oscillation followed. The literature review showed that these influences were the capacity of the capacitor, the inductivity of the coil, and the total resistance of the circuit.

The influence of these parameters on the oscillation of the circuit was then experimentally verified, by measuring the resonance curves before and after the modification of a certain variable. The results were validated with a computer model which calculated the resonance curves using a formula for the amplitude of oscillation at a certain frequency. Consequently, the correspondence of the measured data with the theoretical model was observed. The results showed that bigger inductivity causes a greater factor Q – a sharper peak of the resonance curve. Greater resistance caused a lower factor Q , and the influence of capacity on the factor Q turned out to be complicated. The graph of the dependence of resonance amplitude on the capacity of the capacitor qualitatively resembled the curve of the dependence of the delivered power on a resistor on the quotient of the resistance in a circuit and the internal resistance of the power source. Adding an iron core to the circuit also reduced the factor Q as it increased the resistance. The measured resonance curves mostly matched the calculated curves, confirming the reliability of the measurements and models.

KAZALO

POVZETEK	I
KAZALO	III
Kazalo slik.....	V
Kazalo grafov	V
Kazalo tabel.....	VI
ZAHVALA.....	VII
1 UVOD	1
2 TEORETIČNO OZADJE.....	2
2.1 Fizika električnega nihajnega kroga.....	2
2.1.1 Delovanje električnega LC-nihajnega kroga.....	2
2.1.2 RLC-nihajni krog	4
2.2 Impedanca.....	5
2.2.1 Impedanca tuljave	5
2.2.2 Impedanca kondenzatorja.....	7
2.2.3 Impedanca nihajnega kroga.....	9
2.3 Lastna frekvenca.....	11
2.4 Amplituda nihanja napetosti.....	12
2.5 Faktor Q.....	13
2.6 Prenos nihanja med dvema tuljavama	15
3 METODOLOGIJA DELA	16
3.1 Meritev induktivnosti in upora tuljav	16
3.2 Umeritev frekvenčnega generatorja in osciloskopa.....	16
3.3 Izdelava električnega nihajnega kroga	17
3.4 Vsiljevanje nihanja s frekvenčnim generatorjem	18
3.5 Uporaba železnega jedra.....	19
3.5.1 Vpliv železnega jedra na nihanje pri velikih frekvencah	20
3.6 Orientacija tuljav pri prenosu energije	21
3.7 Normalizacija resonančnih krivulj.....	21

3.8	Meritev resonančne krivulje	22
3.9	Primerjava izmerjenih resonančnih krivulj z računalniškim modelom	23
4	REZULTATI.....	24
4.1	Vpliv dodanega upora na resonančno krivuljo	24
4.1.1	Primerjava izmerjenih resonančnih krivulj z računalniškim modelom.....	26
4.2	Vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo	31
4.2.1	Meritve upora nihajnih krogov.....	32
4.2.2	Vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo pri enakem uporu.....	34
4.3	Vpliv kapacitete na resonančno krivuljo	36
4.3.1	Vpliv kapacitete kondenzatorja na resonanco	37
5	DISKUSIJA.....	40
5.1	Analiza konstrukcije nihajnega kroga	40
5.2	Analiza metode računanja induktivnosti	41
5.3	Analiza zanesljivosti računalniškega modela	42
5.4	Analiza grafa resonančne amplitude v odvisnosti od kapacitete	45
5.5	Možna uporaba nihajnega kroga.....	48
6	ZAKLJUČEK.....	50
7	DRUŽBENA ODGOVORNOST	51
8	Viri in literatura.....	52
8.1	Viri slik.....	52
9	PRILOGE	54
9.1	Računalniška koda za modeliranje resonančne krivulje.....	54
9.2	Izmerjene vrednosti amplitud nihanja	56
9.2.1	Meritve odvisnosti resonančne krivulje od upora kroga	56
9.2.2	Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave	57
9.2.3	Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave z dodanim uporom	58
9.2.4	Meritve odvisnosti resonančne krivulje od kapacitete	59
9.2.5	Meritve odvisnosti resonance od kapacitete.....	60
9.3	Izpeljava enačbe 19	61

Kazalo slik

Slika 1: Električni krog, v katerem sta vezana kondenzator (C) in tuljava (L), je osnova električnega nihajnega kroga (vir: wikipedija)	3
Slika 2: Časovni potek nihanja naboja med kondenzatorjem (C) in tuljavo (L), pri čemer je UE energija na kondenzatorju, UB pa energija na tuljavi (vir: princeton.edu)	4
Slika 3: Shema RLC-nihajnega kroga z upornikom R, tuljavo L, kondenzatorjem C in virom napetosti V (vir: electricala2z.com)	5
Slika 4: Shema električnega kroga z virom izmenične napetosti V in tuljavo z induktivnostjo L (vir: rectanglecirclee.blogspot.com).....	6
Slika 5: shema električnega kroga z virom izmenične napetosti V in kondenzatorjem s kapaciteto C (vir: lumenlearning.com)	7
Slika 6: Kazalčni diagram napetosti na tuljavi (VL), uporniku (VR) in kondenzatorju (VC), ω pa je faza komponente (vir: apogeeweb.net)	10
Slika 7: graf impedanc tuljave in kondenzatorja v odvisnosti od frekvence nihanja (vir: quora.com)	11
Slika 8: Graf resonančnih krivulj električnih nihajnih krogov z vrednostmi faktorja $Q = 1, 2, 5, 10$ (vir: allaboutcircuits.com)	14
Slika 9: Povezava dveh tuljav, ki omogoča prenos nihanja z enega električnega kroga na drugega preko železnega jedra (vir: weebly.com)	15
Slika 10: Shemi nihajnega kroga LC s stikalom v legi 1 (leva slika – polnjenje kondenzatorja) in legi 2 (desna slika – sprožitev nihanja)	17
Slika 11: Graf amplitude napetosti na kondenzatorju v odvisnosti od časa	18
Slika 12: Shema nihajnega kroga (L2 in C), na katerem je opazovano nihanje amplitude z osciloskopom in v katerem je vsiljevano nihanje preko primarne tuljave L1	19
Slika 13: Primerjava resonančnih krivulj istega nihajnega kroga ob uporabi železnega jedra in brez uporabe železnega jedra	20
Slika 14: Primer normalizirane resonančne krivulje, pridobljene z opisanim postopkom.....	23
Slika 15: Krivulja odvisnosti oddane moči od razmerja med uporom upornika in notranjim uporom vira napetosti (vir: beckustech.wordpress.com)	46

Kazalo grafov

Graf 1: graf resonančnih krivulj električnega nihajnega kroga s tuljavo z 800 ovoji in kondenzatorjem s kapaciteto 1 μ F ter dodanima uporoma z 10 ohmi in 100 ohmi upora	25
Graf 2: z računalniškim modelom pridobljene resonančne krivulje nihajnih krogov z uporom $R1 = 9,3$ ohm, $R2 = 19,3$ ohm in $R3 = 109,3$ ohm.....	27

Graf 3: graf resonančnih krivulj, pridobljenih z računalniškim modelom, v katerega so bile vstavljene vrednosti uporov $R_1 = 60 \text{ ohm}$, $R_2 = 70 \text{ ohm}$ in $R_3 = 160 \text{ ohm}$ ter $L = 0,035059 \text{ H}$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$	30
Graf 4: Resonančne krivulje nihajnih krogov s kondenzatorjem ($C = 1 \text{ }\mu\text{F}$) in tremi različnimi tuljavami z 200, 400 in 800 ovoji.....	31
Graf 5: računalniški model resonančnih krivulj nihajnih krogov s tuljavami s številom ovojev N	33
Graf 6: računalniški model resonančnih krivulj nihajnih krogov s tuljavami z različnim številom ovojev N in enakim uporom kroga.....	34
Graf 7: resonančne krivulje nihajnih krogov z enakim uporom $R = 17,8 \text{ ohm}$ in različnimi induktivnostmi zaradi tuljav z različnim številom ovojev N	35
Graf 8: resonančne krivulje nihajnih krogov s kapacitetami kondenzatorja $C = 0,5 \text{ nF}$, $5,1 \text{ nF}$ in 50 nF	37
Graf 9: odvisnost razmerja resonančne amplitude in amplitude vsiljevanja nihanja od kapacitete kondenzatorja	38
Graf 10: odvisnost resonančne amplitude od kapacitete kondenzatorja pri konstantnih vrednostih induktivnosti $L = 0,011 \text{ H}$ in upora $R = 20 \text{ ohm}$	39
Graf 11: resonančni krivulji nihajnih krogov z induktivnostjo $L = 0,01 \text{ H}$, kapaciteto $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ in uporoma $R_1 = 10 \text{ ohm}$ ter $R_2 = 50 \text{ ohm}$	44
Graf 12: Računalniško prilagojena krivulja izmerjenim vrednostim po enačbi 20.....	47
Graf 13: Računalniško prilagojena krivulja izmerjenim vrednostim z dodajanjem člena $\{X_C\}^4$ pod koren enačbe 20.....	48

Kazalo tabel

Tabela 1: Meritve upora tuljav	16
Tabela 2: meritve resonančne frekvence fR , razmerja resonančnih amplitud ob dodajanju upornikov, izračunanega faktorja k ter izračunanega upora R_0	32
Tabela 3: Meritve resonančnih frekvenc nihajnih krogov s številom ovojev N in njihove pripadajoče izračunane vrednosti faktorja Q , izračunane z vstavljanjem vrednosti upora $R = 17,8 \text{ ohm}$	36
Tabela 4: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od dodanega upora	56
Tabela 5: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave	57
Tabela 6: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave z izenačenim uporom	58
Tabela 7: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od kapacitete	59
Tabela 8: Meritve odvisnosti resonančne amplitude in frekvence od kapacitete.....	60

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem obema mentorjema za ves trud, čas in vzpodbudo pri raziskovanju. Prav tako se zahvaljujem ustanovi za možnost izposoje in uporabe vseh komponent in merilnikov, ki so bili vključeni v raziskovalno nalogo.

1 UVOD

Električni nihajni krogi so zelo pomemben del našega vsakdanjega življenja, saj nas zaradi številnih praktičnih uporab spremljajo na skoraj vsakem koraku. Uporabljajo se za sprejemanje radijskih frekvenc, služijo pa tudi kot oscilatorji, filtri in uglaševalci. Čeprav je sama sestava nihajnega kroga zelo preprosta – med seboj sta zvezana samo tuljava in kondenzator – je njegovo delovanje zapleteno. Fizika v srednjih šolah nihajnih krogov ne poudarja, kljub temu pa že krajši premislek pove, da je njihovo delovanje odvisno od številnih vplivov. Problem se mi je zdel zanimiv in dovolj kompleksen, imel pa sem tudi idejo o uporabi takšnih nihajnih krogov v namen varnejših komunikacij, ki je nalogi dala jasen cilj. Za omenjeno idejo bi potreboval znanje o resonančni krivulji nihajnih krogov in vplivih na njen faktor Q , da bi lahko bil dosežen čim ostrejši vrh.

O fiziki delovanja in možnih vplivih na električni nihajni krog bom najprej prebrskal literaturo, nato izvedel meritve ter jih primerjal z matematičnim modelom, narejenim s pomočjo računalniške kode. Za model je potreben izraz za amplitudo nihanja napetosti, ki ga je treba najti v literaturi oz. izpeljati. Predpostavil sem, da bodo na nihanje električnega kroga vplivali induktivnost tuljave, kapaciteta kondenzatorja in upor kroga.

Cilj raziskovalne naloge je odkriti, kateri dejavniki vplivajo na nihanje v električnem nihajnem krogu in na kakšen način. Ta cilj bom preveril z računanjem faktorja Q , ki nam da informacijo o pasovni širini resonančne krivulje.

Oblikovani sta bili sledeči hipotezi, ki bosta med raziskovanjem preverjeni:

- 1) na nihanje električnega nihajnega kroga pri določeni frekvenci vplivajo kapaciteta kondenzatorja, induktivnost tuljave in upor nihajnega kroga:
 - a) na nihanje opazno vplivajo le omenjeni parametri,
 - b) večja kapaciteta kondenzatorja bo povzročila manjši faktor Q ,
 - c) večja induktivnost tuljave bo povzročila manjši faktor Q ,
 - d) večji upor nihajnega kroga bo zaradi dušenja povzročil manjši faktor Q ,
- 2) uporaba železnega jedra pri vsiljevanju nihanja bo zaradi boljšega prenosa energije povzročila večji faktor Q .

2 TEORETIČNO OZADJE

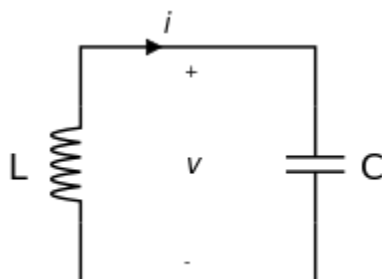
V teoretičnem delu raziskovalne naloge bodo predstavljeni delovanje in najpomembnejše značilnosti električnega nihajnega kroga. Skrit pred pogledi se nihajni krogi nahajajo v številnih elektronskih napravah in komponentah, ki jih uporabljamo vsak dan. Za razumevanje delovanja radijskih oddajnikov in sprejemnikov, ojačevalcev signala, oscilatorjev ter številnih drugih splošno uporabljenih instrumentov je ključno poznavanje fizikalnih temeljev delovanja električnega nihajnega kroga. V nadaljevanju bodo razloženi pojavi, ki so bistveni za fizikalno razumevanje delovanja eksperimenta, kot sta impedanci tuljave in kondenzatorja ter prenos energije med dvema tuljavama.

2.1 Fizika električnega nihajnega kroga

V preteklih stoletjih smo bili priča bliskovitemu razvoju tehnologije, ki je doprinesel številne izume, ki so bili pred tem popolnoma nepredstavljeni. Posledica izjemnega razvoja na področju elektronike so tudi številni električni nihajni krogi, raziskovalna naloga pa se bo posvetila samo enemu. LC-nihajni krog, ki je sestavljen samo iz kondenzatorja in tuljave, je najpreprostejši električni krog, v katerem pride do nihanja. Njegovo delovanje temelji na induktivnih lastnostih tuljave ter kapaciteti kondenzatorja. Posledica specifičnih vrednosti obeh določa lastni nihajni čas kroga, ki ga je mogoče izmeriti ali določiti s pomočjo matematičnega modela. V nadaljevanju sledi fizikalna razlaga delovanja nihajnega kroga.

2.1.1 Delovanje električnega LC-nihajnega kroga

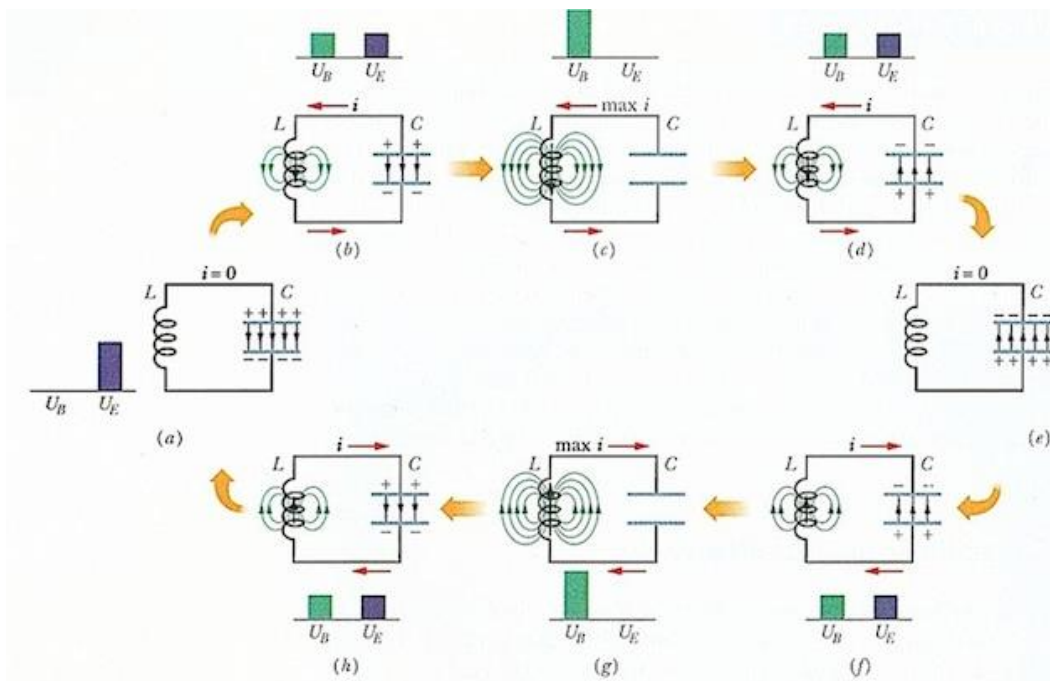
Shemo preprostega LC-nihajnega kroga, ki vključuje samo tuljavo in kondenzator, prikazuje Slika 1.



Slika 1: Električni krog, v katerem sta vezana kondenzator (C) in tuljava (L), je osnova električnega nihajnega kroga (vir: wikipediija)

Kondenzator s kapaciteto C , napolnjen z napetostjo V , je preko stikala zvezan s tuljavo, ki ima induktivnost L . Na kondenzator je priključen osciloskop, ki služi kot voltmeter in prikazuje spreminjanje napetosti v odvisnosti od časa. Če se stikalo zapre, se na osciloskopu prikaže nihajoča napetost. Ustvarjen je bil električni nihajni krog.

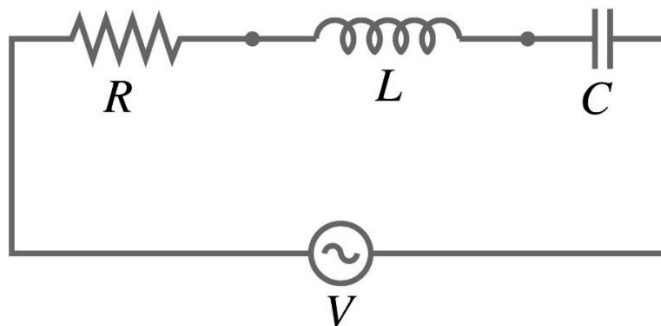
Z znanjem o lastni indukciji in kapaciteti je mogoče pojasniti dogajanje znotraj kroga, ki ga prikazuje slika 1. Poln kondenzator, zvezan s tuljavo, je deloval kot vir napetosti, ki je vladala med elektrodama kondenzatorja. Zato je skozi tuljavo stekel tok, kondenzator pa se je začel prazniti – napetost med elektrodama je začela padati. Spreminjajoč tok skozi tuljavo je okoli nje ustvaril magnetno polje, ki je shranilo energijo kondenzatorja. Ko se je slednji dokončno izpraznil, tok ni zamrl takoj, saj je tuljava, ki se je upirala spremembi magnetnega toka, povzročila napetost, ki je poganjala električni tok v prvotno smer. Zaradi nove napetosti, ki jo je povzročala tuljava, se je začel kondenzator ponovno polniti v nasprotni smeri, tako da je bila njegova polariteta obrnjena. Naboj, ki se je začel kopičiti na kondenzatorju, je med njegovima elektrodama povzročil napetost. Ta napetost je nasprotovala toku, ki je posledično začel vedno bolj pojemati, dokler se ni ustavil. Ponovno napolnjen kondenzator je povzročal napetost z obratno polariteto, ki je poganjala tok v nasprotni smeri, kar je povzročilo, da se je cikel ponovil (Kuščer, I., Moljk, A., Kranjc, T. et al, 2002).



Slika 2: Časovni potek nihanja naboja med kondenzatorjem (C) in tuljavo (L), pri čemer je U_E energija na kondenzatorju, U_B pa energija na tuljavi (vir: princeton.edu)

2.1.2 RLC-nihajni krog

Po obrazložitvi vzroka nihanja napetosti v LC-nihajnem krogu si je treba ogledati bolj realistično različico kroga, ki sem ga med raziskovanjem uporabil. Matematični model LC-nihajnega kroga predpostavi, da v krogu ni električnega upora, kar bi pomenilo, da nihanje ne bi nikoli zamrlo. Zaradi nepopolne prevodnosti komponent pa ima resničen nihajni krog upor. Njegov vpliv je vključen v model RLC-nihajnega kroga, v katerem »R« pomeni upor (ang. »resistance«). Poenostavljena oblika tega kroga v svojih temeljih vključuje LC-nihajni krog, h kateremu je zaporedno vezan upornik z vrednostjo upora R . Običajno je v krog zaporedno vezan tudi vir nihajoče napetosti, ki niha s frekvenco ν in amplitudo A . Vir napetosti v krogu vzbuja nihanje, katerega amplituda je odvisna od frekvence. Lastnost kroga, ki definira amplitudo nihanja – impedanca, bo obrazložena nadaljevanju. Predstavljena bo tudi resonančna frekvenca nihajnega kroga, pri kateri je amplituda največja, in enačba, ki omogoča računanje amplitude nihanja na kondenzatorju pri določeni frekvenci. Slednja je ključnega pomena za ustvarjanje računalniškega modela resonančne krivulje kroga.



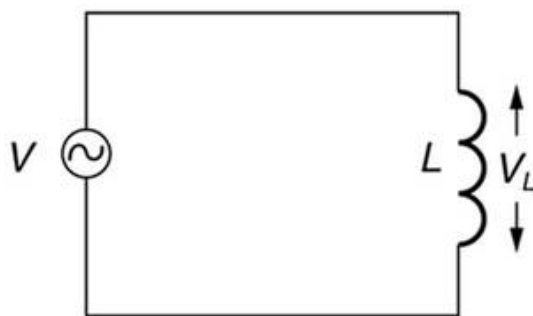
Slika 3: Shema RLC-nihajnega kroga z upornikom R , tuljavo L , kondenzatorjem C in virom napetosti V (vir: electricala2z.com)

2.2 Impedanca

Pri navadnem uporniku sta napetost in tok vedno »v fazi«, kar pomeni, da kadar se poveča napetost na uporniku, se tudi tok skozenj poveča. V t. i. »reaktivnih električnih krogih« pa napetost in tok nista v fazi. Dva primera takšnega kroga sta električna kroga, v katerem sta poleg vira električne napetosti vezana tuljava ali kondenzator. Lastna inducirana napetost na tuljavi ε namreč prehiteva tok za četrtno faze, pri kondenzatorju pa napetost med elektrodama za tokom zaostaja za četrtno faze. Količnik med napetostjo na tuljavi ali kondenzatorju in tokom skozi njega se posledično imenuje impedanca. Količnik med napetostjo v električnem krogu, ki vsebuje upornik, tuljavo in kondenzator ter tokom v njem pa se imenuje impedanca nihajnega kroga. Impedanca nihajnega kroga je torej vsota upora in impedanc tuljave in kondenzatorja (Adams, S., Allday, J., 2013).

2.2.1 Impedanca tuljave

V električnem krogu je na vir izmenične napetosti vezana tuljava z induktivnostjo L . Zaradi nihajočega toka se v tuljavi inducira napetost ε . Shema električnega kroga prikazuje slika 4.



Slika 4: Shema električnega kroga z virom izmenične napetosti V in tuljavo z induktivnostjo L (vir: rectanglecirclee.blogspot.com)

Napetost ε , ki je inducirana na tuljavi, se zaradi nihajočega toka spreminja. Podana je z enačbo:

$$\varepsilon = L \cdot \frac{dI}{dt}, \quad (1)$$

pri čemer je L induktivnost tuljave, dI pa sprememba toka skozi tuljavo. Tok skozi tuljavo niha sinusno: $I = I_0 \sin(\omega t)$. Ob zamenjavi dI z $d(I_0 \sin(\omega t))$ dobimo:

$$\varepsilon = L \frac{d(I_0 \sin(\omega t))}{dt} = L \omega I_0 \cos(\omega t), \quad (2)$$

pri čemer je največja vrednost $V_0 = L \omega I_0$. Impedanco tuljave X_L lahko tako izračunamo:

$$X_L = \frac{V_0}{I_0} = \frac{L \omega I_0}{I_0} = L \omega. \quad (3)$$

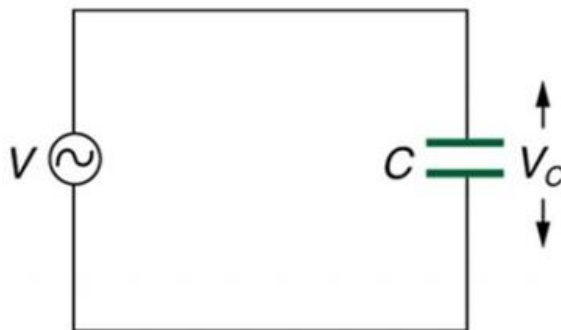
Impedanco tuljave smo izračunali iz največjih vrednosti napetosti in toka skozi njo, vendar lahko posplošimo, da v povprečju ostaja konstantna. Namesto količnika največjih vrednosti napetosti in toka bi lahko uporabili tudi povprečni vrednosti in se rezultat ne bi spremenil, saj se povprečna

vrednost napetosti izračuna po enačbi $V_{r.m.s.} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$, toka pa $I_{r.m.s.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ in bi se pri deljenju oba korena izničila (Adams, S., Allday, J., 2013).

Iz enačbe je razvidno, da je impedanca tuljave sorazmerno odvisna od frekvence nihanja toka. Pri večjih frekvencah se sprememba toka zgodi v manjšem času, kar inducira večjo napetost na tuljavi, ki nasprotuje obstoječemu toku. Posledično se zdi, da ima tuljava pri višjih frekvencah večji upor – večjo impedanco.

2.2.2 Impedanca kondenzatorja

Sestavljen je električni krog, v katerem je na vir izmenične napetosti vezan kondenzator s kapaciteto C . Shema električnega kroga prikazuje slika 5.



Slika 5: shema električnega kroga z virom izmenične napetosti V in kondenzatorjem s kapaciteto C (vir: lumenlearning.com)

Med nihanjem napetosti vira se kondenzator polni in prazni s hitrostjo, ki jo definira kapaciteta. Napetost med elektrodama kondenzatorja je odvisna od naboja na elektrodah, in ko se bliža največji vrednosti, začne tok padati, saj nabite elektrode odbijajo prihajajoče elektrone. Ko je napetost med elektrodama majhna in v kondenzatorju ni shranjenega veliko naboja, je tok do kondenzatorja največji, saj je med elektrodami in novim nabojem majhna sila odboja. Ta lastnost je tudi vzrok za impedanco kondenzatorja. Ko je namreč frekvenca majhna, se kondenzator med vsakim nihanjem

napolni in nastala napetost med elektrodama opazno zmanjša tok, ki kondenzator polni. Zato se zdi, kakor da ima kondenzator velik upor. Nasprotno je pri višjih frekvencah, pri katerih kondenzator nima dovolj časa, da bi se napolnil in je posledično tok do kondenzatorja ves čas velik. Pri višjih frekvencah se zato zdi, da ima kondenzator majhen upor. Opisano je mogoče dokazati tudi matematično.

Kapaciteta kondenzatorja je definirana z enačbo $C = \frac{e}{V}$, pri čemer je e naboj na elektrodah, V pa napetost med elektrodama kondenzatorja. Naboj na kondenzatorju se lahko izračuna z integriranjem toka do kondenzatorja po času:

$$e = \int I \cdot dt = \int I_0 \cdot \sin(\omega t) dt = -\frac{I_0}{\omega} \cdot \cos(\omega t), \quad (4)$$

pri čemer je I trenuten, I_0 pa največji tok do kondenzatorja. Ob vstavljanju dobljenega izraza v enačbo za kapaciteto kondenzatorja in izpostavljanju napetosti dobimo:

$$C = -\frac{I_0}{\omega \cdot V} \cdot \cos(\omega t), \quad (5)$$

$$V = -\frac{I_0}{\omega \cdot C} \cdot \cos(\omega t). \quad (6)$$

Največja napetost na kondenzatorju je $V_0 = \frac{I_0}{\omega \cdot C}$. Ob vstavljanju izraza v enačbo za impedanco dobimo impedanco kondenzatorja X_C :

$$X_C = \frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\omega \cdot C}. \quad (7)$$

Tudi impedanco kondenzatorja lahko posplošimo, čeprav je bila izračunana iz največjih vrednosti napetosti in toka. Vzrok je enak kakor pri tuljavi, pri računanju količnika napetosti in toka se lahko

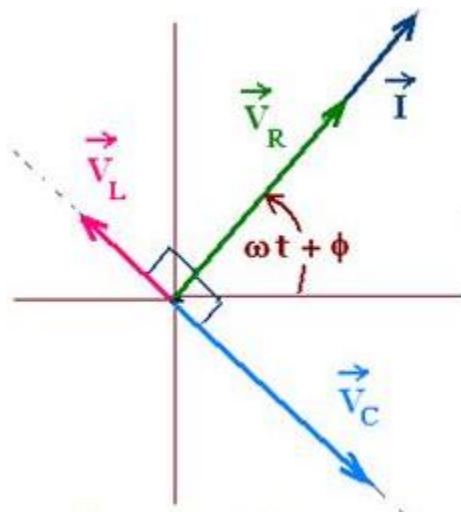
uporabita povprečni vrednosti, dobljeni po enačbah $V_{r.m.s.} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ in $I_{r.m.s.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, pri deljenju pa se oba korena izničita (Adams, S., Allday, J., 2013).

2.2.3 Impedanca nihajnega kroga

Impedanca električnega nihajnega kroga je razmerje med povprečno napetostjo vira, ki vsiljuje nihanje, in povprečnim tokom skozi krog. Z znanjem o impedancah tuljave in kondenzatorja je mogoče matematično definirati impedanco nihajnega kroga.

Predstavljajmo si RLC-nihajni krog. Vir napetosti narekuje nihanje v krogu in povzroča tok. V razdelku o impedancah je bilo omenjeno, da napetost na tuljavi prehiteva tok za četrtno faze, napetost na kondenzatorju pa zaostaja za četrtno faze. Posledica ugotovitve je, da se napetosti na tuljavi in na kondenzatorju razlikujeta za polovico faze, kar pomeni, da sta predznaka napetosti na obeh komponentah nasprotna. Ko je napetost na kondenzatorju pozitivna, je na tuljavi negativna, in obratno (Adams, S., Allday, J., 2013).

Za lažjo predstavo lahko nihanje napetosti na kondenzatorju, tuljavi in uporniku prikažemo s t. i. kazalčnim diagramom (slika 6), pri čemer trije vektorji predstavljajo analogen prikaz napetosti na vsaki komponenti in njeno fazo. Kazalci se vrtijo v smeri urinega kazalca s periodo enega nihaja v krogu. Napetost na uporniku je v fazi s tokom, zato je njegov kazalec referenca faze za druga dva. Os x predstavlja napetost na komponenti, os y pa je imaginarna in omogoča vizualno reprezentacijo nihanja napetosti.



Slika 6: Kazalčni diagram napetosti na tuljavi (V_L), uporniku (V_R) in kondenzatorju (V_C), $\omega t + \phi$ pa je faza komponente (vir: apogeeweb.net)

Ker sta napetosti na kondenzatorju in tuljavi nasprotni, ju lahko poenostavimo, tako da oba vektorja nadomestimo z enim, ki ponazarja razliko obeh vektorjev.

Zaradi Kirchhoffovega drugega zakona mora biti vsota napetosti na vseh komponentah enako velika in nasprotna napetosti na viru vsiljevanja nihanja. Vsoto napetosti na komponentah lahko izračunamo z vektorsko formulo za adicijo:

$$V_S^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2, \quad (8)$$

pri čemer je V_S vsota napetosti. Ob vstavljanju impedanc dobimo enačbo:

$$V_S^2 = I_0^2 \cdot R^2 + I_0^2 \left[\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right]^2, \quad (9)$$

$$V_S = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}, \quad (10)$$

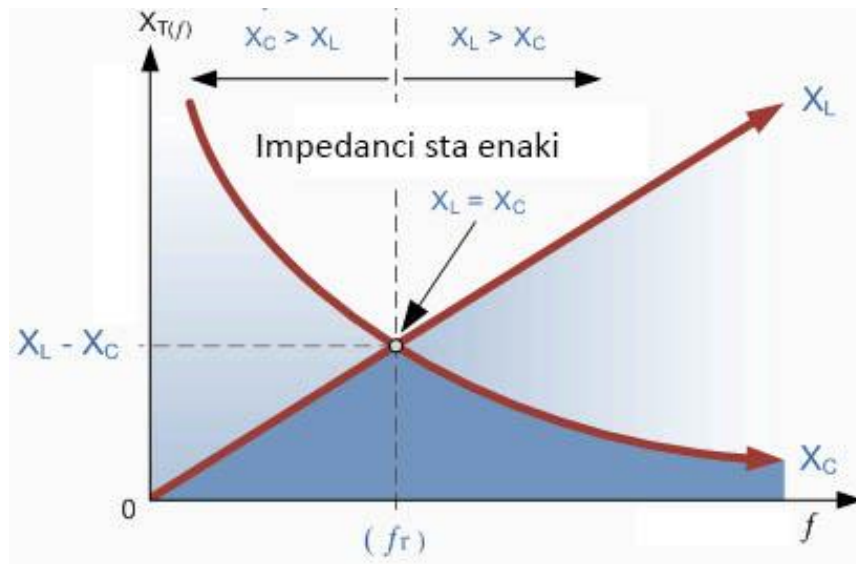
pri čemer je R upor upornika.

Ob vstavljanju dobljenega izraza v enačbo za impedanco nihajnega kroga Z dobimo:

$$Z = \frac{V_{r.m.s.}}{I_{r.m.s.}} = \frac{V_S}{I_0} = \frac{I_0 \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}}{I_0} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}. \quad (11)$$

2.3 Lastna frekvenca

V podglavju o impedancah je bilo razloženo, da impedanca tuljave s frekvenco narašča, saj inducirana napetost, ki nasprotuje toku skozi tuljavo, narašča. Nasprotno pri kondenzatorju impedanca s frekvenco pada, saj se pri višjih frekvencah elektrodi manj napolnita in nastala napetost med elektrodama manj nasprotuje toku. Impedanci obeh komponent lahko prikažemo na grafu impedanc v odvisnosti od frekvence, ki ga prikazuje slika 7.



Slika 7: graf impedanc tuljave in kondenzatorja v odvisnosti od frekvence nihanja (vir: quora.com)

Iz grafa je razvidno, da sta vrednosti obeh impedanc pri frekvenci f_R enaki. Ker sta napetosti na tuljavi in kondenzatorju nasprotni, lahko skupni prispevek obeh komponent k impedanci nihajnega

kroga zapišemo kot razliko impedanc. Pri frekvenci f_R je zato impedanca kroga enaka uporui upornika, saj se impedanci tuljave in kondenzatorja odštejeta.

Domnevo potrjuje tudi enačba 11, saj se pri določeni frekvenci f_R impedanci tuljave in kondenzatorja odštejeta in ostane izraz:

$$Z = \sqrt{R^2} = R. \quad (12)$$

Impedanca nihajnega kroga je najmanjša pri frekvenci f_R , kar pomeni, da bo pri tej frekvenci amplituda nihanja najvišja. Frekvenca f_R je zato imenovana resonančna frekvenca.

S pomočjo enačbe 11 se lahko tudi izračuna frekvenco f_R , saj mora biti razlika impedanc tuljave in kondenzatorja enaka nič.

$$\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} = 0, \quad (13)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}. \quad (14)$$

Krožna frekvenca ω je definirana po enačbi $\omega = 2\pi f$, torej je $f_R = \frac{\omega}{2\pi}$. Po vstavljanju enačbe 14 je izraz za resonančno frekvenco (admin, 2019):

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}. \quad (15)$$

2.4 Amplituda nihanja napetosti

V zaporednem LC-nihajnem krogu je tok skozi vse komponente enak, kar je značilno za zaporedne električne kroge. Amplituda nihanja napetosti pa je odvisna od upora oz. impedance in opisana z

enačbo $V = R \cdot I$ oz. $V = X \cdot I$. Čeprav bi bilo mogoče sklepati, da se razmerja napetosti na komponentah spreminjajo z naraščajočo frekvenco nihanja in bi zato bilo pomembno, kje bi bila merjena amplituda nihanja, ni tako. Razmerja med amplitudo nihanja napetosti na posameznih komponentah namreč ostanejo enaka, zato ni pomembno, ali je napetost merjena na kondenzatorju, tuljavi ali uporniku, saj bo resonančna krivulja pri vseh imela enako obliko, le v y-smeri bo raztegnjena oz. skrčena.

Amplitudo nihanja napetosti na kondenzatorju lahko tudi izračunamo s sledečo formulo, ki je bila vzeta iz dokumenta projekta Open Courseware (Chaniotakis, 2006):

$$A = \frac{f}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}, \quad (16)$$

pri čemer je:

A ... amplituda nihanja napetosti na kondenzatorju,

f ... frekvenca nihanja,

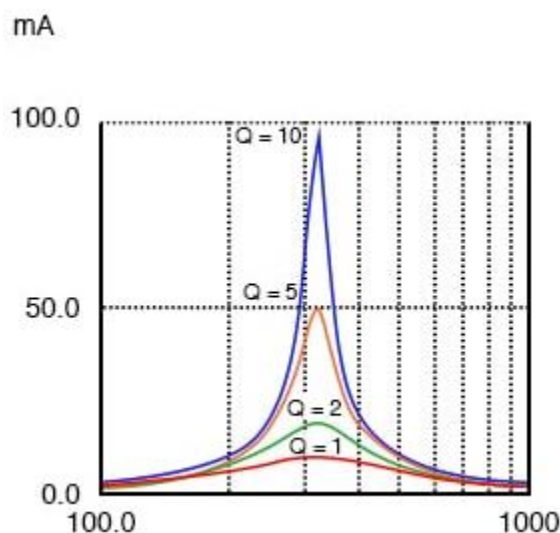
ω ... krožna frekvenca nihanja, izračunana z enačbo $\omega = 2\pi f$,

L ... induktivnost tuljave,

C ... kapaciteta kondenzatorja.

2.5 Faktor Q

Kvaliteta nihanja se lahko izrazi s t. i. faktorjem Q (ang. quality). Višja vrednost faktorja Q pomeni manjšo pasovno širino vrha resonančne krivulje – »ostrejši« vrh, kar je v večini naprav bolj zaželeno. Uporaba faktorja Q je pri nihalih splošna, določimo ga lahko večini nihal. Težno nihalo npr., ki niha na zraku, ima višjo vrednost faktorja Q kot težno nihalo, ki niha v olju. Slednje ima namreč večji upor in je nihanje bolj dušeno. Nihala kakor nihajni krogi z visokimi vrednostmi faktorja Q imajo manj dušeno nihanje, zaradi česar nihajo dlje (Wikipedija, 2022). Graf resonančnih krivulj nihajnih krogov z različnimi vrednostmi faktorja Q prikazuje slika 8.



Slika 8: Graf resonančnih krivulj električnih nihajnih krogov z vrednostmi faktorja $Q = 1, 2, 5, 10$ (vir: allaboutcircuits.com)

Faktor Q je definiran kot razmerje med močjo, ki je shranjena v nihajnem krogu, in močjo, ki se med nihanjem sprošča. Izračunan je lahko s sledečo formulo, v kateri sta shranjena in oddana moč izraženi kot produkt kvadrata toka v nihajnem krogu in upora oz. impedance:

$$Q = \frac{P_{shranjena}}{P_{sproščena}} = \frac{I^2 X}{I^2 R} = \frac{X}{R} \quad (17)$$

pri čemer sta:

X ... impedanca kondenzatorja ali tuljave,

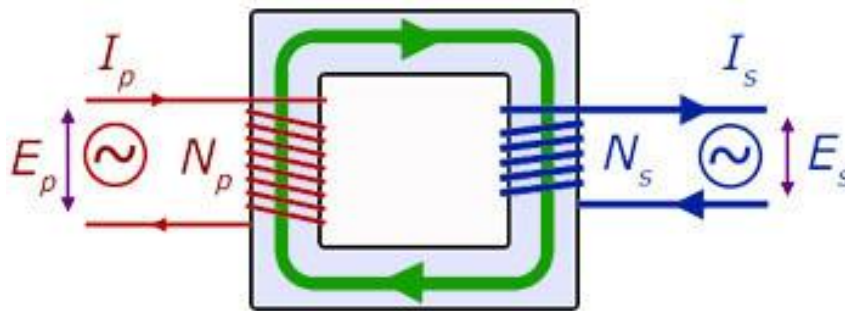
R ... upor upornika. (Q Factor and Bandwidth of a Resonant Circuit, n.d.)

Pomen faktorja Q se izrazi pri pasovni širini nihajnega kroga, ki je definirana kot razlika frekvenc, pri katerih je oddana moč nihanja enaka polovici največje moči. Definicija pomeni, da imajo nihajni krogi z velikimi faktorji Q , torej »ostrimi vrhovi« resonančne krivulje, najmanjše pasovne

širine. Ti krogi se lahko uporabljajo kot filtri frekvenc, saj signal s frekvenco, ki je podobna resonančni frekvenci nihajnega kroga, ojačajo. (RLC circuit, 2022)

2.6 Prenos nihanja med dvema tuljavama

Nihanje napetosti v enem električnem krogu je mogoče prenesti v drug električni krog z dvema tuljavama. Tuljava, v kateri niha napetost, povzroča spreminjajoče se magnetno polje. Če se ji približa druga tuljava, bo magnetno polje v njej induciralo nihajočo napetost in nihanje se bo preneslo v električni krog, v katerega je vezana druga tuljava. Za učinkovitejši prenos energije se uporabljajo železna jedra, po katerih se prenaša magnetno polje. Shemo takšne povezave dveh tuljav prikazuje slika 9.



Slika 9: Povezava dveh tuljav, ki omogoča prenos nihanja z enega električnega kroga na drugega preko železnega jedra (vir: weebly.com)

V železnem jedru se zaradi nihanja magnetnega polja pojavijo vrtilinčasti tokovi, ki povzročajo izgube in segrevanje jedra. Da se ti tokovi čim bolj zmanjšajo, se uporabljajo železna jedra s plastmi železa, ki so zlepljena z neprevodnim lepilom. Izgube zaradi vrtilinčastih tokov se tako izrazito zmanjšajo ob skoraj nespremenjeni učinkovitosti železnega jedra (Adams, S., Allday, J., 2013).

3 METODOLOGIJA DELA

V nadaljevanju bodo predstavljeni uporabljeni instrumenti, pripomočki in računalniški programi, ki so bili uporabljeni pri raziskovanju.

3.1 Meritev induktivnosti in upora tuljav

V raziskovalni nalogi sem uporabil štiri različne tuljave proizvajalca Frederiksen s številom ovojev $N = 200, 400, 800$ in 3200 .

Med raziskovanjem se je izkazalo, da je induktivnost tuljave odvisna od frekvence nihanja. Posledično je morala biti vsakič izračunana s pomočjo enačbe 15, ki povezuje resonančno frekvenco, induktivnost tuljave in kapaciteto kondenzatorja. Uporaba ene vrednosti induktivnosti bi namreč povzročila nezanesljive rezultate.

Meritev upora tuljav je bila izvedena pri enaki temperaturi $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Tabela 1: Meritve upora tuljav

Tuljava	Upor [ohm]
$N = 200$ (št. 462510)	$0,5 \pm 0,05$
$N = 400$ (št. 462520)	$2,2 \pm 0,05$
$N = 800$ (št. 462525)	$9,3 \pm 0,05$
$N = 3200$ (št. 462540)	$148,1 \pm 0,05$

3.2 Umeritev frekvenčnega generatorja in osciloscopa

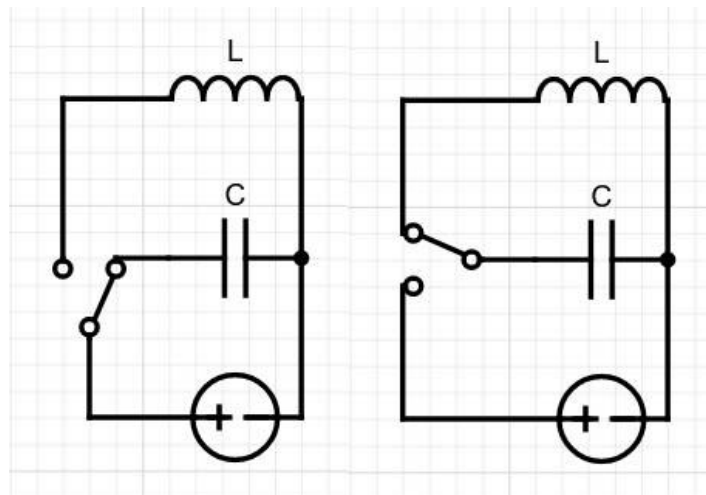
Med raziskovanjem sem uporabil frekvenčni generator tipa Frederiksen function generator 2502.50, ki je omogočal ustvarjanje frekvenc na intervalu med $0,001\text{ Hz}$ in 10 MHz ter napetostjo do $10,42\text{ V}$. Uporabil sem tudi osciloskop Siglent SDS 1202X, ki je lahko meril vse frekvence in napetosti, ki jih je proizvedel frekvenčni generator, z natančnostjo $\pm 0,001\text{ V}$.

Zanesljivost vzbujanja nihanja frekvenčnega generatorja in zanesljivost merjenja nihanja z osciloskopom sem preveril z direktno vezavo ene naprave na drugo. Izmerjene frekvence so se

skoraj popolnoma ujemale, napaka meritev je znašala le $\pm 0,1$ %, medtem ko sta se vsiljevana in izmerjena amplituda nihanja opazno razlikovali – razlika je bila skoraj dvakratna. Zaradi nezanesljivosti vsiljevane amplitude sem amplituda nihanja pred vsako meritvijo izmeril, kar je omogočilo večjo natančnost rezultatov.

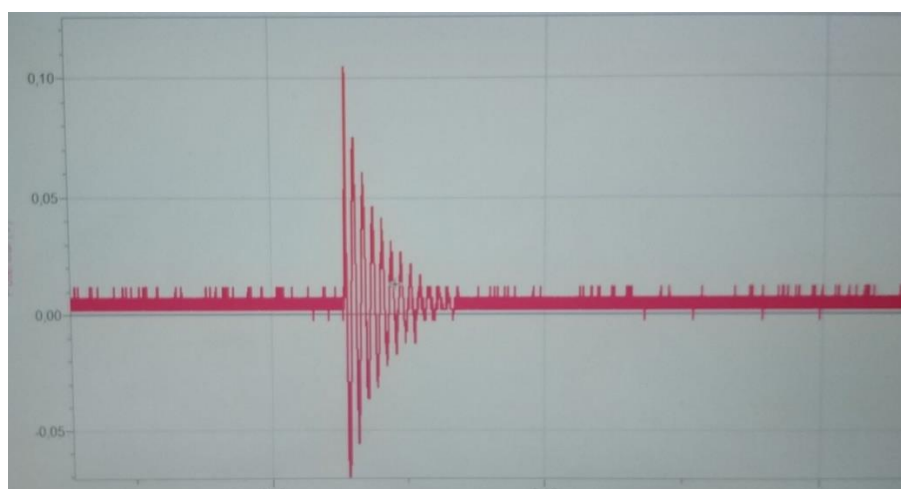
3.3 Izdelava električnega nihajnega kroga

Začetni izziv je bil sestaviti električni nihajni krog in v njem inducirati lastno nihanje, da bi bil pridobljen občutek o težavnosti zadanega problema ter izvedljivosti meritev. V ta namen sem zvezal kondenzatorsko dekado s kapaciteto $1 \mu\text{F}$ in tuljavo s 400 ovoji, ki sta tvorila jedro nihajnega kroga. Na kondenzator sem zvezal Vernierovo sonda, ki je omogočala meritve napetosti med elektrodama kondenzatorja s hitrostjo jemanja vzorcev do 100 000 na sekundo. Nihajni krog sem preko stikala povezal z enosmernim virom napetosti, baterijo z napetostjo 3 V. Stikalo v legi 1 (slika 10) je prekinilo krog med kondenzatorjem in tuljavo ter sklenilo krog s kondenzatorjem in baterijo, ki ga je napolnila. Ko je napetost med elektrodama kondenzatorja dosegla 3 V, sem stikalo prestavil v lego 2. V tej legi se je prekinila povezava kondenzatorja z baterijo in vzpostavila med kondenzatorjem in tuljavo. Povzročilo se je lastno nihanje, ki sem ga spremljal z meritvami napetosti.



Slika 10: Shemi nihajnega kroga LC s stikalom v legi 1 (leva slika – polnjenje kondenzatorja) in legi 2 (desna slika – sprožitev nihanja)

Nihajni krog ni matematični model, ampak resnična priprava iz nepopolnih komponent. Zato se je pri nihanju pokazal električni upor, ki je lahko izviral iz pomanjkljivih priključkov, bakrenih žic, ki niso popolni prevodniki, ali mnogih drugih omejitev. Upor je povzročil dušenje nihanja, ki je zamrlo že po nekaj nihajih (slika 11). Meritve na takšnem nihanju bi bile precej zahtevne in nenatančne, saj bi morali definirati amplitudo kot razliko med ekstremoma točno določenega zaporednega nihaja. To bi sicer bilo možno, vendar je graf napetosti ob vsakem poskusu izgledal nekoliko drugače, kar bi hitro privedlo do napak. Zamiranjju nihanja se je tako bilo treba nekako izogniti.

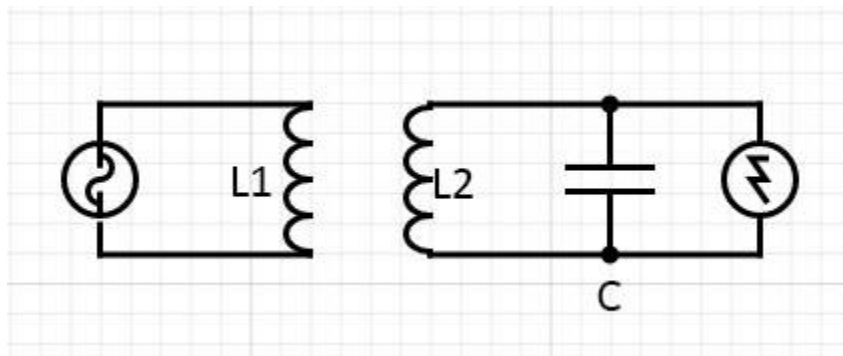


Slika 11: Graf amplitude napetosti na kondenzatorju v odvisnosti od časa

3.4 Vsiljevanje nihanja s frekvenčnim generatorjem

Problemu dušenega nihanja se je bilo mogoče izogniti s spremenjeno konstrukcijo nihajnega kroga. Namesto opazovanja lastnega nihanja se je nihanje vsiljevalo s frekvenčnim generatorjem. Skonstruiral sem nov krog, katerega jedro je še vedno predstavljal električni nihajni krog, ki sta ga sestavljala ena izmed že omenjenih tuljav in kondenzator. Kot kondenzator sem uporabil dve različni dekadi s spremenljivo kapaciteto. S prvo, tipa Unilab oscillation capacitance 113.302, je bilo mogoče doseči kapacitete 1 μF , 5 μF , 10 μF , 15 μF in 20 μF , z negotovostjo 5 %. Z drugo, tipa Metriell decade capacitor MA 2405, pa katerokoli kapaciteto med 0,1 nF in 100 nF, z negotovostjo 5 %.

Frekvenčni generator sem zvezal s primarno tuljavo. Ko je bila sekundarna tuljava, ki je sestavljala nihajni krog, postavljena na primarno tuljavo, je prišlo med njima do prenosa energije. Nihanje, ki ga je frekvenčni generator induciriral v primarni tuljavi, se je z magnetnim poljem preneslo na sekundarno tuljavo in tako vsiljevalo nihanje v nihajnem krogu. Nihanje napetosti v nihajnem krogu sem meril z osciloskopom, ki je omogočal avtomatsko zaznavanje frekvence ter merjenje amplitude nihanja. Shema nihajnega kroga prikazuje slika 12.



Slika 12: Shema nihajnega kroga (L2 in C), na katerem je opazovano nihanje amplitude z osciloskopom in v katerem je vsiljevano nihanje preko primarne tuljave L1

Vsiljevanje nihanja s frekvenčnim generatorjem je imelo prednost, da za razliko od prvotne oblike nihajnega kroga nihanje ni zamrlo po nekaj nihajih. Ta lastnost je omogočala zanesljivejše meritve amplitude in frekvence. Prav tako je omogočala merjenje amplitude nihanja pri številnih različnih frekvencah, zaradi česar je bilo mogoče narisati resonančno krivuljo.

Resonančno frekvenco sem poiskal s spreminjanjem vsiljevane frekvence nihanja in opazovanjem amplitude nihanja v krogu. Slednja je bila namreč največja pri resonančni frekvenci.

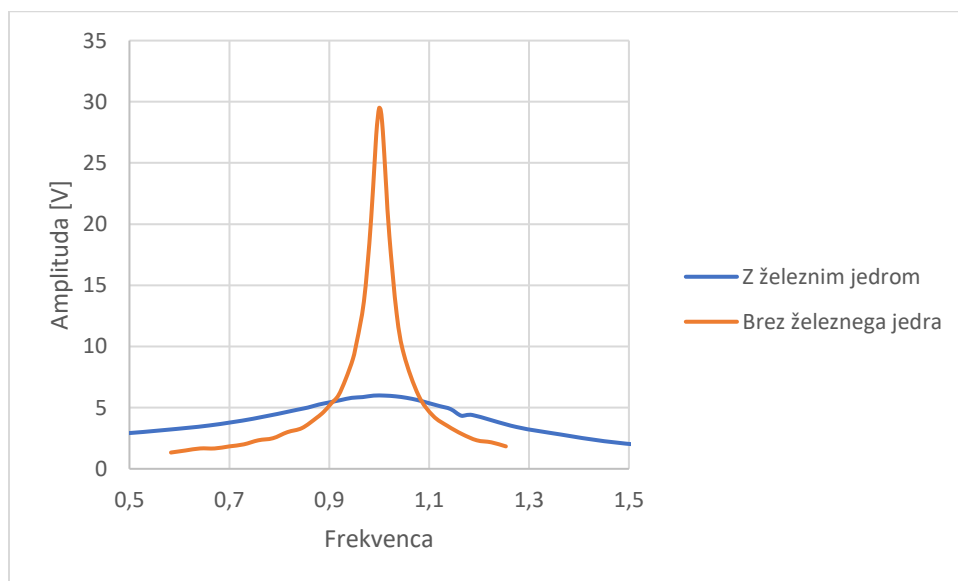
3.5 Uporaba železnega jedra

Zaradi učinkovitejšega prenosa energije ob uporabi jedra iz mehkega železa med obema tuljavama je v nihajnih krogih s kondenzatorji z večjimi kapacitetami prišlo do večjih induciranih amplitud. Zato so bile meritve natančnejše, saj niso bile tako blizu spodnji meji napetosti, ki jih je osciloskop

lahko meril. Pri uporabi tega kondenzatorja se je zato uporabljalo železno jedro med obema tuljavama.

3.5.1 Vpliv železnega jedra na nihanje pri velikih frekvencah

Pri uporabi kondenzatorja s kapaciteto do 100 nF je bila resonančna frekvenca višja kakor pri uporabi kondenzatorja z višjo kapaciteto. To je vidno tudi v enačbi 15. Med uporabo železnega jedra pri meritvi resonančne krivulje nisem zaznal nobene posebnosti. Med preizkušanjem lastnosti nihajnega kroga pa sem železno jedro odstranil, kar je povzročilo skokovito rast amplitude nihanja. Meritev resonančne krivulje je pokazala izjemno rast v faktorju Q nove resonančne krivulje. Zaradi pojava sem predpostavil, da jedro deluje kot nekakšen dodaten upor v nihajnem krogu in povzroča anomalije v rezultatih ter tako zmanjšuje njihovo natančnost. Zato pri vseh meritvah resonančnih krivulj nihajnih krogov z majhnimi kapacitetami in velikimi frekvencami nihanja železnega jedra nisem uporabil. Primerjavo resonančnih krivulj nihajnih krogov s tuljavo z $N = 800$ ovoji in kondenzatorjem s $C = 50$ nF, pri katerem je pri prvem železno jedro bilo uporabljeno, pri drugem pa ne, prikazuje slika 13.



Slika 13: Primerjava resonančnih krivulj istega nihajnega kroga ob uporabi železnega jedra in brez uporabe železnega jedra

3.6 Orientacija tuljav pri prenosu energije

Učinkovitost prenosa energije med tuljavo, ki je bila vezana na frekvenčni generator, in tuljavo v nihajnem krogu sem preizkusil pri različnih orientacijah in lokacijah. Pri nihanju pri manjših frekvencah, pri katerem je bilo uporabljeno železno jedro, se lokacija tuljav ni mogla veliko spreminjati, saj je obe tuljavi povezovalo jedro. Kljub temu sem preizkušal, ali se učinkovitost prenosa energije spremeni, če katero tuljavo zasučemo za 180° na jedru. Meritve amplitude nihanja so pokazale, da se učinkovitost prenosa energije ni spremenila. Pomembno je bilo le, da se konca tuljav stikata in da je celotna dolžina železnega jedra vstavljena v tuljavi.

Enak preizkus sem opravil ob nihanju pri večjih frekvencah, pri katerih železno jedro ni bilo uporabljeno. Izkazalo se je, da je učinkovitost prenosa energije odvisna od oddaljenosti med tuljavama, rotacije in pozicije. Največja učinkovitost je bila dosežena, ko je bila ena tuljava postavljena na drugo in sta bili njuni središči povsem poravnani. Ugotovitev podpira tudi teorija, saj je pri tej postavitvi magnetni pretok med tuljavama največji.

Pri vseh meritvah sem uporabil orientaciji tuljav, ki sta omogočali največjo učinkovitost prenosa energije.

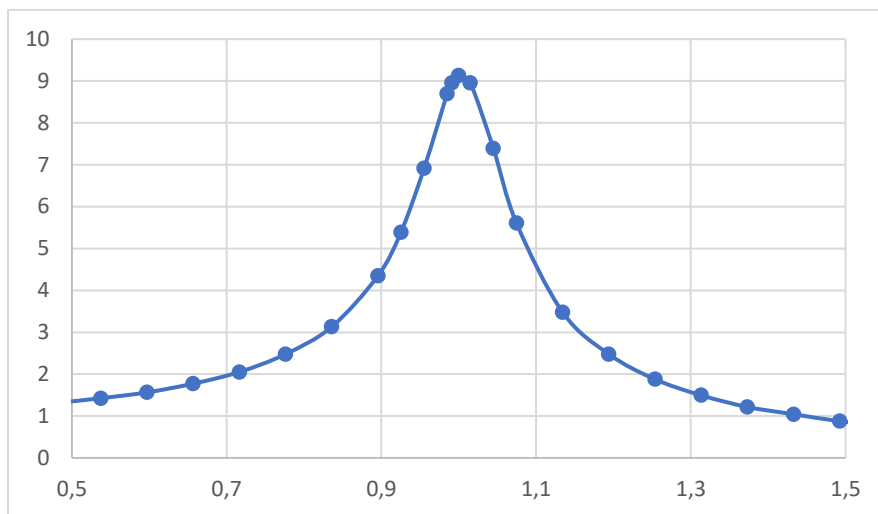
3.7 Normalizacija resonančnih krivulj

Meritve resonančnih krivulj nihajnih krogov z različnimi tuljavami in kondenzatorji so zaradi drugačnih nihajnih časov potekale pri različnih frekvencah. Amplituda nihanja pri resonanci je bila pri nekaterih kombinacijah večja kot 20 V, kar je bila mejna vrednost amplitude, ki jo je osciloskop še lahko izmeril. Da bi se problemu izognili, sem amplitudo vsiljevanja nihanja na frekvenčnem generatorju zmanjšal, tako da je bila vrednost nihanja v nihajnem krogu merljiva. Zato izmerjene vrednosti amplitude nihanja pri različnih kombinacijah tuljav in kondenzatorjev niso bile primerljive. Težavo sem rešil z normalizacijo vseh grafov v dveh korakih. Najprej sem v meritvah poiskal resonančno frekvenco nihajnega kroga, s katero sem nato frekvence delil. Dobljeno je bilo razmerje, ki je omogočilo lažjo primerjavo resonančnih krivulj različnih krogov. Tako je razmerje

1 pomenilo, da je bila vsiljevana frekvenca enaka lastni frekvenci nihajnega kroga. Tudi amplitudo sem normaliziral z deljenjem z amplitudo vsiljenega nihanja, ki je bila izmerjena na sekundarni tuljavi, ko nanjo ni bil zvezan kondenzator. S slednjo sem delil vse izmerjene amplitude, dobljene količnike pa sem uporabil na y-osi resonančnih krivulj. Količnik amplitude je podal informacijo, koliko je amplituda nihanja narasla zaradi vplivov električnega nihajnega kroga. Vse grafe resonančnih krivulj sem tako normaliziral, da je bilo krivulje mogoče primerjati in natančno opazovati vplive posameznih dejavnikov.

3.8 Meritev resonančne krivulje

Vse resonančne krivulje v raziskovalni nalogi sem izmeril s spreminjanjem frekvence vsiljevanega nihanja in beleženjem amplitude nihanja v krogu. Najprej sem s spreminjanjem frekvence in spremljanjem amplitude vedno poiskal resonančno frekvenco, ki je bila uporabljena za referenco. Frekvenco nihanja sem nato spremenil na približno polovico resonančne, spreminjal za približno 5 % resonančne frekvence, vsakič pa tudi zabeležil amplitudo. Meritve sem naredil do frekvence, ki je znašala približno 1,5 resonančne. V bližini resonančne frekvence – na intervalu približno 10 % od nje – pa sem meritve delal bolj na gosto, saj se je amplituda tam najbolj spreminjala in je bila potrebna večja natančnost meritev. Normalizirano resonančno krivuljo enega izmed nihajnih krogov, ki je bila pridobljena na omenjen način, prikazuje slika 14.



Slika 14: Primer normalizirane resonančne krivulje, pridobljene z opisanim postopkom

3.9 Primerjava izmerjenih resonančnih krivulj z računalniškim modelom

Za primerjavo izmerjenih resonančnih krivulj s teorijo sem v programskem jeziku Python napisal računalniški program (priloga 9.1), ki je s pomočjo enačbe 16 izračunal amplitude nihanja v električnem krogu. V kodo so bili vstavljeni določeni parametri nihajnega kroga, kot so kapaciteta, induktivnost in skupen upor kroga. Program je nato najprej izračunal resonančno frekvenco nihajnega kroga in določil mejni vrednosti frekvenc za izrisovanje resonančne krivulje, ki sta znašali eno tretjino in pet tretjin resonančne frekvence. Nato so bile izbrane vmesne frekvence, ki so bile vstavljene v formulo 16, s katero so bile izračunane pripadajoče amplitude. Dobljeni pari frekvenc in amplitud so bili nato izrisani na grafu matematičnega modela resonančne krivulje nihajnega kroga.

4 REZULTATI

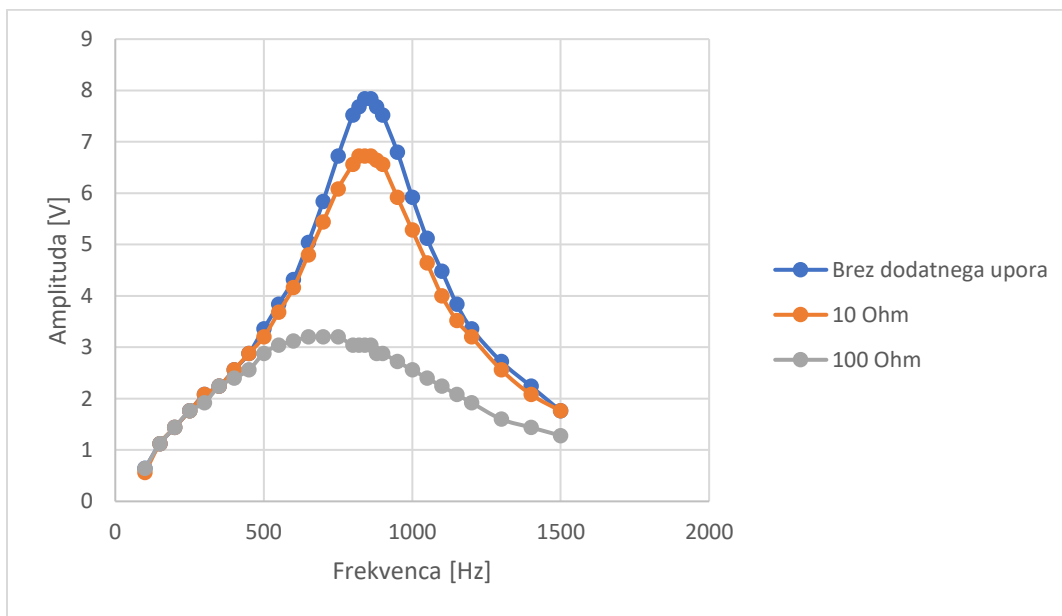
V nadaljevanju so predstavljeni rezultati meritev, s katerimi sem proučeval vplive različnih dejavnikov na nihanje RLC-nihajnega kroga. Na začetku sem proučeval vpliv dodanega upora na amplitudo nihanja in izgled resonančne krivulje, meritve pa sem primerjal z računalniškim modelom. Nato sem raziskoval vpliv induktivnosti na resonančno frekvenco, normalizacija grafov pa je omogočila primerjavo pridobljenih resonančnih krivulj. V nihajnih krogih s tuljavami, ki niso imele enakih uporov, so različni upori popačili rezultate. Problemu se je bilo mogoče izogniti z vezanjem dodatnega upora in enačenjem upora v vseh krogih. Na tak način sem preverjal samo vpliv induktivnosti tuljave na izgled resonančne krivulje. Na koncu pa sem proučeval vpliv kapacitete na resonanco električnega nihajnega kroga.

4.1 Vpliv dodanega upora na resonančno krivuljo

Sestavlil sem električni nihajni krog s tuljavo z 800 ovoji in kondenzatorjem s kapaciteto $1 \mu\text{F}$. V krogu je bilo preko tuljave z $N = 400$ ovoji s frekvenčnim generatorjem vsiljevano nihanje. Med obe tuljavi sem vstavil železno jedro, ki je izboljšalo prenos energije in tako zvišalo amplitudo nihanja. S spreminjanjem frekvence nihanja in spremljanjem amplitude sem najprej na grobo določil resonančno frekvenco, ki je znašala približno 850 Hz. Resonančne frekvence ni bilo težko določiti, saj je bila razlika med resonančno amplitudo in ostalimi do desetkratna. Meritve amplitud sem začel pri 100 Hz, interval spreminjanja frekvenc pa je na začetku znašal 50 Hz, v bližini resonančne frekvence pa sem ga zaradi večje natančnosti zmanjšal na 20 Hz. Meritve amplitud sem naredil do frekvence 1500 Hz. Meritve resonančne krivulje sem nato ponovil po zaporedni vezavi upornikov z uporom $R_1 = 10 \text{ ohm}$ in $R_2 = 100 \text{ ohm}$. Izmerjene resonančne krivulje so prikazane na grafu 1¹.

¹ Rezultati meritev so dodani v prilogi 9.2.1

Graf 1: graf resonančnih krivulj električnega nihajnega kroga s tuljavo z 800 ovoji in kondenzatorjem s kapaciteto 1 μF ter dodanima uporoma z 10 ohmi in 100 ohmi upora



Iz grafa je razvidno, da ima dodan upor velik vpliv na izgled resonančne krivulje nihajnega kroga. Največja sprememba se je zgodila z resonančno amplitudo, ki se je že pri dodanem 10-ohmskem uporu znižala z 7,84 V na 6,72 V, torej za kar 14 %. Pri dodajanju 100-ohmskega upora se je znižala na 3,2 V, kar je pomenilo, da je amplituda nihanja padla za kar 59 % prvotne vrednosti. Drugi večji vpliv dodanega upora je opazen pri spremembi resonančne frekvence, do katere pa je prišlo šele pri dodajanju večjega upora. Resonančna frekvenca je pri nihajnem krogu brez dodanega upora znašala približno 850 Hz, pri dodanem 10-ohmskem uporu pa je ostala skoraj nespremenjena. Do opaznega zamika resonančne frekvence je tako prišlo šele v krogu z dodanim 100-ohmskim uporom, v katerem je znašala okoli 700 Hz, kar pomeni 18 % razliko.

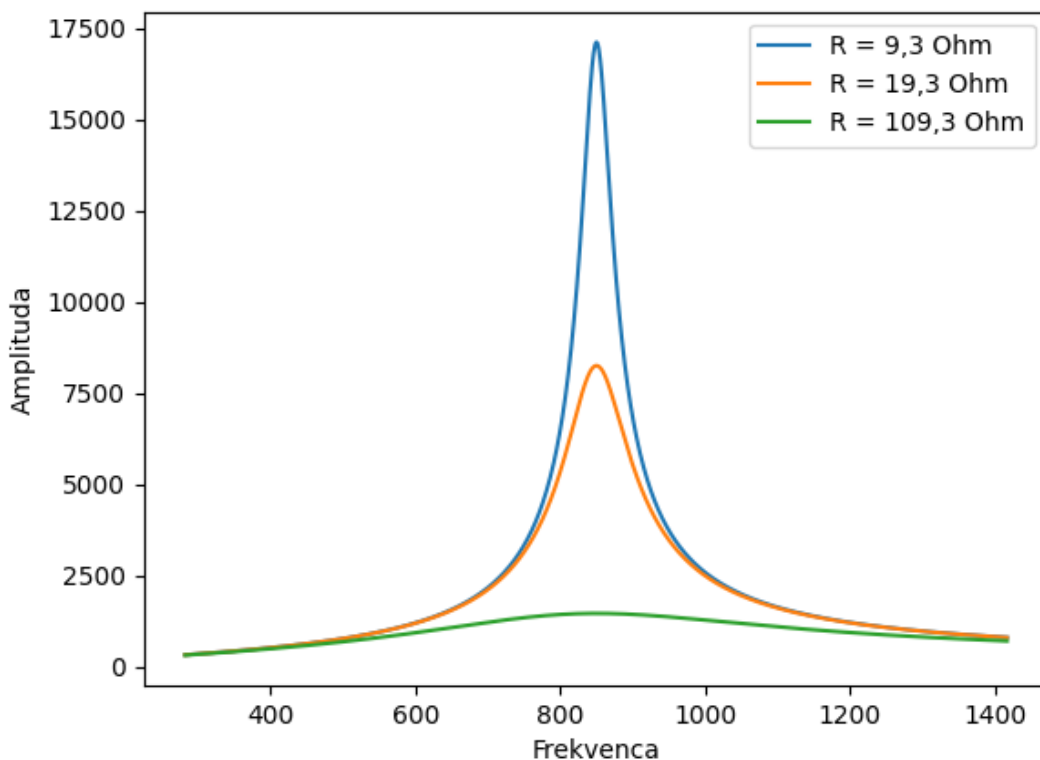
Zaporedna vezava upora v nihajnem krogu je vplivala tudi na obliko resonančne krivulje. Kljub dodanemu uporu in precej manjši resonančni amplitudi je amplituda ob veliko nižjih in veliko višjih frekvencah od resonančne ostala skoraj nespremenjena. Zato izgleda krivulja bolj položno in razvlečeno kakor v krogu brez dodanega upora. Ta sprememba je pomenila bistveno drugačno vrednost faktorja Q , ki ga lahko izračunamo z enačbo 17. Vendar pa za račun potrebujemo upor nihajnega kroga, ki je ostal nepoznan.

4.1.1 Primerjava izmerjenih resonančnih krivulj z računalniškim modelom

V računalniško kodo za ustvarjanje modela so morale biti vstavljene vrednosti induktivnosti tuljave, kapacitete kondenzatorja in upora nihajnega kroga. Z dokaj veliko natančnostjo je bila znana le kapaciteta kondenzatorja, ki jo je bilo mogoče nastaviti in je znašala $1 \mu\text{F}$. Induktivnost tuljave sem izračunal po formuli 15, v katero sta bili vstavljeni resonančna frekvenca 850 Hz in kapaciteta kondenzatorja $1 \mu\text{F}$. Izračunano vrednost induktivnosti $L = 0,035059 \text{ H}$ sem uporabil v tem računalniškem modelu.

Naslednji izziv je bilo vstavljanje primerne vrednosti za upor celotnega nihajnega kroga. Prva logična asociacija je bila uporaba izmerjenega upora tuljave, ki je znašal $9,3 \text{ ohma}$. Tako bi upor drugega kroga znašal $19,3 \text{ ohma}$, tretjega pa $109,3 \text{ ohma}$. Graf računalniškega modela krogov s temi vrednostmi upora je prikazan na grafu 2:

Graf 2: z računalniškimi modelom pridobljene resonančne krivulje nihajnih krogov z uporabo $R_1 = 9,3 \text{ ohm}$, $R_2 = 19,3 \text{ ohm}$ in $R_3 = 109,3 \text{ ohm}$



Graf nihajnih krogov z navedenimi vrednostmi uporov izgleda precej drugače od dejanskih meritev resonančnih krivulj. Na grafu 1 je bilo dokazano, da dodajanje uporov povzroči manj očitni vrh. Ta situacija je ravno obratna kakor pri grafu 2, pri katerem je vrh več kot očitni. Ta ugotovitev namiguje, da je bila vstavljena vrednost upora premajhna in da je resnični upor nihajnega kroga večji.

Za pridobivanje resničnega upora je zato treba uporabiti drugačno metodo. Ponuja se možnost poskušanja s vstavljanjem naključnih vrednosti in primerjanja dobljenega grafa z izmerjenimi vrednostmi, vendar bi bil postopek zelo zamuden, rezultati pa najverjetneje nenatančni. Pravilen odgovor pa lahko ponudi matematika.

Formula 16 povezuje induktivnost tuljave, kapaciteto kondenzatorja, upor kroga, amplitudo nihanja in frekvenco nihanja. Če uporabimo resonančne vrednosti amplitude in frekvence,

poznamo vse parametre formule razen skupnega upora kroga. Ob izpostavljanju upora iz enačbe 16 bi bilo mogoče izračunati upor celotnega nihajnega kroga.

Formula za računanje upora je tako bila²:

$$R = \frac{\sqrt{v^2 - A^2 \cdot (1 - 4 \cdot C \cdot L \cdot v^2 \cdot \pi^2)^2}}{2|C \cdot A \cdot v \cdot \pi|}, \quad (18)$$

pri čemer je:

R ... skupni upor nihajnega kroga,

v ... frekvenca nihanja (resonančna frekvenca),

C ... kapaciteta kondenzatorja,

L ... induktivnost tuljave,

A ... amplituda nihanja.

Formula sem preizkusil z vrednostmi nihajnega kroga brez dodanega upora. Pri tem nihajnem krogu so bile vrednosti parametrov $v = 850$ Hz, $C = 1$ μ F, $L = 0,035059$ H in $A = 7,84$ V. Izračun z navedenimi podatki je podal vrednost upora $R_1 = 20300$ ohm, kar se zdi absurdno visoko število za električni nihajni krog. Pri vstavljanju podatkov za nihajni krog z dodanim 10-ohmskim uporom, pri čemer so vrednosti za kapaciteto, induktivnost in resonančno frekvenco enake kot pri prvem krogu, resonančna amplituda pa je znašala 6,72 V, je bil izračunan upor $R_2 = 23683$ ohm. Možno je, da so vse izračunane vrednosti pomnožene za neki faktor k , ki povzroča tako visoke vrednosti. Vemo, da je dejanska razlika med uporom prvega in drugega nihajnega kroga 10 ohm. Razlika med izračunanima vrednostma je $R_2 - R_1 = 3383$ ohm. Drugače jo lahko zapišemo kot produkt 10 ohm in k . Z enačenjem obeh zapisov in izpostavljanjem dobimo:

$$(10k)\Omega = 3383\Omega$$

² Izpostavljeno s programom Maxima (Maxima.sourceforge.io., Maxima, programska oprema za računalniško algebro)

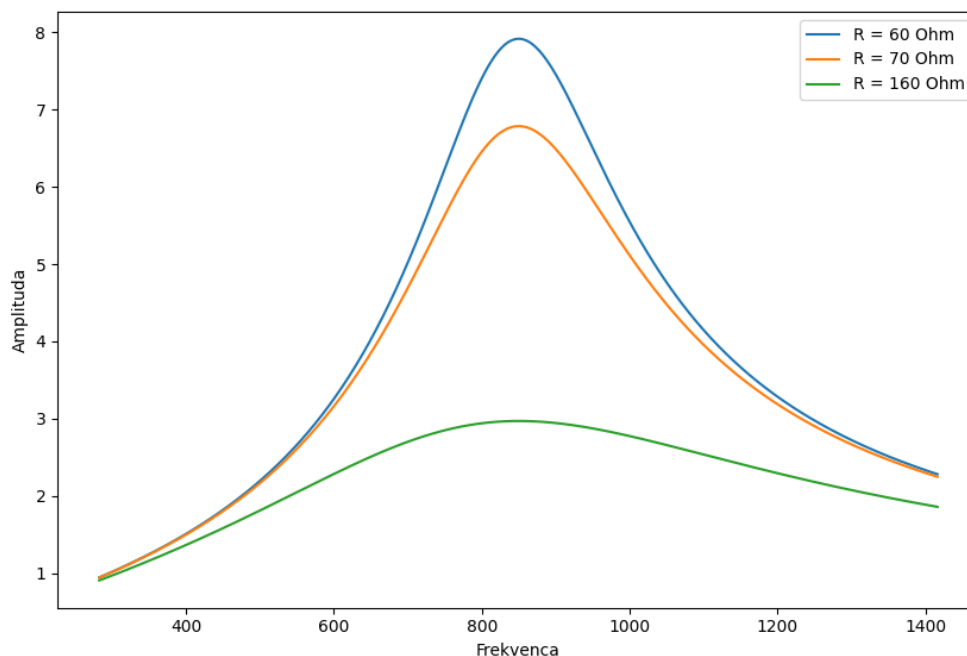
$$k = 338,3$$

Če privzamemo, da sta oba rezultata bila pomnožena z enakim faktorjem k , lahko izračunamo dejanski upor obeh nihajnih krogov, če R_1 in R_2 delimo s k . Po deljenju dobimo nova upora $R_1 = 60,0$ ohm in $R_2 = 70,0$ ohm. Da bi domnevo, da so vsi upori pomnoženi s faktorjem k , potrdili, jo je treba preizkusiti še na tretjem nihajnem krogu, z dodanim uporom 100 ohm. Pri tem pa se domneva zaplete, saj lahko za amplitudo vstavimo dve vrednosti. Prva je resonančna amplituda, prebrana z grafa in znaša 3,2 V pri frekvenci 650 Hz, druga pa je frekvenca 850 Hz, kakor pri računanju uporov R_1 in R_2 . V tem primeru amplituda znaša 3,04 V. Po vstavljanju vseh parametrov prve možnosti in deljenju s k znaša izračunana vrednost upora $R_3 = 147,0$ ohm, kar pomeni skoraj 9 % odstopanje od predvidene vrednosti 160 ohm. Po vstavljanju parametrov druge možnosti in deljenju s k znaša izračunan upor $R_3 = 154,8$ ohm, ki je veliko boljši približek predvideni vrednosti.

Vzrok za boljši približek pri vstavljanju vrednosti frekvence 850 Hz in njene pripadajoče amplitude se skriva v osnovnih predpostavkah matematičnega modela nihajnega kroga. Resonančna frekvenca se izračuna po enačbi 15, ki je odvisna samo od kapacitete kondenzatorja in induktivnosti tuljave, upor kroga pa nanjo nima nobenega vpliva. Zato nam formula pove, da resonančna frekvenca ostane enaka, ne glede na dodan upor. Predpostavka pa ni narejena samo pri omenjeni formuli, temveč naše celotno razumevanje električnega nihajnega kroga kaže, da upor kroga nima vpliva na resonančno frekvenco. Zato je bila izračunana vrednost upora, pridobljena z vstavljanjem izračunane vrednosti resonančne frekvence in njene pripadajoče amplitude, boljši približek predvideni vrednosti upora kakor vrednost s podatki, prebranimi z grafa.

Izračunane vrednosti uporov sem vstavil v računalniški model in dobljene modele resonančnih krivulj primerjal z izmerjenimi vrednostmi. Graf 3 prikazuje računalniški model resonančnih krivulj z izračunanimi upori.

Graf 3: graf resonančnih krivulj, pridobljenih z računalniškim modelom, v katerega so bile vstavljene vrednosti uporov $R1 = 60 \text{ ohm}$, $R2 = 70 \text{ ohm}$ in $R3 = 160 \text{ ohm}$ ter $L = 0,035059 \text{ H}$, $C = 1 \mu\text{F}$



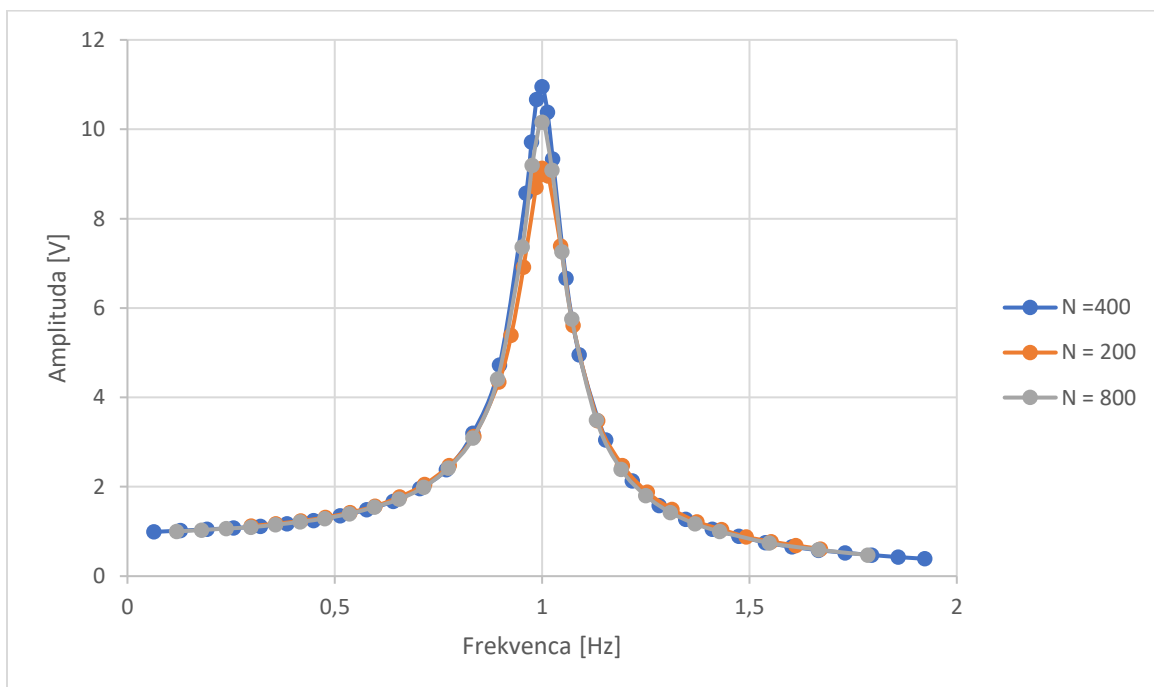
Natančna primerjava grafov 1 in 3 pokaže nekatera odstopanja med meritvami in modelom. Oblika krivulj nihajnih krogov brez dodanega upora in z dodanim 10-ohmskim uporom je zelo podobna, pri resonančni krivulji z dodanim 100-ohmskim uporom pa je prišlo do odstopanj. Največja razlika je pri resonančni frekvenci. Na modelu znaša 850 Hz, v meritvah pa okoli 650 Hz, kar pomeni 18 % razliko. Prav tako je največja dosežena amplituda izmerjenega kroga znašala 3,2 V, medtem ko je resonančna amplituda v modelu znašala 2,94 V. Odstopanja od meritev so tako manjša, vendar vseeno omembe vredna. Več govora o odstopanjih bo v diskusiji.

Dobljeni rezultati omogočajo izračun faktorjev Q vseh nihajnih krogov. Z enačbo 7 je najprej izračunana impedanca kondenzatorja, ki je vstavljena v enačbo 17, s katero je možno izračunati faktor Q . Vrednost faktorja Q za originalen nihajni krog je znašala $3,12 \pm 10\%$, pri dodajanju 10-ohmskega upora se je zmanjšala na $2,67 \pm 10\%$, pri dodajanju 100-ohmskega upora pa na $1,21 \pm 10\%$. Očitno dodajanje upora povzroči manjšanje faktorja Q in slabšo kvaliteto nihajnega kroga.

4.2 Vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo

Vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo sem meril s sestavljanjem treh nihajnih krogov, v katerih sem uporabil tuljave s številom ovojjev $N = 200, 400$ in 800 . Pri vseh sestavljenih nihajnih krogih sem uporabil enak kondenzator s kapaciteto $C = 1 \mu\text{F}$. Nihanje se je v krogu vsiljevalo preko mostu iz tuljav, med kateri je bilo vstavljeno laminirano železno jedro. Jedro je povzročilo višjo amplitudo nihanja, zaradi česar je bilo lažje meriti resonančno krivuljo. Rezultati meritev resonančne krivulje so prikazani na grafu 4³.

Graf 4: Resonančne krivulje nihajnih krogov s kondenzatorjem ($C = 1 \mu\text{F}$) in tremi različnimi tuljavami z 200, 400 in 800 ovoji



Graf sem normaliziral, enota na x-osi je razmerje med frekvenco meritve in resonančno frekvenco, na y-osi pa razmerje med amplitudo nihanja napetosti in amplitudo vsiljevanja napetosti. Iz

³ Rezultati meritev so dodani v prilogi 9.2.2

rezultatov je razvidno, da izbira tuljave nima velikega vpliva na obliko resonančne krivulje, saj se krivulje skoraj ujemajo. Do razlik je prišlo pri resonančni amplitudi, pri kateri je razmerje amplitud nihanja kroga s tuljavo z 200 ovoji znašalo 9,1, razmerje amplitud v nihajnem krogu s 400 ovoji pa 11,0. Iz razlike pa še ni možno zaključiti ničesar, saj je razmerje amplitud v nihajnem krogu z 800 ovoji zavzelo vmesno vrednost, 10,2.

4.2.1 Meritve upora nihajnih krogov

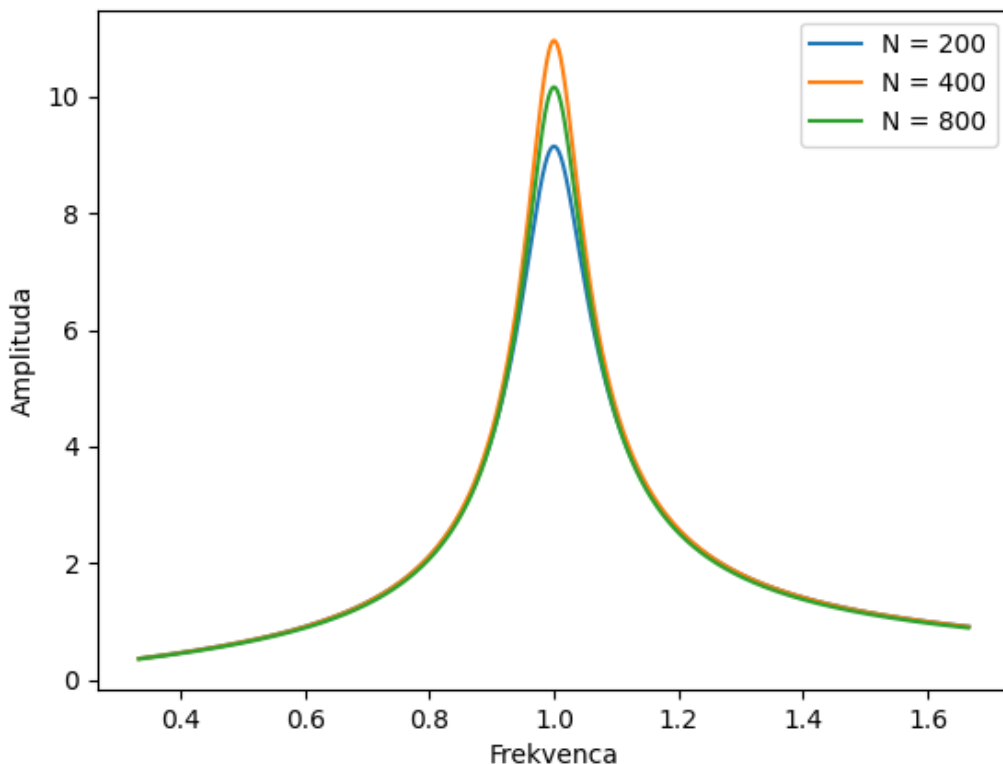
Za podrobnejšo analizo sem izmeril upor vsakega od krogov. Meritve sem izvedel z zaporedno vezavo upornika in meritvijo nove amplitude nihanja pri resonančni frekvenci. Rezultate meritev ter izračunane faktorje k in upore krogov prikazuje tabela 2.

Tabela 2: meritve resonančne frekvence f_R , razmerja resonančnih amplitud ob dodajanju upornikov, izračunanega faktorja k ter izračunanega upora R_0

N	f_R	razmerje amplitud			k	R_0 [ohm]
		Brez upornika	R = 10 ohm	R = 100 ohm		
200	3350	9,1	3,1	0,46	3412	5,1
400	1560	11,0	5,2	0,91	1596	9,1
800	840	10,2	6,5	1,56	880	17,8

Z dobljenimi upori R_0 nihajnih krogov je mogoče narediti računalniški model resonančnih krivulj opazovanih nihajnih krogov. Prikazuje ga graf 5.

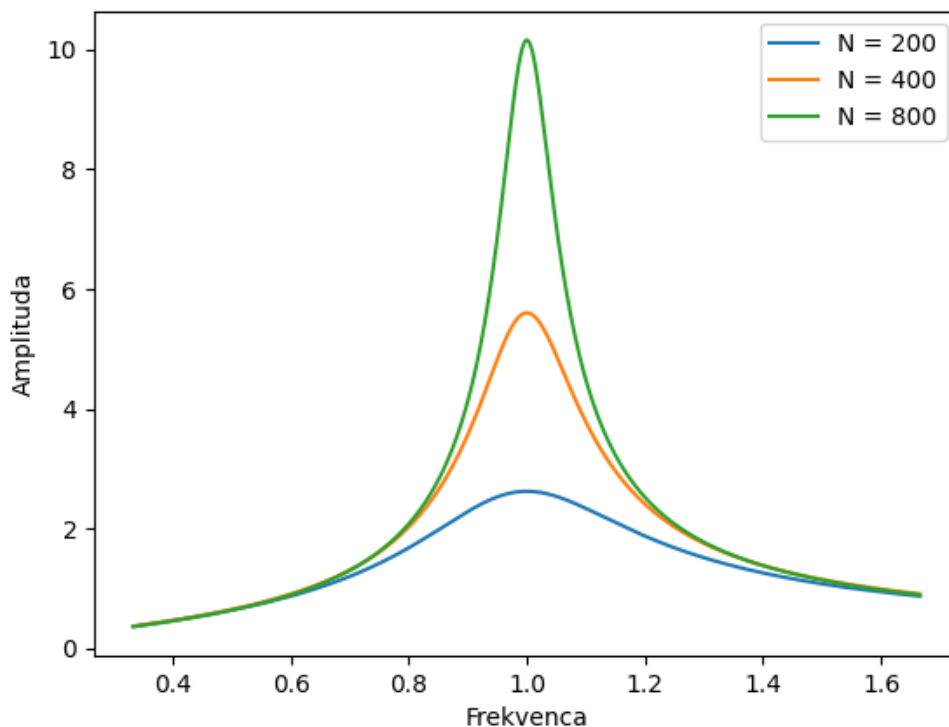
Graf 5: računalniški model resonančnih krivulj nihajnih krogov s tuljavami s številom ovojev N



Primerjava resonančnih krivulj, pridobljenih z meritvami, in računalniškega modela pokaže, da so izmerjeni podatki pravilni, saj krivulje izgledajo skoraj identično. Do razlike pride le pri manjših frekvencah, pri katerih se amplituda resničnih meritev giblje okoli 1, pri računalniškem modelu pa pade na približno 0,4. Vzrok za razliko se najverjetneje nahaja v dejstvu, da je nihanje v krogu vsiljevano s tuljavo, ki povzroča določeno napetost, medtem ko formula modela predpostavlja lastno nihanje nihajnega kroga.

Zaradi rezultatov meritev upora nihajnega kroga pa se pojavlja novo vprašanje. Ali bi resonančna krivulja izgledala drugače, če bi bil upor vseh krogov enak in bi bila le tuljava zamenjana? Enak upor bi lahko dosegel z zaporedno vezavo upornika. Vpliv je mogoče preveriti z računalniškim modelom. Nove resonančne krivulje z uporom nihajnih krogov $R = 17,8$ ohm so prikazane na grafu 6.

Graf 6: računalniški model resonančnih krivulj nihajnih krogov s tuljavami z različnim številom ovojev N in enakim uporom kroga



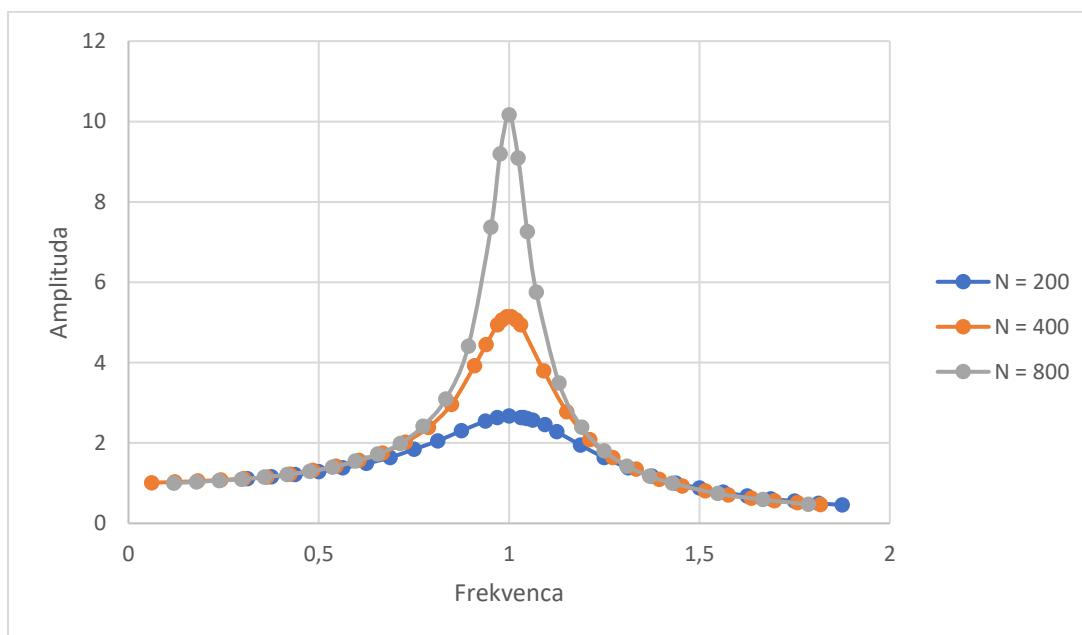
Model namiguje, da bi vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo bilo najboljše izmeriti, če bi izenačil upor vseh nihajnih krogov z dodajanjem upornikov.

4.2.2 Vpliv induktivnosti na resonančno krivuljo pri enakem upor

Na podlagi meritev upora nihajnih krogov v podpoglavju 4.2.1 sem nihajnemu krogu s tuljavo z $N = 200$ dodal upornik z $R = 12,7$ ohm in krogu s tuljavo z $N = 400$ ovoji upornik z $R = 8,7$ ohm. Skupni upor krogov je tako znašal $17,8$ ohm, torej je bil izenačen z uporom nihajnega kroga z $N = 800$ ovoji tuljave. Vsi nihajni krogi so tako imeli enak upor, edina spremenljivka pa je bilo število ovojev na tuljavi in posledično njena induktivnost. Meritve resonančnih krivulj prikazuje graf 7⁴.

⁴ Rezultati meritev so dodani v prilogi 9.2.3

Graf 7: resonančne krivulje nihajnih krogov z enakim uporom $R = 17,8 \text{ ohm}$ in različnimi induktivnostmi zaradi tuljav z različnim številom ovojev N



Primerjava računalniškega modela na grafu 6 in izmerjenih resonančnih krivulj na grafu 7 pokaže visoko stopnjo ujemanja. Resonančni amplitudi nihajnih krogov z $N = 200$ in $N = 800$ se popolnoma ujemata z modelom, v krogu z $N = 400$ pa se razlikujeta za 0,5. Možnih vzrokov za odstopanje je več, najverjetneje pa je nastalo zaradi napak pri meritvi upora nihajnega kroga oz. dodatnega upora zaradi priključkov na uporniški dekadi in dodatne žice. Razlika med modelom in meritvijo je nastala tudi pri manjših ter višjih frekvencah. Model namreč napoveduje, da se bo amplituda pri manjših frekvencah približevala ničli, pri izmerjenih nihajnih krogih pa se približuje 1. Situacija je obratna pri višjih frekvencah, pri katerih model napoveduje manjšo hitrost padanja amplitude, kakor je bila izmerjena. O možnih vzrokih za odstopanje bo govora v diskusiji.

Nihajnim krogom je mogoče tudi izračunati faktorje Q , ki so zapisani v tabeli 3.

Tabela 3: Meritve resonančnih frekvenc nihajnih krogov s številom ovojev N in njihove pripadajoče izračunane vrednosti faktorja Q , izračunane z vstavljanjem vrednosti upora $R = 17,8 \text{ ohm}$

Število ovojev N	L [H]	Resonančna frekvenca [Hz]	Faktor Q
200	$0,0026 \pm 5\%$	3350	$2,7 \pm 10\%$
400	$0,010 \pm 5\%$	1560	$5,7 \pm 10\%$
800	$0,036 \pm 5\%$	840	$10,6 \pm 10\%$

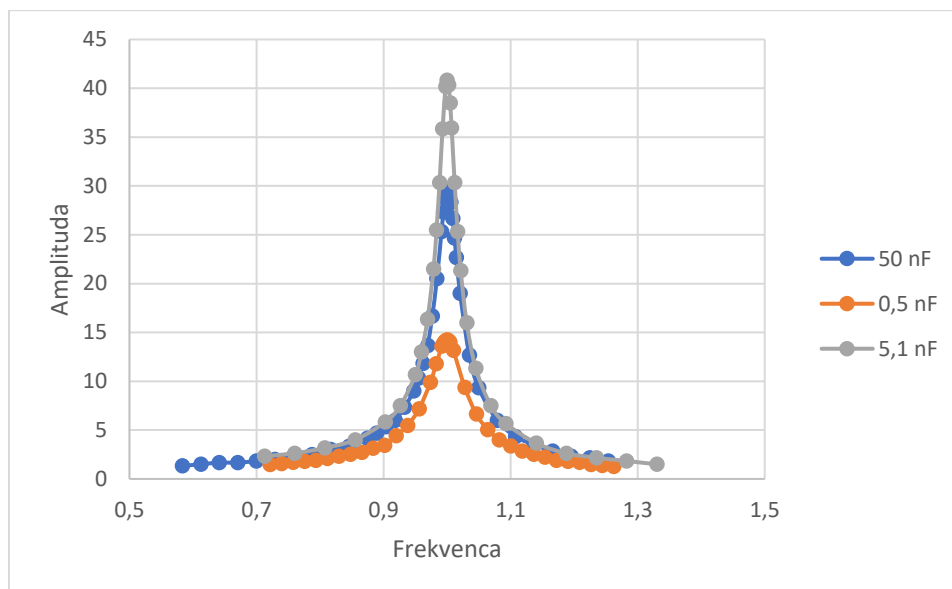
Iz tabele 2 je razvidno, da večje število ovojev N in posledično večja induktivnost povzročita večjo vrednost faktorja Q .

4.3 Vpliv kapacitete na resonančno krivuljo

Vpliv kapacitete sem opazoval z meritvijo resonančne krivulje treh nihajnih krogov s kapacitetami $C = 0,5 \text{ nF}$, $5,1 \text{ nF}$ in 50 nF . V vseh nihajnih krogih sem uporabil tuljavo s številom ovojev $N = 800$. Po meritvi in normalizaciji rezultatov so bile dobljene tri resonančne krivulje, ki jih prikazuje graf 8⁵.

⁵ Rezultati meritev so dodani v prilogi 9.2.4

Graf 8: resonančne krivulje nihajnih krogov s kapacitetami kondenzatorja $C = 0,5 \text{ nF}$, $5,1 \text{ nF}$ in 50 nF



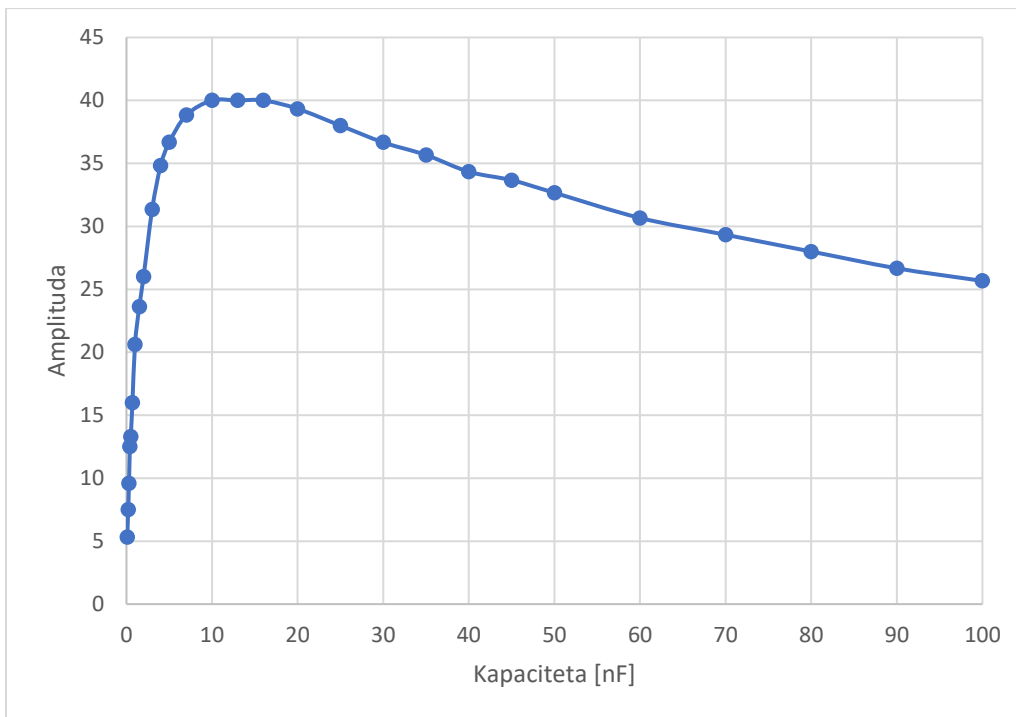
Iz vrhov resonančnih krivulj je razvidno, da ima kapaciteta kondenzatorja precejšen vpliv na amplitudo nihanja pri različnih frekvencah. Vendar odvisnosti ni lahko opisati, saj največjo amplitudo pri resonanci doseže nihajni krog s kapaciteto $5,1 \text{ nF}$, medtem ko nihajna kroga z nižjo ter višjo kapaciteto kondenzatorja $C = 0,5 \text{ nF}$ in 50 nF dosežeta manjšo resonančno amplitudo. Upora nihajnih krogov nisem izmeril, saj za razliko od spreminjanja tuljave različni kondenzatorji naj ne bi imeli izrazito drugačnega upora.

4.3.1 Vpliv kapacitete kondenzatorja na resonanco

Ugotavljanje odvisnosti resonančne amplitude od kapacitete kondenzatorja je mogoče na preprostejši način. S spreminjanjem frekvence vsiljevanega nihanja in opazovanjem amplitude je mogoče poiskati resonančno frekvenco. S spreminjanjem kapacitete in beleženjem resonančnih amplitud sem naredil graf 9, ki prikazuje njuno odvisnost⁶.

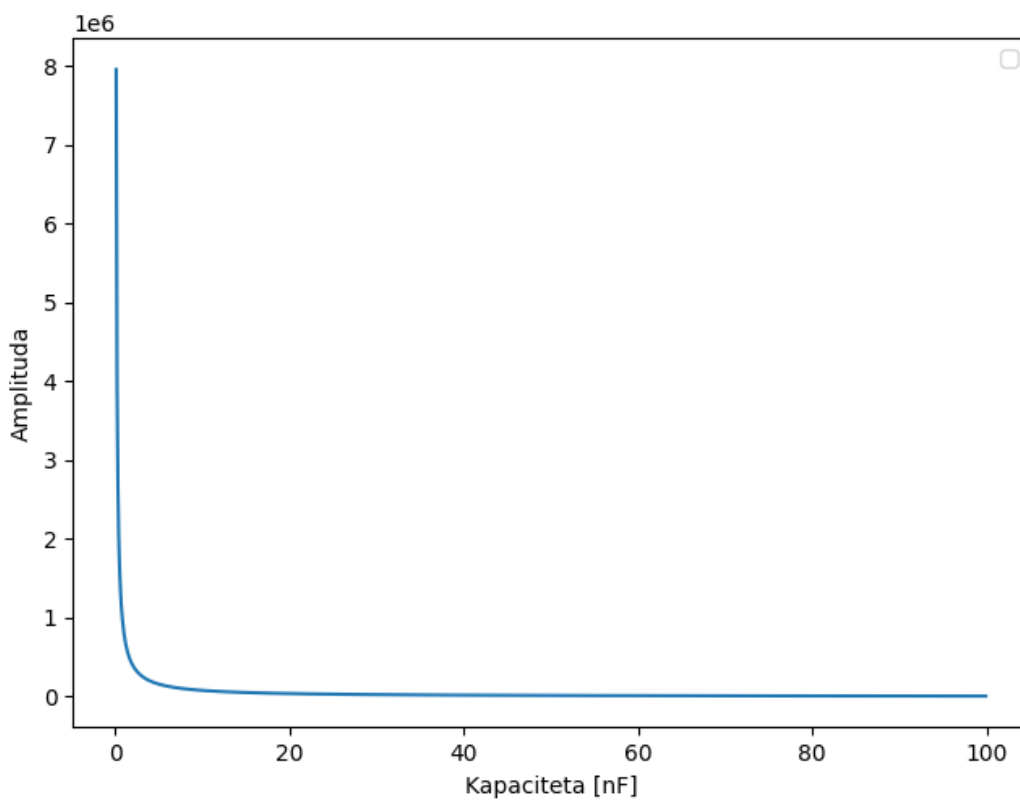
⁶ Rezultati meritev so dodani v prilogi 9.2.5

Graf 9: odvisnost razmerja resonančne amplitude in amplitude vsiljevanja nihanja od kapacitete kondenzatorja



Meritve na grafu 9 prikazujejo zelo zanimivo odvisnost med amplitudo in kapaciteto. Amplituda očitno narašča pri manjših kapacitetah, doseže optimum med 10 in 16 nF, nato pa začne upadati. Izmerjeno razmerje amplitude lahko kvalitativno enačimo s faktorjem Q , saj večji višek amplitude pri resonanci pomeni ostrejšo resonančno krivuljo, in posledično večjo vrednost faktorja Q . Odvisnost sem preveril z računalniškim modelom, v katerega sem vstavil konstantni vrednosti induktivnosti tuljave $L = 0,011$ H in upor nihajnega kroga $R = 20$ ohmov. Ustvarjen je bil graf odvisnosti resonančne amplitude od kapacitete kondenzatorja v intervalu med 0,1 nF in 100 nF, ki ga prikazuje graf 10.

Graf 10: odvisnost resonančne amplitude od kapacitete kondenzatorja pri konstantnih vrednostih induktivnosti $L = 0,011 \text{ H}$ in upora $R = 20 \text{ ohm}$



Računalniški model prikazuje popolnoma drugačno odvisnost kakor meritve, kar namiguje, da je najverjetneje prisotnih več vplivov. Več govora o možnih vplivih in napakah modela bo v diskusiji.

5 DISKUSIJA

Empirična analiza električnega nihajnega kroga je pokazala, da se za na videz preprostim delovanjem kroga skrivajo številni fizikalni pojavi, ki so prisotni v vsakdanji elektroniki. Dobljeni rezultati in njihova primerjava z računalniškim modelom ponujajo več vprašanj kot odgovorov.

5.1 Analiza konstrukcije nihajnega kroga

Sestava električnega nihajnega kroga je precej preprosta, zato ni veliko možnosti za spremembe. Kljub temu se pojavlja vprašanje glede načina vsiljevanja nihanja. Ker je bilo vsiljevano preko tuljave, je morala biti napetost na tuljavi v krogu vsakič izmerjena in graf normaliziran, kar je v veliki meri izničilo vplive, ki so se spreminjali s frekvenco. Poleg tega v nihajnih krogih z manjšimi kapacitetami železno jedro, ki je bilo glaven vir teh vplivov, ni bilo uporabljeno, zato so bili rezultati precej zanesljivi. Prednost takšne sestave nihajnega kroga je možnost opazovanja vpliva železnega jedra na nihanje. Kljub temu bi lahko bil spremenjen način vsiljevanja nihanja, saj bi se to lahko naredilo direktno, z zaporedno vezavo vira napetosti. Takšna konstrukcija bi mogoče rahlo izboljšala zanesljivost rezultatov, saj bi napetost bila vsiljena direktno v nihajni krog, pri prenosu energije med tuljavama pa so lahko prisotne izgube in vzajemni vplivi ene tuljave na drugo, ki se s frekvenco spreminjajo.

Med raziskovanjem se je pojavilo tudi vprašanje: zakaj je bilo nihanje veliko učinkovitejše pri majhnih kapacitetah, če železno jedro ni bilo uporabljeno? Odgovor je preprost – pri majhnih kapacitetah je frekvenca nihanja višja, kar je povzročilo močnejše krožne tokove v jedru in posledično večje izgube. Pri meritvi upora nihajnega kroga se je to videlo kot veliko večji upor – polno železno jedro je povzročilo skoraj desetkrat večji upor kakor laminirano, katerega dodan upor se je gibal pod petimi ohmi. Kljub dodanemu uporu je bilo uporabljeno laminirano železno jedro, saj je omogočilo učinkovitejši prenos energije.

Možna izboljšava nihajnega kroga je tudi v kvaliteti komponent. Meritve so pokazale, da so vse tuljave imele določen upor. Uporaba tuljav z žico iz boljšega prevodnika kot baker bi omogočila meritve nihajnih krogov z manjšimi upori in tako povečala možnosti raziskovanja. Tudi žice in dekadne niso imele popolnih priključkov, zato je tudi tam bil dodan upor. Nezanosljivost sem opazil tudi v samih dekadah, saj se je upor kroga povečal za nekaj ohmov, že ko sem povezal samo dekadno z uporniki brez nastavljenega upora. Omenjeni dejavniki so občasno vplivali na slabšo ponovljivost meritev, situacijo pa bi bilo mogoče izboljšati z uporabo kvalitetnejših komponent.

5.2 Analiza metode računanja induktivnosti

Induktivnosti nihajnih krogov, ki so bile uporabljene za računanje upora kroga in ustvarjanje modela resonančnih krivulj, sem pridobil računsko. Ta način sem uporabil, saj je bil najbolj zanesljiv. Izračunana je s formulo 15, kar pomeni, da na njeno (ne)zanesljivost vplivata meritve resonančne frekvence, katere napaka je načeloma majhna, in kapaciteta kondenzatorja, katerih relativna napaka znaša 5 %. Za razliko od induktivnosti se kapaciteta pri opazovanih frekvencah naj ne bi opazno spreminjala (What is the reason that the nominal capacitance value cannot be obtained?, n.d.), zato lahko kapaciteto obravnavamo kot konstanto. Prav zaradi frekvenčne odvisnosti induktivnosti nastanejo težave pri poskusih, če bi jo hoteli izmeriti na začetku, saj bi bil interval frekvenc, pri katerih bi to vrednost lahko uporabili, zelo majhen. Zato je najučinkovitejši in najzanesljivejši način pridobivanja induktivnosti matematični.

Napaka, ki bi se lahko pojavila, bi izvirala iz zamika resonančne krivulje zaradi dodajanja uporov. V razdelku o vplivu upora na resonančno krivuljo so meritve pokazale spremembo resonančne frekvence pri dodajanju večjih uporov. Vpliv še skoraj ni bil opazen pri dodajanju 10-ohmskega upora, pri dodajanju 100-ohmskega upora pa se je frekvenca zamaknila za skoraj 200 Hz – če bi induktivnost računali iz meritev tega nihajnega kroga, bi napaka znašala skoraj 24 %. Po drugi strani pa je osnovni upor nihajnega kroga običajno znašal veliko manj kot 100 ohm. Največji osnovni upor je imel nihajni krog, uporabljen za merjenje vpliva upora na resonančno krivuljo – 60 ohm. Posledično znaša napaka meritve resonančne frekvence tega kroga med 10 % in 15 %, saj

zamik ne narašča linearno z dodanim uporom, temveč vedno hitreje. Osnovni upor ostalih nihajnih krogov je medtem znašal pod 20 ohm. Napaka je tako ocenjena na približno 5 %.

Dodaten argument, ki podpira zanesljivost meritev induktivnosti, je visoka podobnost izmerjenih resonančnih krivulj s tistimi, pridobljenimi s formulo 16. Izrazite napake v meritvah induktivnosti bi namreč povzročile precej drugačne resonančne krivulje, saj je bilo z meritvami dokazano, da ima induktivnost velik vpliv na njihov izgled.

Nenazadnje so tudi vrednosti uporov krogov, izračunane po enačbi 18, bile dovolj konstantne, da je mogoče potrditi zanesljivost meritev induktivnosti. V enačbi 18 induktivnost namreč ne nastopa kot linearen člen, kar bi v primeru večjih napak povzročilo precej drugačne rezultate. Zanesljivost rezultatov pa je bila preverjena s primerjavo s predvideno vrednostjo. V primeru meritev vpliva upora na resonančno krivuljo je bilo znano, da morata biti upora R_2 in R_3 za 10 ohm in 100 ohm večja od upora R_1 . Napačna vrednost induktivnosti bi tako povzročila precej drugačno izračunano vrednost. Pri računanju upora nihajnega kroga z dodanim 100-ohmskim uporom je namreč prišlo do odstopanja 5,2 ohm, kar je samo 3,3 % odstopanje od predvidene skupne vrednosti 160 ohm in najverjetneje prav posledica zamika resonančne krivulje.

Dobljene vrednosti induktivnosti so zato najverjetneje precej zanesljive.

5.3 Analiza zanesljivosti računalniškega modela

Pomembno vprašanje se je pojavilo ob prvi primerjavi rezultatov meritev z računalniškim modelom. Model se je izkazal za precej zanesljivega za predvidevanje izgleda resonančne krivulje, vendar predvsem opisno, in to šele po deljenju vsake amplitude z določenim faktorjem k , ki se je od kroga do kroga spreminjal. Zakaj je bil vsak rezultat pomnožen s faktorjem k ? Možen odgovor je, da so bile pri izpeljavi formule za amplitudo nihanja pri določeni frekvenci predvidene drugačne enote kot volti, henriji, faradi in hertzi. Vendar je ta razlaga zelo malo verjetna, saj je konsenz, da se za količine običajno uporabljajo osnovne enote. Druga možna razlaga je, da je bila uporabljena drugačna definicija za krožno frekvenco oz. uporabljena enota $\frac{\text{stopinja}}{\text{sekunda}}$ namesto $\frac{\text{radian}}{\text{sekunda}}$. Razlago bi bilo mogoče določiti za verjetnejšo, če bi bil faktor k odvisen od frekvence nihanja, saj se krožna

frekvenca za vsako frekvenco nihanja spreminja. Vendar resonančna krivulja izgleda dovolj podobno izmerjeni krivulji, že če vsako izračunano amplitudo delimo s konstanto k . Ugotovitev pomeni, da tudi prvotna razlaga ni pravilna, saj je vsak člen pomnožen s krožno frekvenco ali frekvenco, torej bi drugačna enota določene količine pomenila spreminjajoč se faktor k , odvisen od frekvence.

Možna vzroka sta tako napaka pri izpeljavi ali uporabi formule. Čeprav napaka pri uporabi vseeno ni izključena, sem formulo uporabil v računalniški kodi, programu Excel, rezultate pa dodatno preveril še s kalkulatorjem. Zato napačno napisana formula oz. napačno vstavljeni podatki najverjetneje niso vplivali na zanesljivost rezultatov. Prav tako natančne rezultate brez faktorja k ponuja lastna izpeljava formule s pomočjo diferencialne enačbe napetosti na komponentah.

$$A = \frac{U}{\sqrt{C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R^2 - 2CL)\omega^2 + 1}} \quad (19)$$

pri čemer so:

U ... amplituda na viru, ki vsiljuje nihanje,

C ... kapaciteta kondenzatorja,

L ... induktivnost tuljave,

ω ... krožna frekvenca,

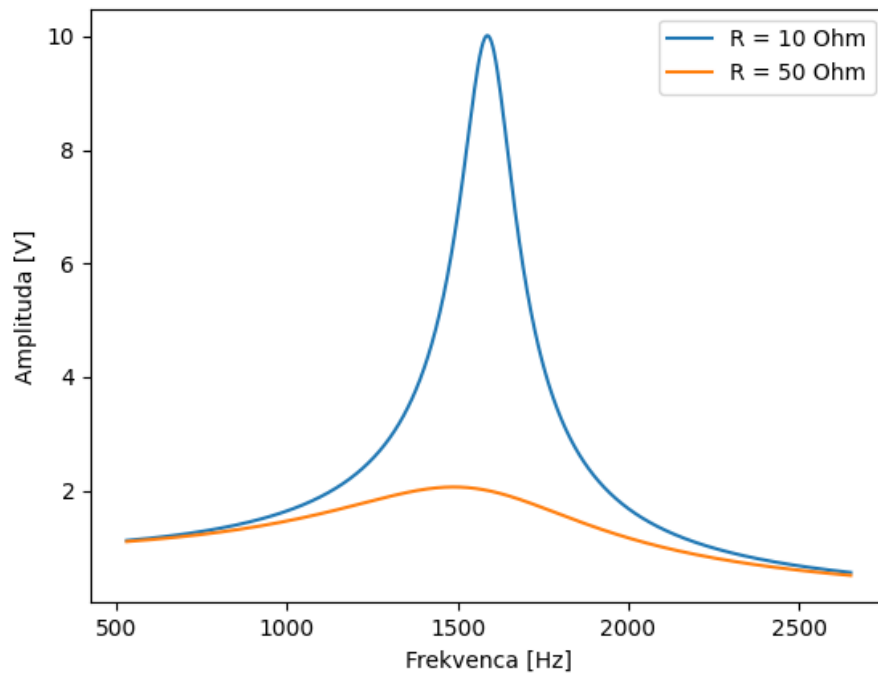
R ... upor nihajnega kroga.

Formula je lastne izpeljave⁷. Njena izpeljava s pomočjo programa za računalniško algebro Maxima je dodana v prilogi. Njena uporaba pa je pokazala, da je zanesljiva. Ne le da ni vsaka amplituda

⁷ Zaradi drugega Kirchhoffovega zakona mora biti vsota napetosti na tuljavi, kondenzatorju in uporniku enaka vsiljevani amplitudi nihanja. Napetosti lahko zapišemo s pomočjo diferencialnih enačb odvoda spremembe toka skozi

pomnožena z določenim faktorjem, pri večjem uporu celo pokaže zamik resonančne amplitude, kar so pokazale tudi meritve v nihajnem krogu. Resonančni krivulji za naključne vrednosti induktivnosti, kapacitete in dve vrednosti upora sta prikazani na grafu 11.

Graf 11: resonančni krivulji nihajnih krogov z induktivnostjo $L = 0,01 \text{ H}$, kapaciteto $C = 1 \mu\text{F}$ in uporoma $R1 = 10 \text{ ohm}$ ter $R2 = 50 \text{ ohm}$



Med brskanjem po literaturi sem ugotovil, da je zamik resonančne frekvence zaradi dušenja nihanja nekaj splošno znanega. Ob večjem dušenju je tudi zamik frekvence večji (Resonant Frequency vs. Natural Frequency in Oscillator Circuits, n.d.).

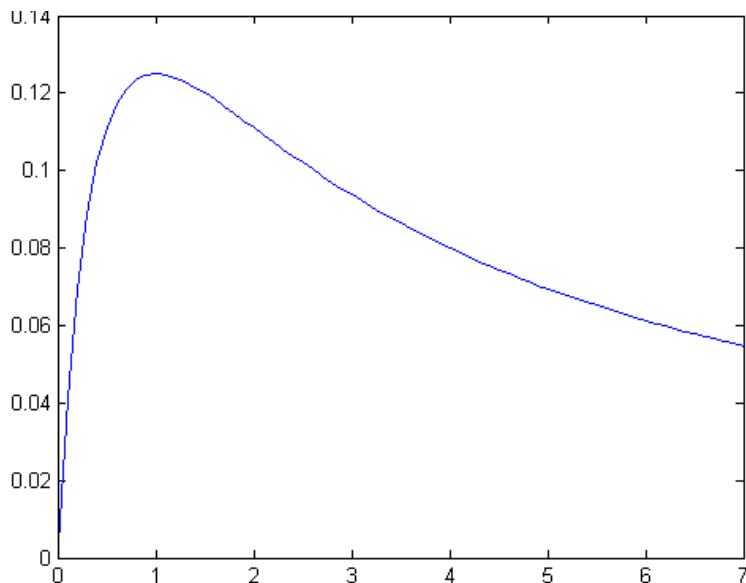
Dodaten pojav, ki sem ga opazil v eksperimentalnih rezultatih in potrdil z matematičnim modelom, ki ga prikazuje graf 11, je gibanje amplitude pri manjših in večjih frekvencah od resonančne.

tuljavo po času, spremembe napetosti na kondenzatorju in produkta upora upornika in toka skozenj, ki so enačene z napetostjo na viru $\frac{d^2q}{dt^2}L + \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} = U \cdot \sin(\omega t)$

Lastnost je opisana tudi v učbeniku Fizika za srednje šole II, v katerem je zapisano, da pri majhnih frekvencah nihalo povsem sledi vsiljevani amplitudi, torej se približuje amplitudi 1. Pri večjih frekvencah pa nihalo vsiljevani frekvenci ne more slediti, zato amplituda pade skoraj na nič. Ugotovitev razloži dilemo, ki se je pojavila pri rezultatih, saj ji je računalniški model s formulo 16 nasprotoval. Do tega je najbrž prišlo zaradi drugačnih predpostavk pri izpeljavi formule, saj je možno, da je bil obravnavan nihajni krog, ki niha samostojno, brez vsiljevanega nihanja. Domnevo potrjuje tudi dejstvo, da ni predvidel zamika resonančne frekvence, do katerega pri lastnem nihanju tudi resnično ne pride. Kljub vsem pomanjkljivostim, ki jih je imel prvotni model, pa ga ni mogoče zavreči, saj je po manjših spremembah vendarle prikazal resonančne krivulje, ki so se zelo dobro ujemale z izmerjenimi vrednostmi. Prav tako je poudaril lastnosti nihajnega kroga, kakor je gibanje amplitude pri obeh ekstremih intervala frekvenc. Nenazadnje je tudi zahteval iznajdbo načina za merjenje upora nihajnega kroga.

5.4 Analiza grafa resonančne amplitude v odvisnosti od kapacitete

Odvisnost resonančne amplitude od kapacitete (graf 9) se je izkazala za zelo kompleksno, vendar zanimivo. Na začetku je vredno omeniti, da kvalitativno oblika grafa spominja na krivuljo odvisnosti oddane moči od razmerja med uporom upornika in notranjim uporom vira napetosti, ki jo prikazuje slika 15.



Slika 15: Krivulja odvisnosti oddane moči od razmerja med uporom upornika in notranjim uporom vira napetosti (vir: becustech.wordpress.com)

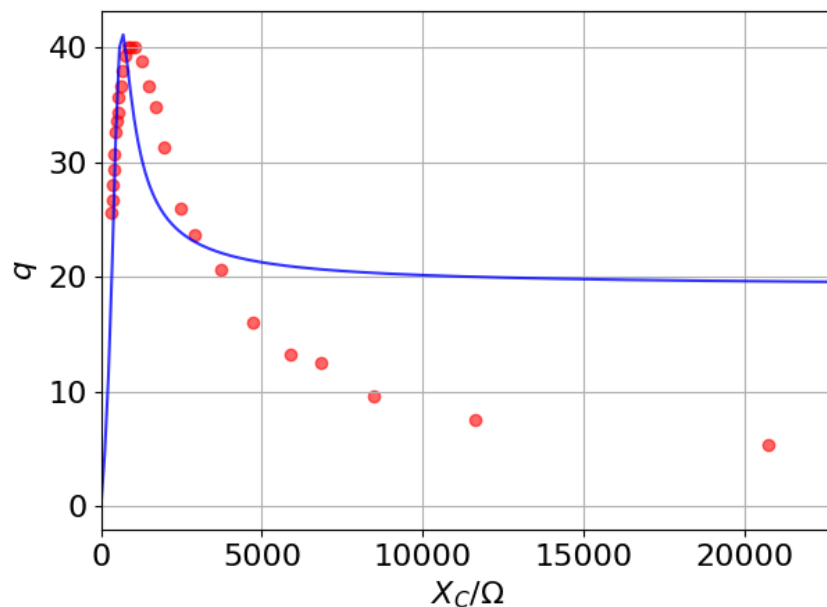
Podobnost po izgledu krivulje je zelo velika, vendar je razlaga zahtevna. Graf meritev namreč ne prikazuje oddane moči, temveč amplitude nihanja. Kljub temu je amplituda nihanja direktno povezana z oddano močjo, saj se moč izračuna z izrazom $P = \frac{V^2}{R}$. Zato lahko obliko krivulje vseeno primerjamo, saj v osnovi ostane podobna.

Možno razlago podobnosti obeh krivulj prav tako ponuja dejstvo, da je tudi električni nihajni krog, ki sem ga raziskoval v nalogi, mogoče opisati kot električni krog z virom napetosti z notranjim uporom in dodatnimi uporniki v krogu. Kot notranji upor služi upor v tuljavi, žicah in ostalih priključkih, kot dodaten upornik pa je lahko obravnavana impedanca kondenzatorja, ki se s frekvenco spreminja. Res je, da se pri resonanci impedanci kondenzatorja in tuljave izničita, vendar še vedno vplivata na amplitudo nihanja in tok. Domnevo je mogoče preveriti matematično. Formulo 19 je mogoče preurediti, da se kapaciteta zamenja z izrazom, ki vsebuje impedanco kondenzatorja $C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$. Po vstavljanju in preurejanju je dobljena enačba 20:

$$A = \frac{UX_c}{\sqrt{L^2\omega^2 - 2LX_c\omega + X_c^2 + R^2}} \quad (20)$$

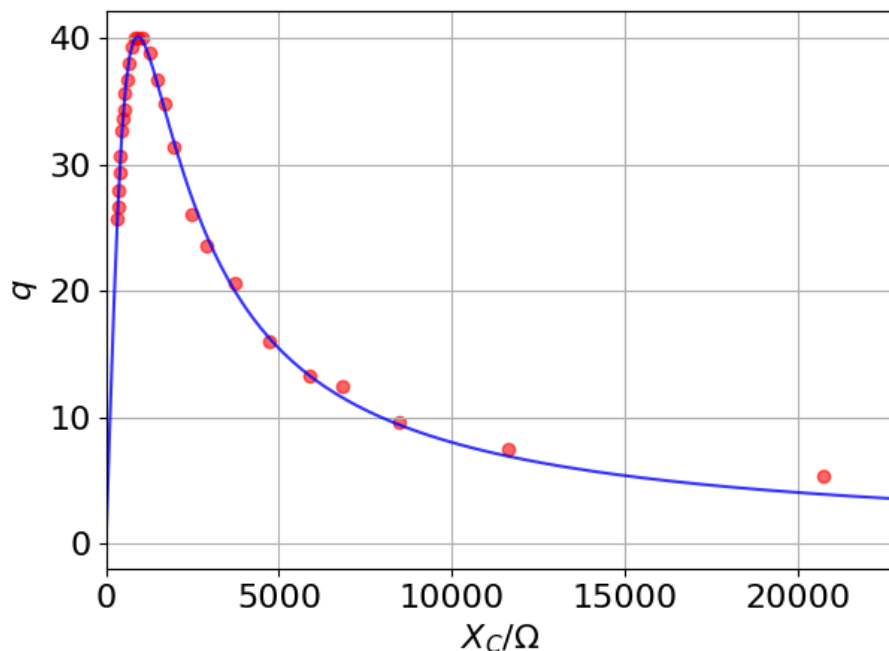
Enačba bi lahko bila preverjena z vstavljanjem podatkov za nihajni krog, vendar se prav tu pojavijo težave, saj se induktivnost in upor kroga spreminjata s frekvenco. Najlažje je bilo formulo vstaviti v računalniško kodo, ki je primerjala izmerjene vrednosti in poskusila poiskati primerne vrednosti. Krivuljo, ki jo je izrisala koda, prikazuje graf 12.

Graf 12: Računalniško prilagojena krivulja izmerjenim vrednostim po enačbi 20



Izkaže se, da so pridruženi še drugi pojavi, ki vplivajo na izmerjene vrednosti. Po preizkušanju formule s kodo sem odkril, da dodajanje člena X_c^4 pod koren izrazito pripomore k boljšemu prileganju krivulje. Novo krivuljo prikazuje graf 13.

Graf 13: Računalniško prilagojena krivulja izmerjenim vrednostim z dodajanjem člena $\{X_C\}^4$ pod koren enačbe
20



Vzrok za ta pojav ni jasen. Najverjetneje je prisotna tudi odvisnost induktivnosti od frekvence, ki se je pri meritvah izkazala za zelo veliko. Na krivuljo ima verjetno vpliv tudi spreminjanje upora v nihajnem krogu zaradi spremembe frekvence. To povzročajo vplivi, kakor je t. i. »skin effect«. Kljub temu pa graf pove, da je krivuljo mogoče povezati z grafom odvisnosti oddane moči od kvocienta uporov. Pri majhnih vrednostih X_C namreč prevladujejo ostali upori v nihajnem krogu, pri največji vrednosti amplitude se impedanca kondenzatorja izenači z ostalimi upori, pri nadaljnjem naraščanju vrednosti X_C pa zvišana impedanca zmanjšuje amplitudo nihanja. Vplive, ki sodelujejo pri tem pojavu, bi se splačalo dodatno raziskati.

5.5 Možna uporaba nihajnega kroga

V raziskovalni nalogi sem predstavil dejavnike, ki vplivajo na resonančno krivuljo električnega nihajnega kroga. S pomočjo rezultatov je mogoče določiti, katere spremembe pozitivno vplivajo na zvišan faktor Q in katere negativno. Prav to znanje pa ima največji potencial, saj imajo nihajni krogi z visokim faktorjem Q številne praktične uporabe – od sprejemnikov in filtrov signalov do

detektorjev kovin. Nova predlagana uporaba pa bi lahko služila varnejši komunikaciji, saj bi lahko signal s podatki bil oddajan na določeni frekvenci, medtem ko bi na ostalih, podobnih frekvencah, namerno bil oddajan šum. Prejemnik informacij bi lahko nastavil svoj nihajni krog za sprejemanje točno določene frekvence, medtem ko bi ostale filtriral. Napadalec, ki ne bi poznal pravilne frekvence, pa bi moral analizirati vse ostale frekvence, da bi našel pravilno, kar bi mu vzelo ogromno časa. Uporaba nihajnega kroga z visokim faktorjem Q bi v navedenem primeru omogočila oddajanje več frekvenc in otežila delo napadalcu, saj bi nihajni krog sprejel samo ozko frekvenco.

6 ZAKLJUČEK

Z raziskovanjem sem uspešno dosegel namen naloge – raziskovanje električnega nihajnega kroga. Poskusi z nihajnim krogom so pokazali, da imajo na resonančno krivuljo največji vpliv prav kapaciteta kondenzatorja, induktivnost tuljave in upor nihajnega kroga. S tem je bila potrjena hipoteza 1a. Meritve in računalniški model so pokazali, da dodaten upor zniža faktor Q resonančne frekvence in povzroči slabšo kvaliteto nihajnega kroga. S tem je bila potrjena hipoteza 1d. Večja induktivnost tuljave je pozitivno vplivala na faktor Q , vendar so tuljave z več ovoji imele tudi večji upor, in tu se nahaja možnost za izboljšavo nihajnega kroga, saj bi uporaba tuljave z več ovoji in žico iz dobrega prevodnika pomenila kvalitetnejši nihajni krog. Hipoteza 1c je bila zato ovržena, saj je večja induktivnost imela pozitiven vpliv na faktor Q . Vpliv kapacitete kondenzatorja pa se je izkazal za zelo zapletenega, saj je največji faktor Q bil dosežen, ko sta bili vrednosti impedance kondenzatorja in preostalega upora nihajnega kroga izenačeni. Tako je tudi hipoteza 1b ovržena, saj je odvisnost veliko zapletenejša. Prav ta ugotovitev pa odpira možnost novega raziskovanja, saj je odvisnost resonančne amplitude od kapacitete kompleksna, vključeni pa so številni drugi vplivi, ki v raziskovalni nalogi niso bili identificirani. Tudi druga hipoteza je bila ovržena, saj se je izkazalo, da uporaba železnega jedra za prenos energije povzroči dodaten upor in negativno vpliva na faktor Q .

Znanje o delovanju električnega nihajnega kroga se tako lahko praktično preveri in uporabi z implementacijo v namene varnejše komunikacije. Nenazadnje je potencial praktične implementacije nihajnega kroga izreden in se lahko uporabi v tehnologijah, ki danes sploh še niso razvite.

7 DRUŽBENA ODGOVORNOST

Med raziskovanjem sem uporabil opremo, ki ni za enkratno uporabo, zato med raziskovanjem niso bili ustvarjeni odpadki. Večino rezultatov in računanja sem izvedel z računalnikom, zato ni bilo veliko odpadnega papirja. Vsi uporabljeni merilniki so narejeni za šolsko uporabo, zato so varni in zdravju neškodljivi. Delo z elektriko je potekalo pri majhnih napetostih in tokih, zato zdravju ni bilo škodljivo. Raziskoval sem izključno v znanstvene namene, vsi sklepi vodijo iz rezultatov, pridobljenih z lastnimi meritvami. Pri poskusih nisem uporabil živali, prav tako pa ni bil nihče užaljen. Poskus sem izvedel v laboratoriju in ni na nikakršen način vplival na vladavino prava. Človekovih pravic nisem kršil.

8 Viri in literatura

Adams, S., Allday, J. (2013). *Advanced physics*. Croydon: Oxford university press.

admin. (2019, April 24). *Resonant frequency formula and derivation*. Povzeto po: electricalbaba.com: <https://electricalbaba.com/resonant-frequency-formula/> Pridobljeno [26.1.2022]

Chaniotakis, C. a. (2006). Using the impedance method. *MIT open courseware*, 2.

Kuščer, I., Moljk, A., Kranjc, T. et al. (2002). *Fizika za srednje šole III. del*. Ljubljana: DZS.

Q Factor and Bandwidth of a Resonant Circuit. (b.d.). Povzeto po: allaboutcircuits.com: <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-6/q-and-bandwidth-resonant-circuit/> Pridobljeno [14.2.2022]

Resonant Frequency vs. Natural Frequency in Oscillator Circuits. (b.d.). Povzeto po: cadence.com: <https://resources.pcb.cadence.com/blog/2019-resonant-frequency-vs-natural-frequency-in-oscillator-circuits> Pridobljeno [31.1.2022]

RLC circuit. (2022, Februar 24). Povzeto po: Wikipedija: https://en.wikipedia.org/wiki/RLC_circuit#Bandwidth Pridobljeno [7.2.2022]

What is the reason that the nominal capacitance value cannot be obtained? (b.d.). Povzeto po: murata.com: <https://www.murata.com/enus/support/faqs/capacitor/ceramiccapacitor/char/0007> Pridobljeno [8.2.2022]

Wikipedija. (2022, Februar 27). Povzeto po: Q factor: https://en.wikipedia.org/wiki/Q_factor Pridobljeno [15.2.2022]

Uporabljena programska oprema:

- Maxima. (1982). maxima.sourceforge.io. Pridobljeno na: <https://maxima.sourceforge.io/>

8.1 Viri slik

Slika 1: Shema LC nihajnega kroga. (2022). Wikipedija. Pridobljeno [7.2.2022]: https://en.wikipedia.org/wiki/LC_circuit#History

Slika 2: Prikaz nihanja v nihajnem krogu. (b.d.). princeton.edu. Pridobljeno [8.2.2022]: <https://commons.princeton.edu/josephhenry/lc-circuits/>

Slika 3: Shema RLC nihajnega kroga. (b.d.). electricala2z.com. Pridobljeno [8.2.2022]: <https://electricala2z.com/electrical-circuits/series-rlc-circuit-analysis-example-problems/>

Slika 4: Shema električnega kroga s tuljavo. (b.d.). Lumen. Pridobljeno [8.2.2022]: <https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/23-11-reactance-inductive-and-capacitive/>

Slika 5: Shema električnega kroga s kondenzatorjem. (b.d.). Lumen. Pridobljeno [8.2.2022]: <https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/23-11-reactance-inductive-and-capacitive/>

Slika 6: Kazalčni diagram. (b.d.). apogeeweb.net. Pridobljeno [9.2.2022]: <https://www.apogeeweb.net/electron/series-parallel-rlc-circuit.html>

Slika 7: Diagram impedanc tuljave in kondenzatorja. (2020). Quora. Pridobljeno [9.2.2022]: <https://www.quora.com/What-is-the-difference-between-the-reactance-and-resistance>

Slika 8: Resonančne krivulje nihajnih krogov z različnimi faktorji Q. (b.d.). allaboutcircuits.com. Pridobljeno [10.2.2022]: <https://www.allaboutcircuits.com/textbook/alternating-current/chpt-6/q-and-bandwidth-resonant-circuit/>

Slika 9: Shema prenosa energije med dvema tuljavama. (b.d.). weebly.com. Pridobljeno [10.2.2022]: <http://misswise.weebly.com/transformers.html>

Slika 15: Graf oddane moči v odvisnosti od razmerja upora kroga in notranjega upora vira. (2015). Andre's technology blog. Pridobljeno [25.2.2022]: <https://beckustech.wordpress.com/2015/05/13/exploring-maximum-power-transfer-with-3d-plots-in-matlab/>

9 PRILOGE

9.1 Računalniška koda za modeliranje resonančne krivulje

```
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
from math import pi, sqrt

#računanje vrednosti amplitude ob različnih frekvencah
def curve(min, max, res, ind, cap):
    x = []
    y = []
    for freq in range(min, max, 1):
        x.append(freq)
        omega = 2*pi*freq
        amplitude = (freq/sqrt(((1-(omega**2)*ind*cap)**2)+(omega*res*cap)**2))
        y.append(amplitude)

    return x, y

#definicija parametrov kroga in klicanje funkcije curve
def main():
    cap = float('0.000001')
    ind = float('0.035059')
    resonance = 1/(2*pi*sqrt(ind*cap))
    min = round(resonance/3)
    max = round(5*resonance/3)

    x1, y1 = curve(min, max, float('9.3'), ind, cap)
```

```
x2, y2 = curve(min, max, float('19.3'), ind, cap)
x3, y3 = curve(min, max, float('109.3'), ind, cap)
```

```
#prikaz grafov
```

```
plt.plot(x1,y1, label='R = 9,3 Ohm')
plt.plot(x2,y2, label='R = 19,3 Ohm')
plt.plot(x3,y3, label='R = 109,3 Ohm')
plt.xlabel("Frekvencia")
plt.ylabel("Amplituda")
plt.legend()
plt.show()
```

```
if __name__ == '__main__':
    main()
```

9.2 Izmerjene vrednosti amplitud nihanja

9.2.1 Meritve odvisnosti resonančne krivulje od upora kroga

Tabela 4: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od dodanega upora

Frekvenca [Hz]	Brez dodanega upora	R = 10 Ohm	R = 100 Ohm
100	0,64	0,56	0,64
150	1,12	1,12	1,12
200	1,44	1,44	1,44
250	1,76	1,76	1,76
300	2,08	2,08	1,92
350	2,24	2,24	2,24
400	2,56	2,56	2,4
450	2,88	2,88	2,56
500	3,36	3,2	2,88
550	3,84	3,68	3,04
600	4,32	4,16	3,12
650	5,04	4,8	3,2
700	5,84	5,44	3,2
750	6,72	6,08	3,2
800	7,52	6,56	3,04
820	7,68	6,72	3,04
840	7,84	6,72	3,04
860	7,84	6,72	3,04
880	7,68	6,64	2,88
900	7,52	6,56	2,88
950	6,8	5,92	2,72
1000	5,92	5,28	2,56
1050	5,12	4,64	2,4
1100	4,48	4	2,24
1150	3,84	3,52	2,08
1200	3,36	3,2	1,92
1300	2,72	2,56	1,6
1400	2,24	2,08	1,44
1500	1,76	1,76	1,28

9.2.2 Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave

Tabela 5: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave

N = 400		N = 200		N = 800			
f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]		
100	2,08	1000	0,516	100	0,744		
200	2,14	1200	0,54	150	0,768		
300	2,2	1400	0,568	200	0,792		
400	2,26	1600	0,604	250	0,816		
500	2,34	1800	0,656	300	0,856		
600	2,46	2000	0,72	350	0,904		
700	2,62	2200	0,816	400	0,96		
800	2,84	2400	0,944	450	1,04		
900	3,12	2600	1,14	500	1,15		
1000	3,52	2800	1,44	550	1,28		
1100	4,12	3000	2	600	1,48		
1200	5	3100	2,48	650	1,8		
1300	6,72	3200	3,18	700	2,3		
1400	9,92	3300	4	750	3,28		
1500	18	3320	4,12	800	5,48		
1520	20,4	3350	4,2	820	6,84		
1540	22,4	3400	4,12	840	7,56		
1560	23	3500	3,4	860	6,76		
1580	21,8	3600	2,58	880	5,4		
1600	19,6	3800	1,6	900	4,28		
1650	14	4000	1,14	950	2,6		
1700	10,4	4200	0,864	1000	1,78		
1800	6,4	4400	0,688	1050	1,34		
1900	4,48	4600	0,56	1100	1,06		
2000	3,32	4800	0,48	1150	0,872		
2100	2,68	5000	0,404	1200	0,744		
2200	2,2	5200	0,356	1300	0,552		
2300	1,88	5400	0,316	1400	0,44		
2400	1,58	5600	0,28	1500	0,352		
2500	1,38	5800	0,252				
2600	1,22	6000	0,228				
2700	1,1						
2800	0,992						
2900	0,896						
3000	0,816						

9.2.3 Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave z dodanim uporom

Tabela 6: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od induktivnosti tuljave z izenačenim uporom

N = 200		N = 400		N = 800	
f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]
1000	0,516	100	1,98	100	0,744
1200	0,536	200	2,02	150	0,768
1400	0,564	300	2,06	200	0,792
1600	0,596	400	2,12	250	0,816
1800	0,64	500	2,18	300	0,856
2000	0,692	600	2,26	350	0,904
2200	0,76	700	2,4	400	0,96
2400	0,856	800	2,58	450	1,04
2600	0,952	900	2,78	500	1,15
2800	1,07	1000	3,06	550	1,28
3000	1,18	1100	3,42	600	1,48
3100	1,22	1200	3,96	650	1,8
3200	1,24	1300	4,68	700	2,3
3300	1,22	1400	5,8	750	3,28
3320	1,22	1500	7,68	800	5,48
3350	1,21	1550	8,72	820	6,84
3400	1,19	1600	9,68	840	7,56
3500	1,14	1620	9,92	860	6,76
3600	1,06	1640	10,08	880	5,4
3800	0,904	1660	10,08	900	4,28
4000	0,76	1680	9,92	950	2,6
4200	0,64	1700	9,68	1000	1,78
4400	0,544	1800	7,44	1050	1,34
4600	0,464	1900	5,44	1100	1,06
4800	0,408	2000	4,08	1150	0,872
5000	0,36	2100	3,2	1200	0,744
5200	0,316	2200	2,64	1300	0,552
5400	0,284	2300	2,14	1400	0,44
5600	0,256	2400	1,82	1500	0,352
5800	0,232	2500	1,58		
6000	0,212	2600	1,38		
		2700	1,22		
		2800	1,1		
		2900	1		
		3000	0,912		

9.2.4 Meritve odvisnosti resonančne krivulje od kapacitete

Tabela 7: Meritve odvisnosti resonančne krivulje od kapacitete

C = 50 nF		C = 0,5 nF		C = 5,1 nF	
f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]	f [Hz]	amp [V]
4000	0,64	40000	1,12	15000	1,12
4200	0,72	41000	1,2	16000	1,26
4400	0,8	42000	1,28	17000	1,52
4600	0,8	43000	1,36	18000	1,92
4800	0,88	44000	1,44	19000	2,8
5000	0,96	45000	1,6	19500	3,6
5200	1,12	46000	1,76	20000	5,12
5400	1,2	47000	1,92	20200	6,24
5600	1,44	48000	2,06	20400	7,84
5800	1,6	49000	2,4	20600	10,32
6000	2	50000	2,6	20700	12,24
6100	2,24	51000	3,36	20800	14,56
6200	2,56	52000	4,16	20900	17,2
6300	2,88	53000	5,44	21000	19,28
6400	3,52	54000	7,52	21050	19,6
6500	4,32	54500	8,96	21100	19,36
6550	4,96	55000	10,32	21150	18,48
6600	5,68	55100	10,48	21200	17,26
6650	6,56	55200	10,64	21300	14,56
6700	8	55300	10,72	21400	12,16
6750	9,84	55400	10,8	21500	10,24
6800	12,16	55500	10,8	21700	7,68
6820	13,12	55600	10,72	22000	5,44
6840	13,76	55700	10,64	22500	3,6
6860	14,16	56000	10	23000	2,72
6880	14,08	57000	7,12	24000	1,76
6900	13,6	58000	5,04	25000	1,26
6920	12,8	59000	3,84	26000	1,04
6940	11,84	60000	3,04	27000	0,88
6960	10,88	61000	2,56	28000	0,72
7000	9,12	62000	2,16		
7100	6,08	63000	1,92		
7200	4,48	64000	1,68		
7400	2,88	65000	1,44		
7600	2,08	66000	1,36		
7800	1,68	67000	1,28		
8000	1,36	68000	1,12		
8200	1,12	69000	1,04		
8400	1,04	70000	0,96		
8600	0,88				

9.2.5 Meritve odvisnosti resonance od kapacitete

Tabela 8: Meritve odvisnosti resonančne amplitude in frekvence od kapacitete

C [nF]	vsiljevana napetost	amplituda [V]	frekvenca resonance [kHz]
0,1	1,44	7,68	76,71
0,2	1,12	8,4	68,32
0,3	0,96	9,2	62,66
0,4	0,8	10	58,08
0,5	0,8	10,64	54,11
0,7	0,72	11,52	48,35
1	0,64	13,2	42,73
1,5	0,64	15,12	36,29
2	0,64	16,64	32,14
3	0,6	18,8	26,84
4	0,48	16,72	23,55
5	0,48	17,6	21,16
7	0,48	18,64	18,04
10	0,48	19,2	15,21
13	0,48	19,2	13,34
16	0,48	19,2	12,06
20	0,48	18,88	10,81
25	0,48	18,24	9,703
30	0,48	17,6	8,863
35	0,48	17,12	8,209
40	0,48	16,48	7,674
45	0,48	16,16	7,253
50	0,48	15,68	6,887
60	0,48	14,72	6,274
70	0,48	14,08	5,829
80	0,48	13,44	5,449
90	0,48	12,8	5,109
100	0,48	12,32	4,851

9.3 Izpeljava enačbe 19

resonance_serial.wmx

1 / 3

Differential equation for serial RLC circuit

```
(%i1) 'diff(q,t,2)+R/L*diff(q,t)+1/L/C*q=Um/L*sin(omega*t);
```

```
(%o1) 
$$\frac{d^2}{dt^2}q + \frac{R}{L}\left(\frac{d}{dt}q\right) + \frac{q}{CL} = \frac{Um \sin(\omega t)}{L}$$

```

General solution

```
(%i3) assume(qm>0,C>0,R>0,L>0,omega>0,Um>0);
      q:qm*sin(omega*t+phi);
```

```
(%o2) [qm > 0, C > 0, R > 0, L > 0, ω > 0, Um > 0]
```

```
(q) qm sin(ω t + φ)
```

```
(%i4) trigexpand(diff(q,t,2)+R/L*diff(q,t)+1/L/C*q=Um/L*sin(omega*t));
```

```
(%o4) 
$$\frac{R \omega qm (\cos(\phi) \cos(\omega t) - \sin(\phi) \sin(\omega t))}{L} - \omega^2 qm$$


$$\frac{(\cos(\phi) \sin(\omega t) + \sin(\phi) \cos(\omega t)) + qm (\cos(\phi) \sin(\omega t) + \sin(\phi) \cos(\omega t))}{CL} = \frac{Um \sin(\omega t)}{L}$$

```

```
(%i5) expand(%);
```

```
(%o5) 
$$-\frac{R \omega \sin(\phi) qm \sin(\omega t)}{L} - \omega^2 \cos(\phi) qm \sin(\omega t) +$$


$$\frac{\cos(\phi) qm \sin(\omega t)}{CL} - \omega^2 \sin(\phi) qm \cos(\omega t) + \frac{\sin(\phi) qm \cos(\omega t)}{CL} +$$


$$\frac{R \omega \cos(\phi) qm \cos(\omega t)}{L} = \frac{Um \sin(\omega t)}{L}$$

```

Comparing parts with sin and cos

```
(%i7) coeff(%sin(omega*t),1);
      coeff(%th(2),cos(omega*t),1);
```

```
(%o6) 
$$-\frac{R \omega \sin(\phi) qm}{L} - \omega^2 \cos(\phi) qm + \frac{\cos(\phi) qm}{CL} = \frac{Um}{L}$$

```

```
(%o7) 
$$-\omega^2 \sin(\phi) qm + \frac{\sin(\phi) qm}{CL} + \frac{R \omega \cos(\phi) qm}{L} = 0$$

```

```
(%i8) solve(subst(sin(phi)=cos(phi)*tan(phi),%o7),tan(phi));
```

```
(%o8) [tan(φ) =  $\frac{CR\omega}{CL\omega^2 - 1}$ ]
```

The current is the derivative of q, so its phase is +pi/2 with respect to phi

```
(%i9) limit((rhs(%[1])+tan(alpha))/(1-rhs(%[1])*tan(alpha)),alpha,%pi/2);
```

```
(%o9) - 
$$\frac{CL\omega^2 - 1}{CR\omega}$$

```

```
(%i11) radcan(sqrt(trigsimp(expand(%o6^2+%o7^2))));
factor(solve(%,qm));
```

```
(%o10) 
$$\frac{\sqrt{C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R^2 - 2CL)\omega^2 + 1} qm}{CL} = \frac{Um}{L}$$

```

```
(%o11) 
$$\mathbf{[qm = \frac{C Um}{\sqrt{C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R^2 - 2CL)\omega^2 + 1}}]}$$

```

Capacitor voltage qm/C

```
(%i12) Uc:rhs(%[1])/C;
```

```
(Uc) 
$$\frac{Um}{\sqrt{C^2 L^2 \omega^4 + (C^2 R^2 - 2CL)\omega^2 + 1}}$$

```