

Gimnazija Kranj

Analiza propelerja kvadrokopterja

Raziskovalna naloga s področja fizike

Raziskovalno vprašanje:

Katera kombinacija frekvence vrtenja in števila lopatic propelerja omogoča največjo višino lebdenja mojega kvadrokopterja in kakšna je ta višina lebdenja?

Avtor:

Žiga Roblek, 4. h

Mentor:

mag. Oliver Ogris

Kranj, 2022

Zahvala

Za raziskovalno nalogo gre posebna zahvala mentorju, magistru Oliverju Ogrisu, ki je tekom raziskave nudil nasvete na področju izdelave poizkusa kot na področju lektoriranja. Še enkrat se mu zahvaljujem za vso pomoč in podporo pri delu.

Zahvaljujem se laborantu fizike, Janezu Pokornu, ki je s svojim znanjem delovanja fizikalnih merilnih naprav omogočil praktično izdelavo poizkusa. Prav tako gre velika zahvala Gimnaziji Kranj, ki je svoje merilne naprave posodila v namen te raziskave.

Posebna zahvala gre Tadeju Valjavcu za poglobljene in nadvse informativne pogovore na temo malih brezpilotnih letal. Brez njega se raziskovalno vprašanje te raziskave ne bi razvilo. Še posebej sem mu hvaležen za njegovo pomoč in sodelovanje pri izvajanju preliminarnih testov.

Nazadnje gre zahvala tudi staršema in puncu, ki so mi nudili podporo na moji raziskovalni poti, tudi v časih, ko se je delo zavleklo pozno v noč.

Kazalo vsebine

Zahvala.....	1
Povzetek	5
Abstract	6
1 Uvod.....	7
2 Zasnova eksperimenta	9
2.1 Načrtovanje in oblikovanje propelerjev.....	9
2.2 Nastavitve eksperimenta.....	12
2.2.1 Merjenje frekvence vrtenja propelerjev	12
2.2.2 Merjenje zračnega tlaka	14
2.2.3 Merjenje sile vzgona	16
3 Analiza in modeliranje sile vzgona, ki jo ustvarja en sam propeler kvadrokopterja. 18	
3.1 Določanje kvadratnega sorazmerja med silo vzgona in frekvenco vrtenja	21
3.1.1 Izmerjeni podatki.....	21
3.1.2 Obdelava podatkov	22
3.1.3 Grafični prikazi.....	24
3.2 Določanje linearne sorazmerja med silo vzgona in zračnim tlakom	28
3.2.1 Izmerjeni podatki.....	28
3.2.2 Grafični prikazi.....	29
3.3 Določanje tipa propelerja, ki bo omogočal let na najvišji višini	30
3.4 Določanje najvišje višine lebdenja kvadrokopterja	34
4 Zaključek	39
5 Viri in literatura	40
Priloga 1.....	41
Priloga 2.....	53
Priloga 3.....	55
Priloga 4.....	56
Priloga 5.....	56

Kazalo slik

Slika 1: Shema kvadrokopterja med letom.....	8
Slika 2: Lopatica propelerja, modelirana v programu Blender. Poudarjeni del ima na obliko letalskega krila.....	10
Slika 3: Ukrivljena oblika lopatice propelerja.	10
Slika 4: Modeli za propelerje z različnim številom lopatic.	11
Slika 5: Osrednji del propelerja z luknjo za pritrnitev na elektromotor.	11
Slika 6: Propeler s petimi lopaticami, izdelan s 3D tiskalnikom MakerBot Replicator Mini+.....	12
Slika 7: Vsi štiri propelerji po čiščenju.....	12
Slika 8: Stroboskop (leva slika) in merilna skala z mersko napako ± 25 vrtljajev na minuto (desna slika).....	13
Slika 9: Prikaz merjenja frekvence vrtenja s stroboskopom. Leva in desna slika prikazujeta utripanje reflektorske svetilke.....	13
Slika 10: Električna zračna črpalka (leva slika) in njene specifikacije (desna slika).	15
Slika 11: Zračna črpalka, priključena na ventil vakumske komore.....	15
Slika 12: Merjenje zračnega tlaka z digitalnim manometrom. Slika na desni strani prikazuje, kako je bila cev priključena na	16
Slika 13: Električni motor v 3D natisnjem okvirju, pritrjen na Bluetooth merilnik sile (leva slika).....	17
Slika 14: Merjenje sile vzgona v vakumski komori.	18
Slika 15: Skica propelerja, ki ustvarja vzgon.	18
Slika 16: Skica propelerja, ki ustvarja vzgon v navpičnem letu.....	35

Kazalo grafov

Graf 1: Frekvenca glede na zračni tlak za propeler z dvema lopaticama.....	14
Graf 2: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri 100 kPa.....	24
Graf 3: Graf sile vzgona v odvisnosti od kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja pri 100 kPa.....	24
Graf 4: Največji smerni koeficient (zelena črta) in najmanjši smerni koeficient (oranžna črta).....	25
Graf 5: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri različnih tlakih.....	26

Graf 6: Graf sile vzgona v odvisnosti od kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja pri različnih tlakih.....	27
Graf 7: Graf sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka pri frekvenci vrtenja 183,4 Hz..	29
Graf 8: Največji smerni koeficient (zelena črta) in najmanjši smerni koeficient (oranžna črta).....	29
Graf 9: Graf sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka pri frekvenci vrtenja 183,4 Hz za vse štiri propelerje.....	31
Graf 10: Graf sile vzgona v odvisnosti od števila lopatic pri zračnem tlaku 100,0 kPa in frekvenci vrtenja 183,4 Hz.....	33
Graf 11: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri zračnem tlaku 100,0 kPa	34

Kazalo tabel

Tabela 1: Izmerjeni podatki za določitev kvadratnega sorazmerja med silo vzgona in frekvenco vrtenja.....	22
Tabela 2: Kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja, njihove absolutne napake in sila vzgona pri določenih frekvencah	24
Tabela 3: Podatki za smerne koeficiente in njihove absolutne napake pridobljeni iz grafa 6.....	27
Tabela 4: Izmerjeni podatki za določanje linearnega sorazmerja med silo vzgona in zračnim tlakom.....	28
Tabela 5: Podatki za mase vseh štirih tipov propelerjev in maso le ogrodja kvadrokopterja, to je mase brez propelerjev.....	31
Tabela 6: Izračunani minimalni zračni tlaki pri katerih kvadrokopter še lahko lebdi z uporabo različnih tipov propelerja.	32
Tabela 7: Spisek in opis parametrov v enačbi (23).....	37

Povzetek

Kvadrokopterji so brezpilotna letala, ki letijo z vrtenjem štirih propelerjev. Z dvigovanjem v Zemljini atmosferi se zrak redči, kar omejuje višino na kateri lahko kvadrokopter z določeno vrsto propelerja leti. Silo vzgona, ki jo ustvarijo vrteči propelerji, smo merili v odvisnosti od treh dejavnikov: števila lopatic na propelerjih, frekvence s katero se propelerji vrtijo in zračnega tlaka. Namen te raziskave je bilo ugotoviti, katera frekvenca vrtenja in katero število lopatic na propelerju bo omogočilo mojemu kvadrokopterju let na najvišji nadmorski višini in numerično določiti to najvišjo višino.

Meritve sile vzgona smo izvedli v vakumski komori, saj direktni let v ozračju zaradi zakonodaje ni bil izvedljiv. Sprva smo z enačbo zmodelirali odvisnost sile vzgona od frekvence vrtenja in zračnega tlaka v prostem okolju. Dobljene teoretične trende smo testirali s praktičnimi meritvami in ugotovili, da so skladni s predvideno teoretično enačbo tudi v vakumski komori. Iz podatkov smo določili, da bo najvišjo silo vzgona pri vseh različnih zračnih tlakih dosegel kvadrokopter s 5-lopatnimi propelerji, ki se bodo vrteli z maksimalno merjeno frekvenco vrtenja 183,4 Hz.

Nadaljnja primerjava med silami vzgona 5-lopatnega propelerja merjenega pod vakumsko komoro in zunaj nje pri istem tlaku je pokazala, da so sile v vakumski komori za faktor 1,64 večje od tistih v prostem okolju. S tem faktorjem smo modificirali meritve pod vakumsko komoro, kar nam je omogočilo natančnejše modeliranje leta kvadrokopterja zunaj vakumske komore. Z vstavitvijo modificiranih podatkov v izpeljano enačbo za izračun višine leta smo določili, da je maksimalna nadmorska višina pri kateri bo moj kvadrokopter še lahko lebdel $4700 \text{ m} \pm 400 \text{ m}$.

Ključne besede: Kvadrokopter, propeler, lebdenje, sila vzgona, nadmorska višina

Abstract

Quadcopters are drones that fly by rotating four propellers. As they rise in the Earth's atmosphere, the air becomes thinner, limiting the altitude at which a quadcopter with a particular type of propeller can fly. The lift force generated by the rotating propellers was measured as a function of three factors: the number of blades on the propellers, the frequency at which the propellers rotate and the air pressure. The purpose of this study was to find out which rotation frequency and which number of blades on the propeller would allow my quadcopter to fly at its maximum altitude and to determine the value of this maximum altitude.

The lift force measurements were carried out in a vacuum chamber, as direct flight in the atmosphere was not feasible due to legislation issues. Initially, the dependence of the lift force on the rotation frequency and the air pressure in the free environment was modelled with an equation. The resulting theoretical trends were tested with practical measurements and found to be consistent with the predicted theoretical equation even in the vacuum chamber. From the data, we determined that the maximum lift force at all different air pressures will be achieved by a quadcopter with 5-bladed propellers rotating at a maximum measured rotational frequency of 183.4 Hz.

A further comparison between the lift forces of a 5-bladed propeller measured under the vacuum chamber and outside the vacuum chamber at the same pressure showed that the forces in the vacuum chamber are a factor of 1.64 larger than those in the free environment. This factor was used to modify the measurements under the vacuum chamber, which allowed us to model the quadcopter flight outside the vacuum chamber more accurately. By inserting the modified data into the derived flight altitude equation, we determined that the maximum altitude at which my quadcopter will still be able to hover is $4700 \text{ m} \pm 400 \text{ m}$.

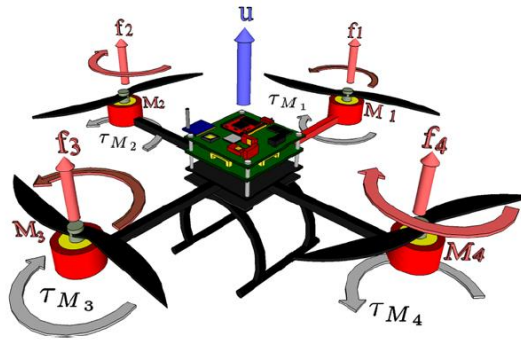
Key words: Quadcopter, propeller, hover, lift force, altitude

1 Uvod

Kvadrokopterji so vrsta malih brezpilotnih letal (SUAV¹), ki letijo s kombinacijo štirih propelerjev. Znani so po odlični zmogljivosti gibanja in sposobnosti prilagajanja zapletenim terenom ter opravljanja zahtevnih letalskih nalog. Z različnimi zasnovami imajo kvadrokopterji velik potencial na številnih področjih, kot so iskanje in reševanje, vojaški spopadi, tajno opazovanje, filmska industrija ter zračna dostava hrane in paketov (Hu in Lanzon, 2018).

Za letenje mora kvadrokopter ustvariti silo vzgona, ki ga premika navzgor. To doseže z vrtenjem štirih propelerjev. Vsak propeler je sestavljen iz dveh ali več lopatic. Ko vrteča se lopatica vsako sekundo leta preleti maso statičnega zraka, pospeši delce zraka navzdol. Drugi Newtonov zakon gibanja pravi, da mora pri pospeševanju delca določene mase nanj delovati sila. To silo zagotavlja vrteča lopatica propelerja. Po Newtonovem tretjem zakonu enaka in nasprotna sila navzgor ustvarja vzgon zaradi spremembe gibalne količine zračnih delcev. Skupna sila vzgona, ki jo ustvarijo vsi štirje propelerji, mora biti enaka ali večja od teže kvadrokopterja, da ta lahko leti. Ko je teža brezpilotnega letala enaka vzgonski sili, ki jo ustvarja, pravimo, da kvadrokopter lebdi (Landell-Mills, 2016). Slika 1 prikazuje shemo kvadrokopterja med letom. Vsak propeler je sestavljen iz dveh lopatic, u je skupna vzgonska sila, f je sila vzgona, ki jo proizvede posamezen propeler. Puščice označujejo smer vrtenja propelerjev. Dva propelerja se vrtita v smeri urinega kazalca, dva pa v nasprotni smeri, tako da se navori, ki jih povzročajo elektromotorji, izničijo.

¹ SUAV = ang. Small Unmanned Air Vehicle



Slika 1: Shema kvadropterja med letom.

Vzeto iz: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/109279-modelling-a-quadrotor-with-simmechanics>

To raziskavo je navdihnila Nasina helikopterska misija, ki do danes predstavlja prvi uspešni polet na planetu Marsu. Glavna težava misije je bila, kako oblikovati propelerje helikopterja, da bi zagotovili dovolj vzgona za let v redki Marsovi atmosferi (mars.nasa.gov, n.d.). Pri načrtovanju propelerja obstajajo trije parametri, ki vplivajo na vzgon. To so oblika lopatic propelerja, dolžina lopatic in število lopatic na vsakem propelerju. Ustvarjena sila vzgona je povezana tudi s frekvenco vrtenja propelerjev in gostoto zraka (Hu in Lanzon, 2018). Moj cilj je bil zasnovati kvadropter, ki bo lahko dosegel največjo višino lebdenja v Zemljini atmosferi, glede na to, da je najlažja zasnova ogrodja kvadropterja brez propelerjev, ki mi jo je uspelo sestaviti, tehtala 255 g. Propelerji so bili zadnji korak pri dokončanju sestave kvadropterja.

Nekateri komercialno dostopni propelerji imajo 2 lopatici, nekateri 3, 4 in celo 5 lopatic. Res je, da večje kot je število lopatic, več zraka se premakne in večja je vzgonska sila, vendar več lopatic pomeni večjo maso celotnega sklopa kvadropterja, kar pomeni, da bi morala biti skupna vzgonska sila za premagovanje teže kvadropterja večja. Moja osebna zasnova propelerjev je bila omejena z velikostjo in zmogljivostmi mojega 3D-tiskalnika. Oblika lopatic in polmer propelerjev sta ostala nespremenjena. Spremenil sem lahko le število lopatic na propelerju. Odločil sem se, da bom raziskal vzgonsko silo, ki jo povzročajo propelerji z 2, 3, 4 in 5 lopaticami.

Gostota zraka se z višino zmanjšuje, kar pomeni, da lopatice propelerja izpodrivajo manj delcev in se doseže manjša sila vzgona. Ker se gostota zraka spreminja z višino, sem moral opraviti meritve pri različnih zračnih tlakih. To sem dosegel z merjenjem v vakumski komori. Komora je bila majhna, kar je omogočalo večjo cirkulacijo zraka, zato je lahko prišlo do razhajanj med mojimi meritvami in predlaganim modelom za določanje sile vzgona. Tako sem moral najprej določiti razmerje med silo vzgona, frekvenco vrtenja in zračnim tlakom v vakumski komori ter jih primerjati z meritvami zunaj vakumske komore.

Raziskovalno vprašanje:

Katera kombinacija frekvence vrtenja in števila lopatic propelerja omogoča največjo višino lebdenja mojega kvadrokopterja in kakšna je ta višina lebdenja?

Neodvisne spremenljivke:

- Frekvenca vrtenja
- Zračni tlak
- Število lopatic na propelerju

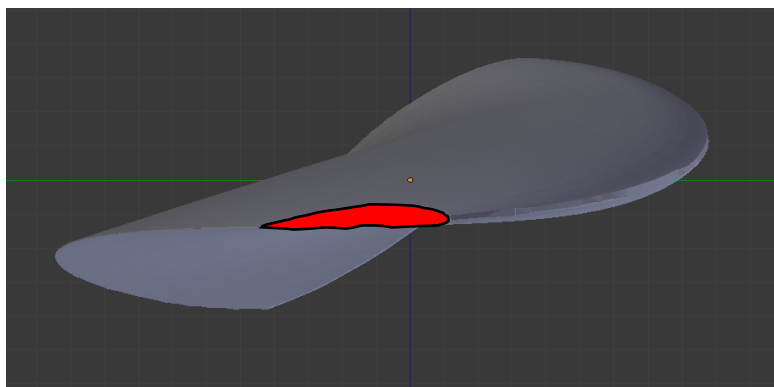
Odvisna spremenljivka:

- Sila vzgona

2 Zasnova eksperimenta

2.1 Načrtovanje in oblikovanje propelerjev

Propelerji zagotavljajo silo vzgona za SUAV, velikost sile pa je v veliki meri odvisna od značilnosti propelerja, kot so dolžina lopatic, naklon in število lopatic. Za namen poskusa sem v programu za 3D modeliranje Blender oblikoval lopatico propelerja. Navpični presek lopatice ima obliko letalskega krila.



Slika 2: Lopatica propelerja, modelirana v programu Blender. Poudarjeni del ima na obliko letalskega krila.

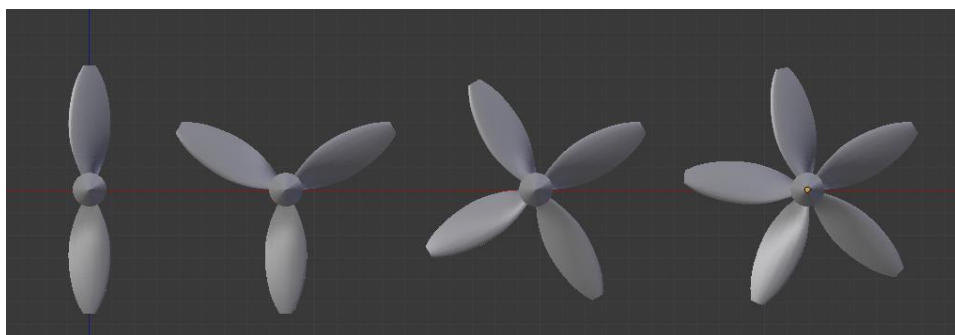
Lopaticice propelerja nimajo konstantnega naklona. Naklon lopaticice je kot med vodoravnico in lopaticico. Del propelerja, ki je bližje osi vrtenja, se giblje z manjšo hitrostjo kot skrajni del propelerja. Če bi bili nakloni enaki, bi to pomenilo, da bi zunanji deli propelerja ustvarjali večjo silo vzgona kot notranji deli, ker se vrtijo z večjo tangencialno hitrostjo. Neenakomerno ustvarjanje sile vzgona povzroča neželene napetosti v materialu, ki lahko pri velikih hitrostih poškodujejo propellerske lopaticice. Zaželeno je, da je sila vzgona konstantna po celotni dolžini lopaticice. To dosežemo s spreminjanjem naklona lopaticice. Večji kot je v bližini osi vrtenja in se postopoma zmanjšuje proti skrajnemu delu propelerja (Nancy Robinson Masters, 2012). Tako nastane končna ukrivljena oblika, kot je prikazana na sliki 3. Oblika, debelina, velikost in material mojih propelerjev so bili omejeni z zmožnostmi tehnologije 3D-tiskanja.



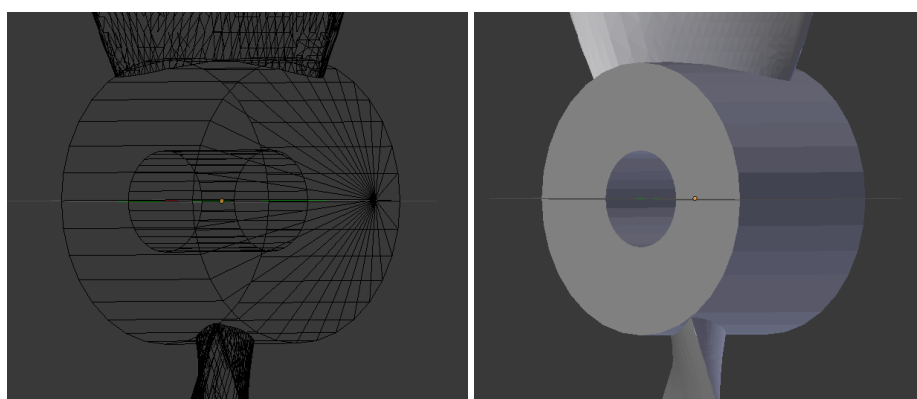
Slika 3: Ukrivljena oblika lopaticice propelerja.

Za poskus sem potreboval propelerje z različnim številom lopatic. Ker moj 3D tiskalnik zaradi pomanjkanja tiskalne površine ni mogel izdelati večjega števila propelerjev, sem

bil omejen na poskuse s propelerji z 2, 3, 4 in 5 lopaticami. V programu sem lopatice kopiral okoli predvidene osi vrtenja. Pomembno je poudariti, da so imele vse 4 vrste propelerjev enako obliko in velikost lopatice. Za odpravo neželenih vibracij med testiranjem je bilo treba lopatice postaviti simetrično. Kot, ki ga tvorita dve zaporedni lopatici v propelerju z dvema lopaticama, je znašal 180 stopinj, v propelerju s tremi lopaticami 120 stopinj, v propelerju s štirimi lopaticami 90 stopinj in v propelerju s petimi lopaticami 72 stopinj. Nato sem lopatice povezal med seboj in v sredini modeliral luknjo s polmerom, ki je enak polmeru osi elektromotorja, tj. $2,50 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$, in globino $6,00 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$.



Slika 4: Modeli za propelerje z različnim številom lopatic.



Slika 5: Osrednji del propelerja z luknjo za pritrditev na elektromotor.

3D propelerji so bili izdelani s 3D tiskalnikom MakerBot Replicator Mini+ iz bele plastike PLA. Izbral sem belo barvo, da bi pozneje lažje opravil meritve frekvence s stroboskopom.

Po čiščenju je bil izmerjen polmer - razdalja od konca lopatic do sredine - končnih natisnjenih propelerjev enak $5,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$.



Slika 6: Propeler s petimi lopaticami, izdelan s 3D tiskalnikom MakerBot Replicator Mini+.

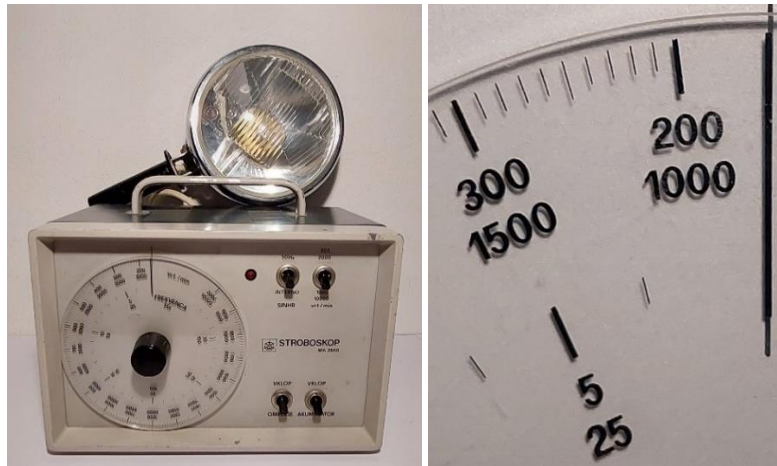


Slika 7: Vsi štiri propelerji po čiščenju.

2.2 Nastavitve eksperimenta

2.2.1 Merjenje frekvence vrtenja propelerjev

Vakumska komora je bila majhna, kar je pomenilo, da v njej ni bilo prostora za natančne, a velike naprave za merjenje frekvence, kot je fotodetektor. Poleg tega so morale biti merilne naprave brezžične, v naši ustanovi pa takih naprav za merjenje frekvence vrtenja ni bilo. Odločil sem se za uporabo stroboskopa, ki je manj natančen, vendar je bil edina razpoložljiva naprava, ki mi je omogočila merjenje frekvence propelerja.



Slika 8: Strobooskop (leva slika) in merilna skala z mersko napako ± 25 vrtljajev na minuto (desna slika).

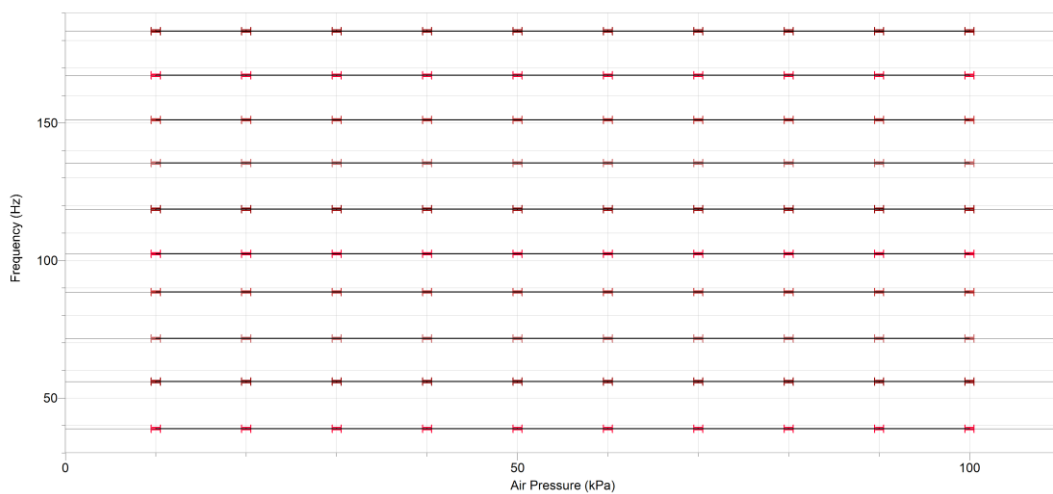
Strobooskop je naprava, sestavljena iz reflektorske svetilke, ki oddaja kratke, ponavljajoče se bliske svetlobe, in merilne skale, ki prikazuje frekvenco bliskov v RPM (vrtljaji na minuto). Hitrost bliskanja stroboskopa je mogoče prilagoditi različnim frekvencam. Frekvenco utripanja svetlobe lahko enačimo s frekvenco vrtenja vrtečega se predmeta, kot je propeler, ko naše oči zaznavajo propeler kot mirujoč.

Propelerji so bili simetrični, kar je pomenilo, da so moje oči zaznale mirujoči propeler z dvema lopaticama, ko je npr. naredil le polovico obrata. To bi povzročilo sistematično napako v mojih meritvah. Zato sem eno od lopatic vsakega propelerja obarval z rdečim markerjem, tako da sem bil prepričan, da je opazovani propeler naredil en obrat za 360° .



Slika 9: Prikaz merjenja frekvence vrtenja s strobooskopom. Leva in desna slika prikazujeta utripanje reflektorske svetilke.

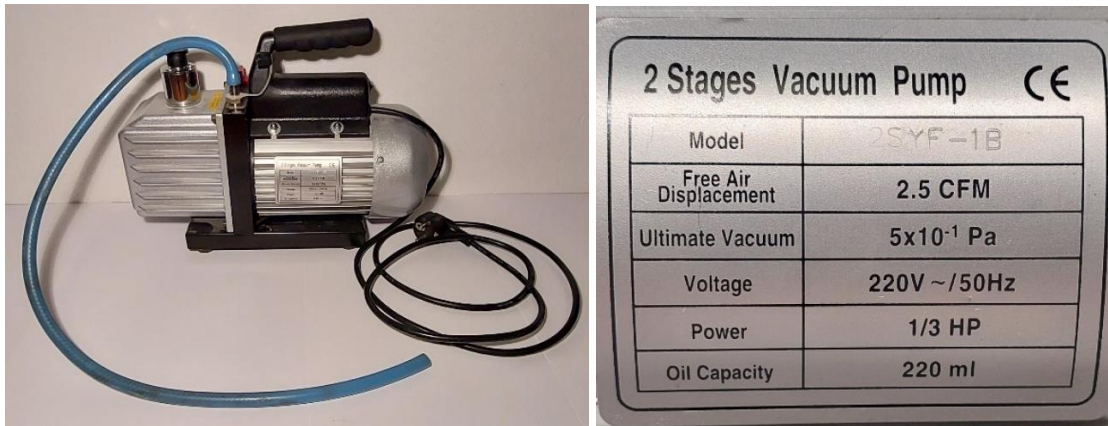
Meritev frekvence za propeler z dvema lopaticama je prikazana na sliki 9. Merska napaka stroboskopa je ± 25 vrtljajev na minuto. Za vsak tip propelerja je bila izvedena ločena meritev frekvence v vsakem spremenljivem pogoju (tlak ali frekvenca). Izračunane so bile njihove povprečne vrednosti. Dobljene merske napake so bile manjše od merske napake stroboskopa, zato je bilo za napako meritev frekvence propelerja izbrano odstopanje ± 25 vrtljajev na minuto. Naslednji graf prikazuje različne frekvence, izmerjene pri različnih zračnih tlakih, za prikaz stabilnosti pridobljenih podatkov.



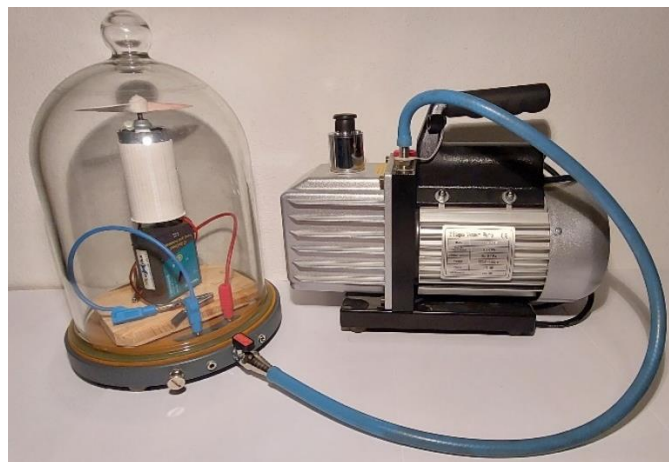
Graf 1: Frekvenca glede na zračni tlak za propeler z dvema lopaticama.

2.2.2 Merjenje zračnega tlaka

Meritve pri različnih tlakih so bile opravljene v vakumski komori. Zrak smo iz komore črpali z električno zračno črpalko. Črpalka naj bi dosegla tlak do 0,5 Pa, vendar te vrednosti eksperimentalno ni bilo mogoče doseči.



Slika 10: Električna zračna črpalka (leva slika) in njene specifikacije (desna slika).



Slika 11: Zračna črpalka, priključena na ventil vakumske komore.

Najnižji izmerjeni tlak v komori je bil 8 kPa. Tlak sem izmeril z digitalnim manometrom. Cev manometra sem pritrdil na ventil vakumske komore in ga odprl, da sem lahko zabeležil notranji tlak. Zaradi dolžine cevi manometra je nekaj zraka vstopilo v komoro, kar je povečalo meritev zračnega tlaka za približno 1,0 kPa. Za natančnejše meritve sem se odločil, da izmerim tlake pri 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 in 100 kPa. Z začetkom pri 8 kPa sem lahko tako povečeval tlak, preden sem dosegel tlak merjenja, tj. 10 kPa.



Slika 12: Merjenje zračnega tlaka z digitalnim manometrom. Slika na desni strani prikazuje, kako je bila cev priključena na ventil vakumske komore.

Ob vsaki spremembi tlaka sem iz vakumske komore izpustil zrak prek izpustnega ventila. Odtok zraka je bilo težko nadzorovati, zato je bila napaka meritve tlaka $\pm 0,5$ kPa namesto $\pm 0,01$ kPa, kar je merska napaka manometra.

2.2.3 Merjenje sile vzgona

Silo vzgona sem izmeril z Bluetooth brezžičnim merilnikom sile. Izbral sem ga iz več razlogov: omogoča merjenje v zaprtem sistemu, kot je vakumska komora; sprememba zračnega tlaka ne vpliva na kalibracijo senzorja; senzor je zaprt v okvir, kar pomeni, da zračni tok, ki ga ustvarja propeler, ne vpliva na izmerjeno silo vzgona. Pred vsako meritvijo je bil merilnik sile nastavljen na 0 N, tako da ni zaznal teže propelerja in elektromotorja. Podatki, pridobljeni z merilnikom sile, so bili prikazani v programu LabQuest 3 Data Analyser.

Za vrtenje propelerjev sem izbral električni motor Domel DC 482.3.501. Ta motor je težji od električnih motorjev na kvadrokopterju in je bil izbran za eksperimentiranje, ker za vrtenje ne potrebuje kontrolne enote, za katero v vakumski komori ni bilo prostora. Za izvajanje meritev je bil Domelov elektromotor zadovoljiv, saj pri določenih napetostih dosega približno enak navor in frekvenco vrtenja kot elektromotor, ki je pritrjen na moj

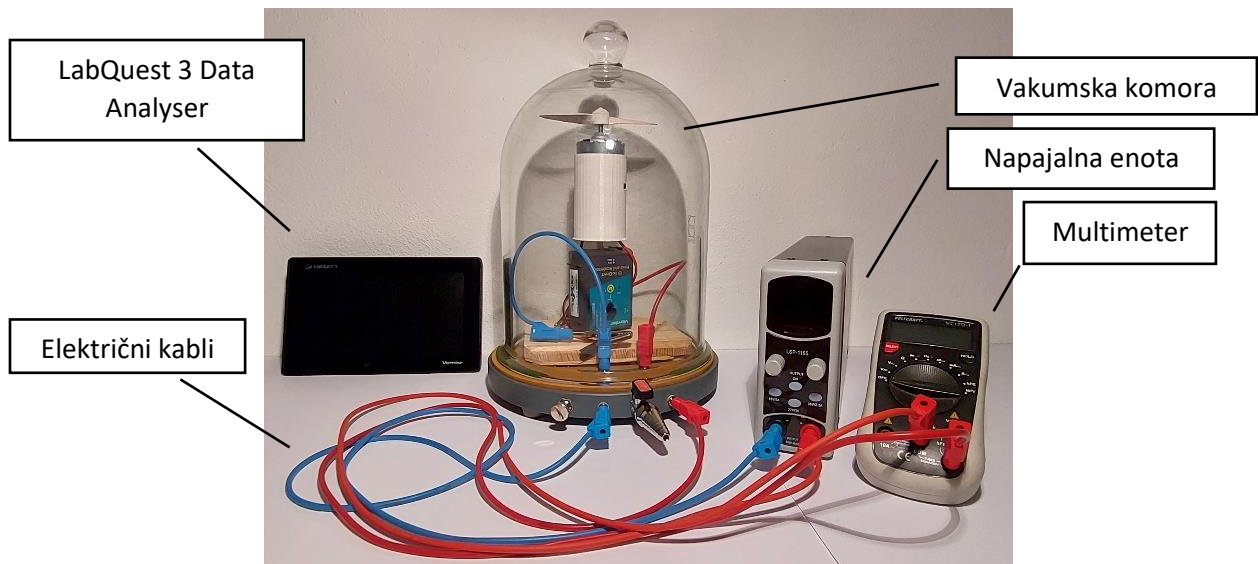
kvadrokopter. Masa originalnih lažjih elektromotorjev je bila uporabljena pri določanju največje višine leta. Njihova masa je bila vključena v skupno maso kvadrokopterja.

Zasnoval in natisnil sem plastični okvir, s katerim je bil električni motor pritrjen na merilnik sile, da ga vrteči se propeler ni mogel fizično dvigniti. Propelerje sem pritržil in prilepil na os elektromotorja s hitrim lepilom..



*Slika 13: Električni motor v 3D natisnjem okvirju, pritrjen na Bluetooth merilnik sile (leva slika).
Propeler z dvema lopaticama, pritrjen na električni motor (desna slika).*

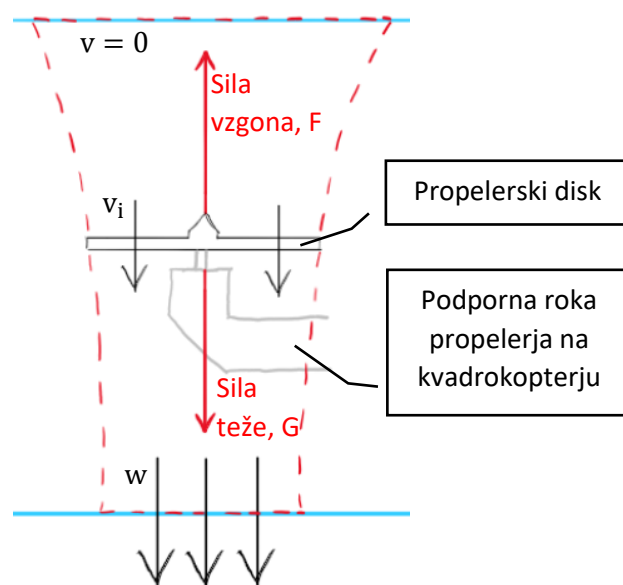
Napajalna enota je bila uporabljena za nadzor napetosti na elektromotorju, kar je omogočilo nadzor nad frekvenco vrtenja propelerja. Električno vezje kvadrokopterja spreminja napetost na elektromotorjih v korakih po 2,0 V, od 5,5 V do 23,5 V. Da bi posnemali dejanski let mojega kvadrokopterja, je bila napetost v poskusu spremenjena na enak način.



Slika 14: Merjenje sile vzgona v vakumski komori.

3 Analiza in modeliranje sile vzgona, ki jo ustvarja en sam propeler kvadrokopterja

Lopatice propelerja kvadrokopterja, ki lebdi, potiskajo zrak skozi krožno ploskev, ki jo tvorijo krožeče lopatice in se imenuje propelerski disk. Opozoriti je treba, da ima kvadrokopter štiri propelerje, v naslednji razlagi sile vzgona pa je obravnavana le sila vzgona, ki jo ustvarja en propeler.



Slika 15: Skica propelerja, ki ustvarja vzgon.

Predpostavimo gladek, dobro definiran zračni tok, ki teče skozi območje propelerskega diska. Masni pretok skozi disk je podan z izrazom:

$$\frac{dm}{dt} = \rho * A * v_i \quad (1)$$

V enačbi je $\frac{dm}{dt}$ masni pretok, to je masa zraka, ki steče v časovni enoti skozi površino diska propelerja, ρ je gostota zraka, A je površina, ki jo predstavlja propelerski disk, in v_i je hitrost zraka, ki se giblje navzdol skozi površino propelerskega diska. Sila, ki deluje na propeler, je enaka spremembi gibalne količine zraka v časovni enoti:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (2)$$

Daleč nad kvadrokopterjem je zrak stacionaren. Pod kvadrokopterjem je hitrost spodnjega zračnega toka w . Predpostavimo, da je zračni tok nestisljiv in njegova viskoznost zanemarljiva. Potem je sila, ki deluje na propeler, enaka:

$$F = \frac{dm}{dt} * w \quad (3)$$

Ohranitev energije zahteva, da je hitrost dela, ki ga opravi propeler, enaka hitrosti spremembe kinetične energije zraka:

$$F * v_i = \frac{1}{2} * \frac{dm}{dt} * w^2 \quad (4)$$

Če enačbo (4) delimo z enačbo (3), dobimo naslednji rezultat:

$$w = 2 * v_i \quad (5)$$

Če enačbi (5) in (1) združimo v enačbo (3), dobimo, da mora biti sila, ki deluje na propeler kvadrokopterja, enaka:

$$F = 2 * \frac{dm}{dt} * v_i = 2 * \rho * A * v_i^2 \quad (6)$$

Hitrost zraka, ki se giblje navzdol skozi območje propellerskega diska, je težko neposredno izmeriti. Hitrost vrha lopatice propelerja je ωr , kjer je ω kotna hitrost propelerja pri vrtenju, r pa polmer propelerja. Na splošno je zapleteno modelirati razmerje med hitrostjo zraka v_i skozi ravnino lopatice propelerja in hitrostjo konice propelerja ωr . Propeler kvadrokopterja ima zasukano lopatico. Lopatica je zasukana, da bi ohranila čim bolj konstantno silo vzgona, ko se pomikamo vzdolž lopatice propelerja. Za izračun in primerjavo sile vzgona različnih propelerjev so koristni nedemenzionalni koeficienti. Če se omejimo na situacijo, v kateri kvadrokopter lebdi, lahko opredelimo parameter λ_h , ki se imenuje razmerje dotoka propelerja. Po definiciji je λ_h razmerje med hitrostjo zraka v_i skozi propellersko ravnino in hitrostjo vrtenja propellerske konice ωr (Volkov, 2018).

$$\lambda_h = \frac{v_i}{\omega r} \quad (7)$$

To razmerje je konstantno za določen tip propelerja in ga je mogoče dobiti le eksperimentalno. Če s to enačbo nadomestimo v_i , dobimo izraz:

$$F = 2 * \rho * A * \lambda_h^2 * \omega^2 * r^2 \quad (8)$$

Ker je ω kotna hitrost $\omega = 2 * \pi * f$, in ker je $A = \pi * r^2$, lahko silo vzgona, ki jo ustvari en propeler, da kvadrokopter lebdi, povežemo s frekvenco vrtenja tega propelerja:

$$\begin{aligned} F &= 2 * \rho * \pi * r^2 * \lambda_h^2 * (2 * \pi * f)^2 * r^2 \\ F &= 2 * \rho * \pi * r^2 * \lambda_h^2 * 4 * \pi^2 * f^2 * r^2 \\ F &= 8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * \rho * f^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Upoštevajte, da sem lahko izmeril tlak zraka v vakumski komori in ne gostote zraka. Iz zakona o idealnem plinu dobimo odvisnost med številom molekul zaprtega plina in tlakom tega plina. Glede na to, da so moli razmerje med maso plina in njegovo molsko maso, dobimo enačbo:

$$p * V = \frac{m}{M} * R * T \quad (10)$$

Gostota je definirana kot $\rho = \frac{m}{V}$. Če zgornjo enačbo delimo s prostornino, dobimo izraz za gostoto zraka glede na tlak:

$$\rho = p * \frac{M}{R * T} \quad (11)$$

Če izraz (11) vstavimo v enačbo za silo vzgona (9), dobimo:

$$F = \frac{8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * M}{R * T} * p * f^2 \quad (12)$$

Izraz kaže, da je teža, ki jo dvigne en propeler, sorazmerna kvadratu frekvence vrtenja propelerja in neposredno sorazmerna zračnemu tlaku (Johnson, 1994, str. 28-34). Ta enačba predpostavlja, da se propeler vrti v prostem okolju, ki ga ne omejujejo stene. Meritve sem opravljal v majhni vakumski komori, ki ni prosto okolje. Nisem vedel, ali to zaprto okolje vpliva na razmerja, navedena v enačbi (12). Zato je bil prvi korak v moji raziskavi določitev razmerja med vzgonsko silo, frekvenco vrtenja in zračnim tlakom.

3.1 Določanje kvadratnega sorazmerja med silo vzgona in frekvenco vrtenja

3.1.1 Izmerjeni podatki

Naslednji podatki (tabela 1) so bili izmerjeni za propeler z dvema lopaticama v vakumski komori pod enakimi pogoji (enak tlak in temperatura). Meritve in obdelava podatkov je bila narejena za vse štiri propelerje². Za vsako frekvenco vrtenja in zračni tlak smo opravili 5 meritev sile vzgona, da bi povečali zanesljivost končnih rezultatov.

² Za podatke meritev vseh propelerjev glej Prilogo 1.

Začetni parametri						
Temperatura T = (25,5 ± 0,5) °C		Zračni tlak p = (100 ± 0,5) kPa			Število lopatic N = 2	
Frekvenca vrtenja f (RPM)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δf = ±25 RPM		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
f ₁	2325	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03
f ₂	3355	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
f ₃	4297	0,12	0,13	0,12	0,12	0,12
f ₄	5307	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
f ₅	6143	0,25	0,25	0,26	0,25	0,24
f ₆	7113	0,33	0,33	0,33	0,32	0,33
f ₇	8126	0,43	0,44	0,43	0,43	0,43
f ₈	9068	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
f ₉	10039	0,67	0,66	0,67	0,66	0,66
f ₁₀	11003	0,79	0,78	0,79	0,78	0,80

Tabela 1: Izmerjeni podatki za določitev kvadratnega sorazmerja med silo vzgona in frekvenco vrtenja.

3.1.2 Obdelava podatkov

Frekvenca je bila pretvorjena iz števila vrtljajev na minuto v Hz z deljenjem številčnih vrednosti frekvenc s 60. Izračunana je bila tudi ustrezna merska napaka. Glej spodnji primer³:

$$f_1 = \frac{2325 \text{ RPM}}{60} = 38,75 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = \frac{25 \text{ RPM}}{2325 \text{ RPM}} * 38,75 \text{ Hz} = 0,4166667 \text{ Hz}$$

$$f_1 = (38,8 \pm 0,4) \text{ Hz}$$

Napaka izmerjene sile vzgona je bila manjša od napake merilnika sile, kot je razvidno iz spodnjega primera za meritev pri frekvenci f₁:

$$\bar{F} = \frac{0,04 + 0,03 + 0,04 + 0,04 + 0,03}{5} = 0,036 \text{ N}$$

³ Podatki za vse pretvorjene frekvence so v tabeli 2.

$$\begin{cases} |\bar{F} - F_1| = 0,004 \text{ N} \\ |\bar{F} - F_2| = 0,006 \text{ N} \\ |\bar{F} - F_3| = 0,004 \text{ N} \\ |\bar{F} - F_4| = 0,004 \text{ N} \\ |\bar{F} - F_5| = 0,006 \text{ N} \end{cases}$$

$\frac{1}{3}$ vrednosti z največjim odstopanjem od povprečne sile (\bar{F}) so bile izpuščene. Naslednja največja vrednost je bila upoštevana kot merska napaka:

$$F = (0,036 \pm 0,004) \text{ N}$$

Napaka merilnika sile je znašala $\pm 0,01 \text{ N}$, kar je bistveno več kot napaka $\pm 0,004 \text{ N}$, ki je bila pridobljena iz petih meritev. Zato je bila kot napaka za izmerjene vrednosti sile vzgona izbrana največja napaka:

$$F = (0,036 \pm 0,01) \text{ N} = (0,04 \pm 0,01) \text{ N}$$

Da bi ugotovili, ali sorazmerje med silo vzgona in frekvenco vrtenja sledi čistemu kvadratnemu trendu, bi morala biti funkcija F v odvisnost od f^2 linearna in potekati skozi izhodišče grafa s smernim koeficientom premice $m_{2-100} = \frac{8 \cdot \pi^3 \cdot r^4 \cdot \lambda_h^2 \cdot M \cdot p}{R \cdot T}$. Oznaka 2-100 v smernem koeficientu kaže, da je ta določen za propeler z dvema lopaticama pri zračnem tlaku 100 kPa. Za izdelavo grafa te funkcije je bilo potrebno merjene vrednosti za frekvenco kvadrirati in ustrezno preračunati njihove merske napake. Spodaj je prikazan primer izračuna:

$$f_1^2 = 1505,44 \text{ Hz}^2$$

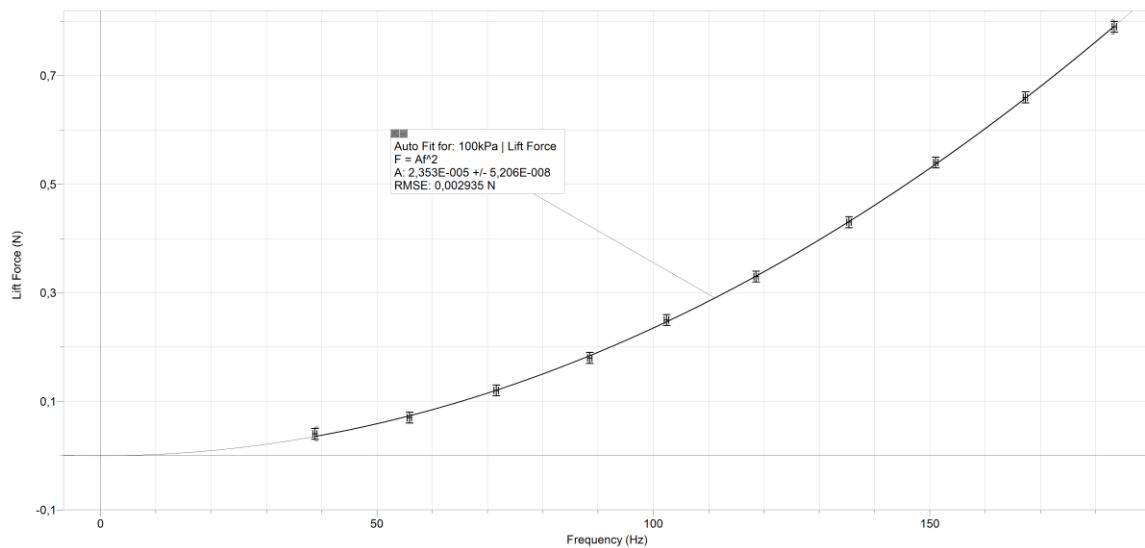
$$\Delta f^2 = 2 * \left(\frac{0,4 \text{ Hz}}{38,8 \text{ Hz}} \right) * 1505,44 = 31,04 \text{ Hz}^2$$

$$f_1^2 = (1505,44 \pm 31,04) \text{ Hz}^2 = (1500 \pm 30) \text{ Hz}^2$$

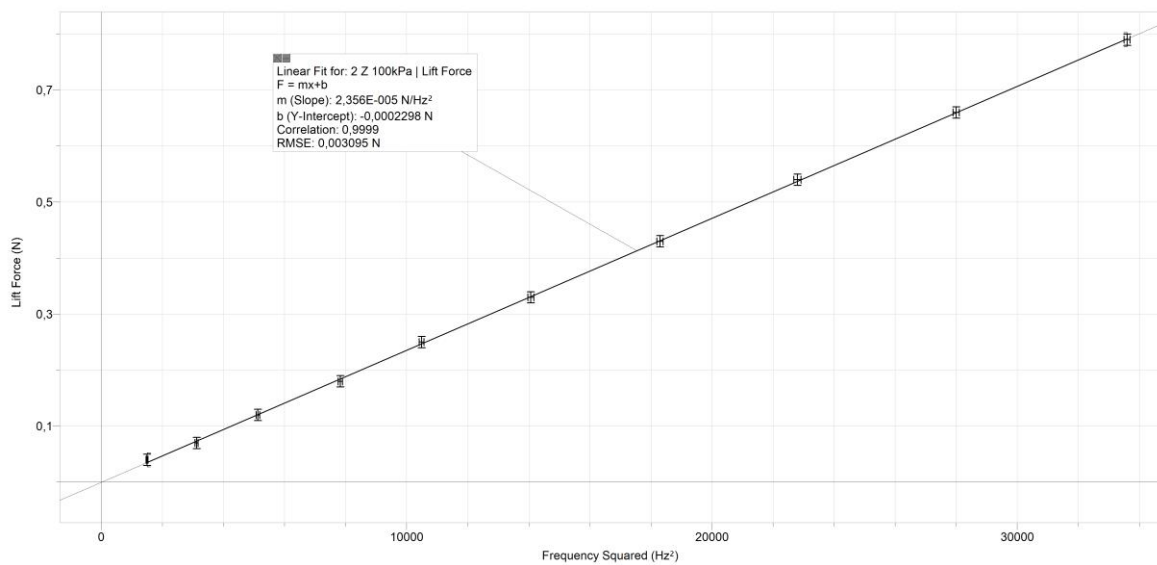
Frekvenca vrtenja		Kvadrirana frekvenca vrtenja		Sila vzgona	
	f (RPM) ± 25 RPM	f (Hz) ± 0,4 Hz	f ² (Hz ²)	Absolutna napaka Δf ² (Hz ²)	F (N) ± 0,01 N
f ₁	2325	38,8	1500	3	0,04
f ₂	3355	55,9	3120	50	0,07
f ₃	4297	71,6	5130	60	0,12
f ₄	5307	88,5	7830	70	0,18
f ₅	6143	102,4	10490	80	0,25
f ₆	7113	118,6	14070	100	0,33
f ₇	8126	135,4	18300	100	0,43
f ₈	9068	151,1	22800	100	0,54
f ₉	10039	167,3	28000	100	0,66
f ₁₀	11003	183,4	33600	100	0,79

Tabela 2: Kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja, njihove absolutne napake in sila vzgona pri določenih frekvencah.

3.1.3 Grafični prikazi

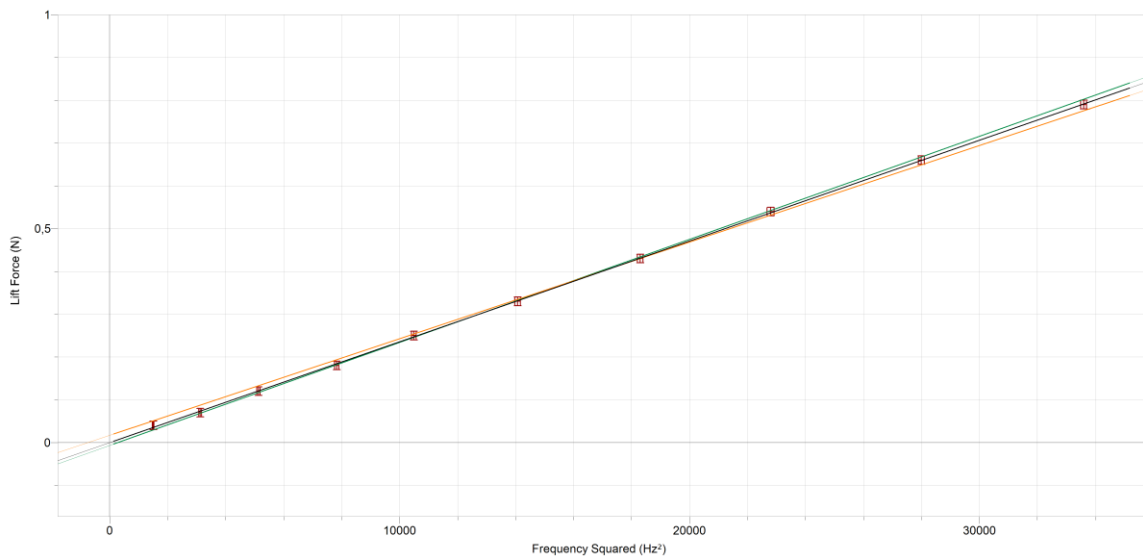


Graf 2: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri 100 kPa.



Graf 3: Graf sile vzgona v odvisnosti od kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja pri 100 kPa.

Graf 3 prikazuje linearno odvisnost med silo vzgona in kvadriranimi vrednostmi frekvence vrtenja. Smerni koeficient najbolj primerne premice je $m_{2-100} = 2,356 * 10^{-5} \frac{N}{Hz^2}$. Začetna vrednost je pri $b = -0,0002298 N$. Graf 4 prikazuje največji in najmanjši dosegljivi smerni koeficient premice v okviru merske napake, da bi ugotovili, ali so bili izmerjeni podatki podvrženi sistematični napaki.



Graf 4: Največji smerni koeficient (zelena črta) in najmanjši smerni koeficient (oranžna črta).

Največji in najmanjši smerni koeficient:

$$m_{\max} = 2,409 * 10^{-5} \frac{N}{Hz^2}$$

$$m_{\min} = 2,265 * 10^{-5} \frac{N}{Hz^2}$$

Iz teh dveh vrednosti je bila izračunana merska napaka smernega koeficienta:

$$\Delta m = \frac{m_{\max} - m_{\min}}{2} = 7,20 * 10^{-7} \frac{N}{Hz^2}$$

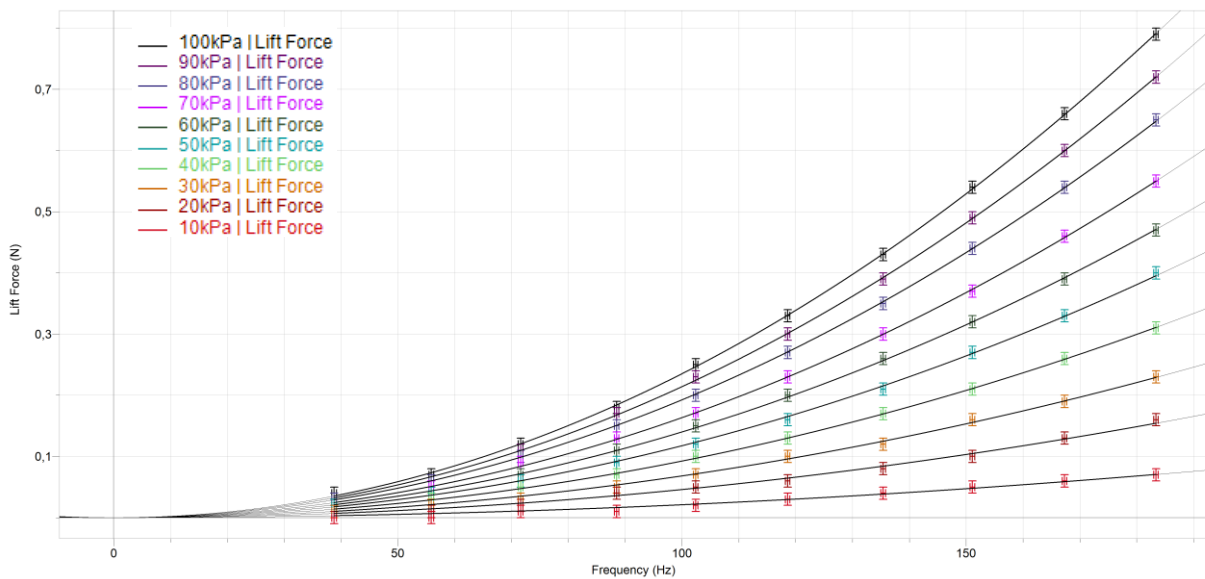
$$m_{2-100} = (2,356 * \pm 0,0720) * 10^{-5} \frac{N}{Hz^2} = (2,36 * \pm 0,07) * 10^{-5} \frac{N}{Hz^2}$$

Začetni vrednost največjega in najmanjšega smernega koeficienta:

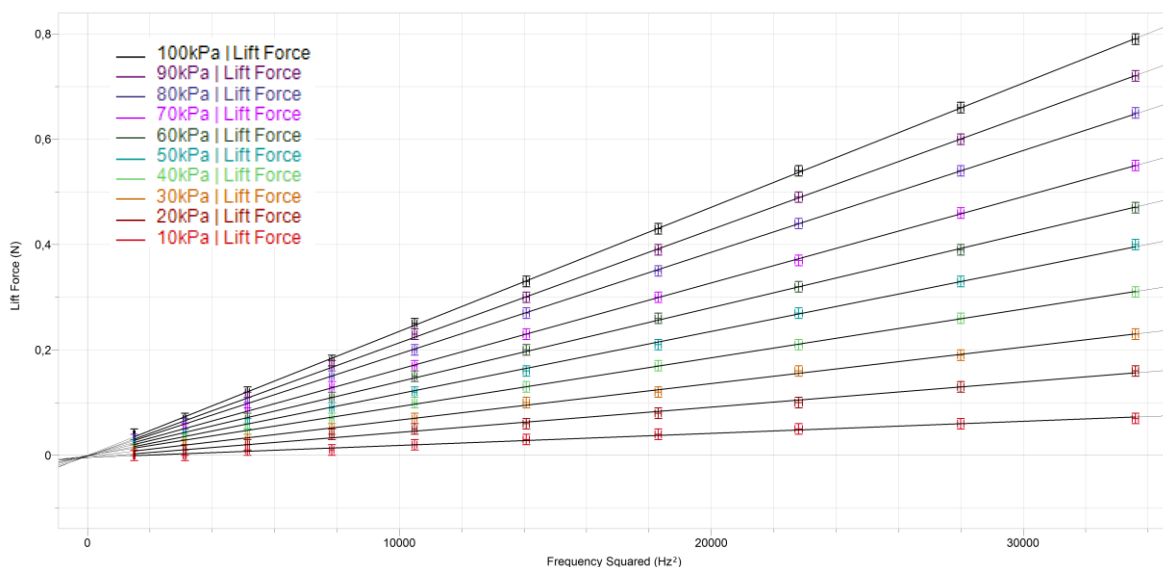
$$b_{\max} = 0,0167 * 10^{-5} \text{ N}$$

$$b_{\min} = -0,00685 * 10^{-5} \text{ N}$$

Interval med največjo in najmanjšo začetno vrednostjo vsebuje tudi izhodišče grafa, zaradi česar lahko trdimo, da je razmerje med silo vzgona in kvadrirano frekvenco vrtenja v vakumski komori res linearno sorazmerno s smernim koeficientom $m_{2-100} = (2,36 * \pm 0,08) * 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{Hz}^2}$, kot to predpostavlja enačba (12). To tudi potrjuje, da sta sila vzgona in nekvadrirana frekvenca vrtenja propelerja v čistem kvadratnem sorazmerju. Da bi preveril, če potrjeno sorazmerje velja tudi pri različnih višinah oz. pri različnih tlakih znotraj vakumske komore, sem meritve in obdelavo podatkov ponovil pri 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 in 90 kPa.



Graf 5: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri različnih tlakih.



Graf 6: Graf sile vzgona v odvisnosti od kvadrirane vrednosti za frekvenco vrtenja pri različnih tlakih.

Smerni koeficient	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
m_{2-100}	$2,36 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-90}	$2,15 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-80}	$1,93 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-70}	$1,64 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-60}	$1,40 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-50}	$1,18 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m_{2-40}	$0,93 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m_{2-30}	$0,69 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m_{2-20}	$0,48 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m_{2-10}	$0,23 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$

Tabela 3: Podatki za smerne koeficiente in njihove absolutne napake pridobljeni iz grafa 6.

Iz grafa 5 in 6 je razvidno, da se kvadratna sorazmernost med silo vzgona frekvenco vrtenja ohranja pri različnih tlakih. V vseh primerih je bila največja sila vzgona dosežena, ko se je propeler vrtel z najvišjo frekvenco, to je 183,4 Hz, ne glede na zračni tlak. To je veljalo za vse štiri propelerje, tj. propeler z dvema, tremi, štirimi in petimi lopaticami⁴. V nadaljevanju te študije se bomo osredotočili le na meritve, pri katerih se propeler vrti z najvišjo frekvenco vrtenja, saj je ta edina, ki omogoča letenje na najvišji nadmorski višini.

⁴ Smerni koeficienti za vse štiri propelerje so navedeni v Prilogi 2.

3.2 Določanje linearnega sorazmerja med silo vzgona in zračnim tlakom

3.2.1 Izmerjeni podatki

Naslednji izmerjeni podatki so bili zbrani za propeler z dvema lopaticama v vakumski komori pod enakimi pogoji (enaka frekvenca in temperatura). Meritve in obdelava podatkov je bila izvedena za vse štiri propelerje⁵.

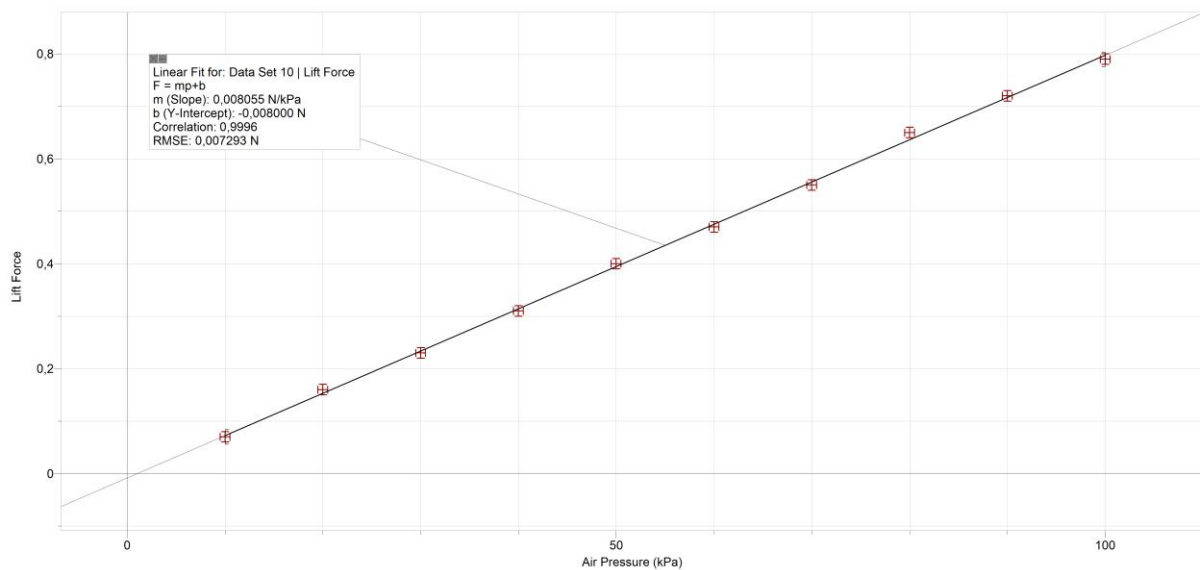
Začetni parametri						
Temperatura T = (25,5 ± 0,5) °C		Frekvenca vrtenja f = (183,4 ± 0,4) Hz			Število lopatic N = 2	
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,07	0,06	0,07	0,05	0,07
p ₂	20,0	0,15	0,16	0,16	0,15	0,16
p ₃	30,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p ₄	40,0	0,31	0,33	0,31	0,31	0,31
p ₅	50,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
p ₆	60,0	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
p ₇	70,0	0,54	0,55	0,55	0,57	0,55
p ₈	80,0	0,65	0,66	0,66	0,65	0,65
p ₉	90,0	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
p ₁₀	100,0	0,79	0,78	0,79	0,78	0,8

Tabela 4: Izmerjeni podatki za določanje linearnega sorazmerja med silo vzgona in zračnim tlakom.

Da bi ugotovili, ali sorazmerje med silo vzgona in zračnim tlakom sledi čistemu linearnemu trendu, bi morala biti funkcija F v odvisnosti od p linearna in potekati skozi izhodišče grafa s smernim koeficientom $m_{2-vac} = \frac{8 \cdot \pi^3 \cdot r^4 \cdot \lambda_h^2 \cdot M \cdot f^2}{R \cdot T}$. Oznaka 2-vac v smernem koeficientu kaže, da je ta določen za propeler z dvema lopaticama v vakumski komori.

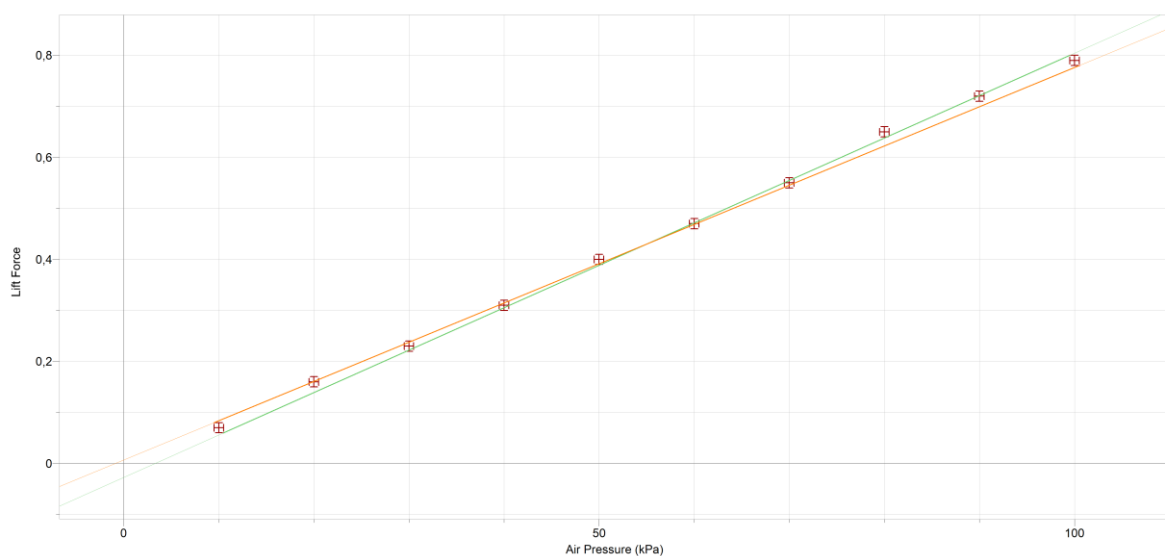
⁵ Za podatke meritev vseh propelerjev glej Prilogo 1.

3.2.2 Grafični prikazi



Graf 7: Graf sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka pri frekvenci vrtenja 183,4 Hz.

Graf 7 Prikazuje linearno odvisnost med silo vzgona in zračnim tlakom. Smerni koeficient najbolj primerne premice je $m_{2-vac} = 8,055 \cdot 10^{-3} \frac{N}{kPa}$. Začetna vrednost je pri $b = -0,008000$ N. Graf 8 prikazuje največji in najmanjši dosegljivi smerni koeficient premice v okviru merske napake, da bi ugotovili, ali so bili izmerjeni podatki podvrženi sistematični napaki.



Graf 8: Največji smerni koeficient (zelena črta) in najmanjši smerni koeficient (oranžna črta).

Največji in najmanjši smerni koeficient:

$$m_{\max} = 8,315 * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}}$$

$$m_{\min} = 7,692 * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}}$$

Iz teh dveh vrednosti je bila izračunana merska napaka smernega koeficienta:

$$\Delta m = \frac{m_{\max} - m_{\min}}{2} = 0,3 * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}}$$

$$m_{2-\text{vac}} = (8,055 * \pm 0,0720) * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}} = (8,1 * \pm 0,3) * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}}$$

Začetni vrednost največjega in najmanjšega smernega koeficienta:

$$b_{\max} = 0,006923 \text{ N}$$

$$b_{\min} = -0,02730 \text{ N}$$

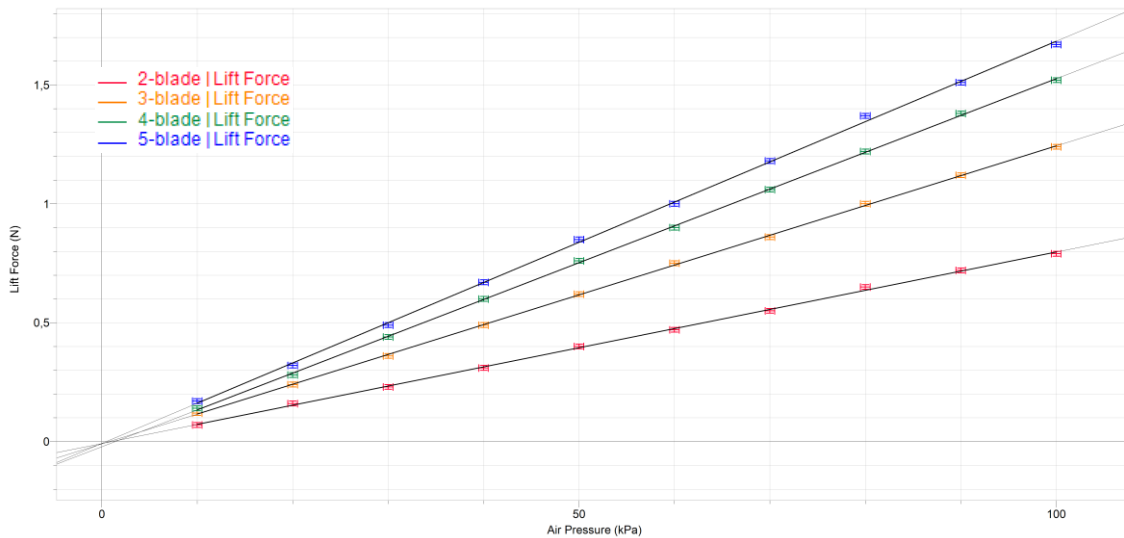
Interval med največjo in najmanjšo začetno vrednostjo vsebuje tudi izhodišče grafa, zaradi česar lahko trdimo, da je razmerje med silo vzgona in zračnim tlakom v vakumski komori res linearno sorazmerno s smernim koeficientom $(8,1 * \pm 0,3) * 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kPa}}$, kot to predpostavlja enačba (12). Smerni koeficienti so bili izračunani za vse štiri propelerje⁶, saj bodo v nadaljevanju raziskave uporabljeni za določanje najvišje nadmorske višine lebdenja kvadrokopterja.

3.3 Določanje tipa propelerja, ki bo omogočal let na najvišji višini

Do sedaj smo določili, da je razmerje med silo vzgona, frekvenco vrtenja in zračnim tlakom sorazmerno, kot predvideva model lebdenja kvadrokopterja. Da bi ugotovili, kateri tip propelerja proizvaja največjo silo vzgona sem primerjal podatke o vzgonski sili

⁶ Smerni koeficienti vseh propelerjev so v Prilogi 5.

pri različnih zračnih tlakih za različne tipe propelerjev⁷. Podatki iz Priloge 5 so bili uporabljeni za določitev tipa propelerja, ki bo povzročil največjo vzgonsko silo.



Graf 9: Graf sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka pri frekvenci vrtenja 183,4 Hz za vse štiri propelerje.

Iz grafa 9 je razvidno, da propeler s petimi lopaticami zagotavlja največjo silo vzgona pri vsakem danem zračnem tlaku. Sedaj smo morali ugotoviti, kateri propeler bo lahko letel na največji višini. Pri tem smo morali upoštevati ne le vzgon, ki ga ustvarjajo propelerji, temveč tudi njihovo težo, ki nasprotuje sili vzgona.

Masa	Vrednost (g) \pm 1 g
m_2	2
m_3	3
m_4	4
m_5	5
m_{ogrodja}	255

Tabela 5: Podatki za mase vseh štirih tipov propelerjev in maso le ogrodja kvadrokopterja, to je mase brez propelerjev.

S pomočjo podatkov iz preglednice 5 in Priloge 5 smo izračunali, pri katerem zračnem tlaku bo skupna vzgonska sila (F_{tot}) enaka skupni teži kvadrokopterja (G) za vsak tip propelerja. Za to smo uporabili Newtonov drugi zakon $F = m * g$, kjer je $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Če

⁷ Glej Prilogo 5.

skupno težo (G) delimo s 4 (kolikor je število propelerjev na kvadrokopterju), dobimo silo vzgona, ki jo mora ustvariti en propeler pri lebdenju. Spodaj je primer izračuna.

$$G_2 = (4 * m_2 + m_{\text{ogrodja}}) * g$$

$$F_2 = \frac{G_2}{4} = (0,65 \pm 0,01) \text{ N}$$

Če ta podatek vnesemo v enačbo za silo vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka, dobimo najmanjši zračni tlak, pri katerem lahko helikopter še lebdi.

$$F_2 = m_{2-\text{vac}} * p_2$$

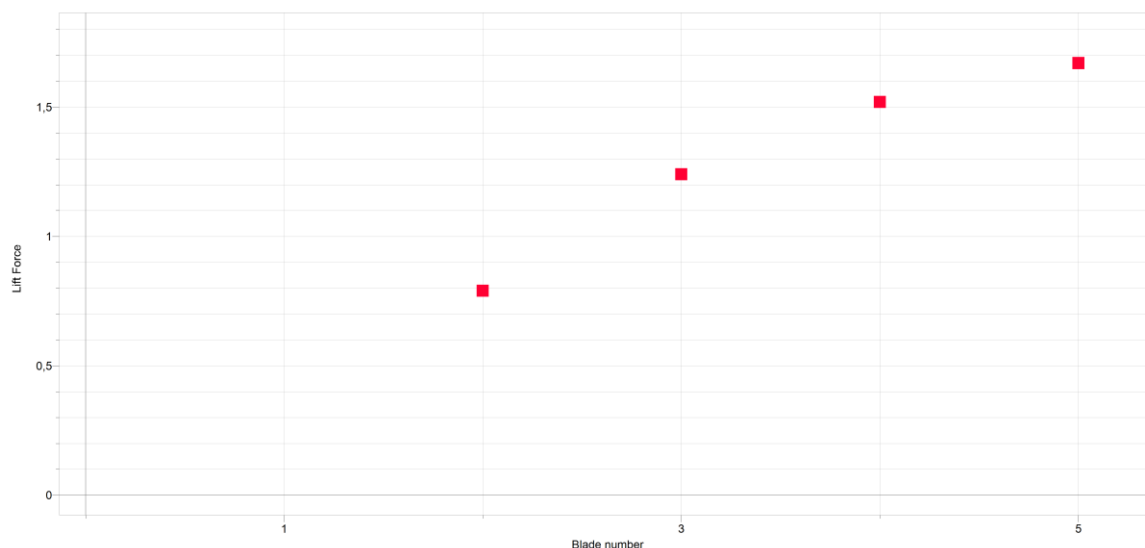
$$p_2 = \frac{F_2}{m_{2-\text{vac}}} = (80 \pm 4) \text{ kPa}$$

Izračunan minimalni zračni tlak	Vrednost (kPa)
p_2	80 ± 4
p_3	52 ± 4
p_4	43 ± 3
p_5	39 ± 3

Tabela 6: Izračunani minimalni zračni tlaki pri katerih kvadrokopter še lahko lebdi z uporabo različnih tipov propelerja.

Vidimo, da bi propeler s petimi lopaticami lahko letel pri najnižjem zračnem tlaku, torej na najvišji nadmorski višini, čeprav je najtežji med vsemi tipi propelerjev. Zato je bil ta propeler izbran za nadaljnje preverjanje, da bi določili največjo višino, na kateri lahko moj kvadrokopter lebdi.

Zanimiv pojav smo opazili, ko smo primerjal različne tipe propelerjev. Z dodajanjem vedno večjega števila lopatic na propeler se sila vzgona ni povečevala linearno. Pri analizi podatkov o sili vzgona, doseženi pri zračnem tlaku 100,0 kPa in frekvenci vrtenja 183,4 Hz, se je zdelo, da je trend omejen na neko največjo vrednost za silo vzgona. Podoben trend je bil zaznan tudi pri različnih parametrih zračnega tlaka in frekvence vrtenja.



Graf 10: Graf sile vzgona v odvisnosti od števila lopatic pri zračnem tlaku 100,0 kPa in frekvenci vrtenja 183,4 Hz.

Iz grafa 10 je razvidno, da se z večanjem števila propellerskih lopatic sila vzgona povečuje.

To je osnova enačbe za predlagani model lebdenja kvadrokopterja:

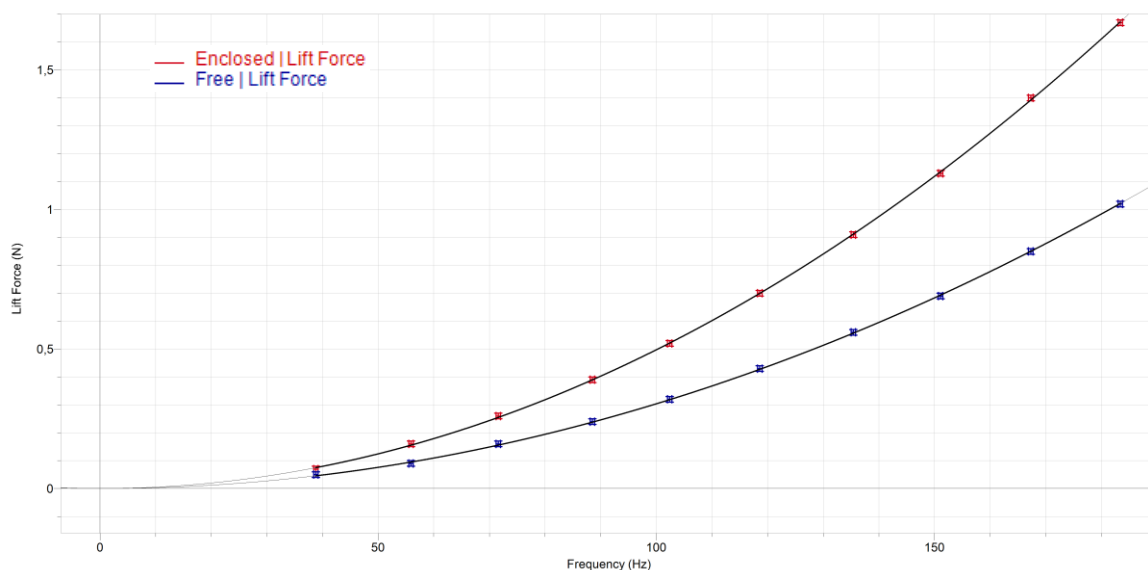
$$F = \frac{dm}{dt} * w$$

Z večanjem števila lopatic se poveča masa zraka, ki se premakne navzdol, kar poveča silo vzgona. Vendar ta enačba ne upošteva omejene količine prostora pri dodajanju vedno več lopatic na propeler s konstantnim polmerom. Glede na obliko grafa se zdi, da dodajanje lopatic propelerja v neki točki doseže maksimum. To je logično, saj ko se število lopatic poveča do te mere, da lopatice sovpadajo druga z drugo, tj. propeler je podoben vrtečemu se disku, bo masa zraka, ki se potiska navzdol, enaka nič. Graf se mora pri nekem številu lopatic propelerja obrniti. Žal tega števila ni bilo mogoče določiti, saj moj 3D-tiskalnik ni mogel natisniti več lopatic te velikosti.

Model lebdenja kvadrokopterja je treba izboljšati, vendar zaradi omejene količine podatkovnih točk ni bilo mogoče opredeliti predlagane povezave med številom lopatic in vzgonsko silo propelerja. Na tem področju so potrebne nadaljnje raziskave.

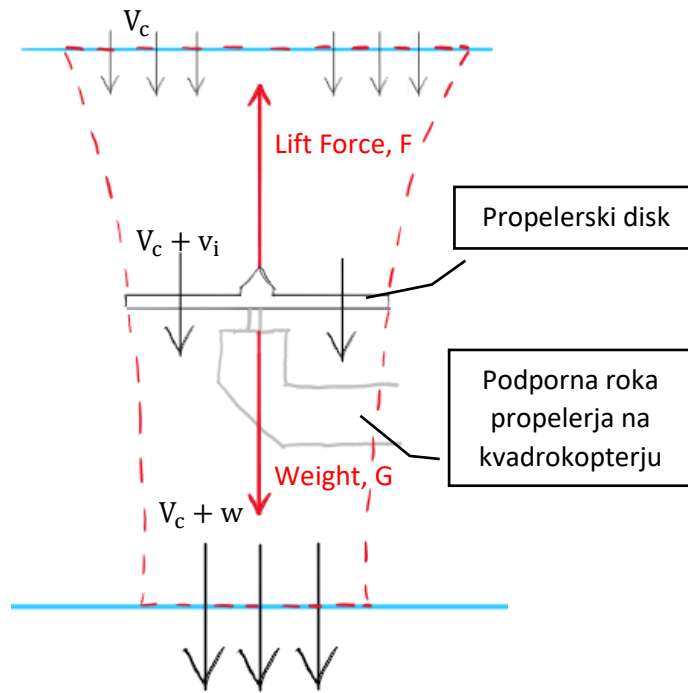
3.4 Določanje najvišje višine lebdenja kvadrokopterja

Iz opravljenih poskusov lahko sklepamo, da bo moj kvadrokopter lahko dosegel največjo višino, če bodo imeli propelerji 5 lopatic in se bodo vrteli s frekvenco 183,4 Hz. Meritve so bile opravljene v zaprtem okolju vakumske komore, zaradi česar se lahko razlikujejo od tistih, opravljenih zunaj nje. V poglavjih 3.1 in 3.2 smo ugotovili, da v izrazu za silo vzgona, izmerjeno v vakumski komori, ni dodatnega matematičnega izraza, saj v grafih vzgonske sile v odvisnosti od frekvence vrtenja in zračnega tlaka ni bilo navpičnega zamika. Lahko pa bi bil v koeficientu teh grafov prisoten dodaten izraz. Da bi preverili, ali to drži, smo opravil dodatne meritve sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja zunaj vakumske komore. Te meritve so bile lahko opravljene in primerjane le s podatki merjenimi pri tlaku 100,0 kPa. Za propeler s petimi lopaticami so bile zabeležene naslednje razlike.



Graf 11: Graf sile vzgona v odvisnosti od frekvence vrtenja pri zračnem tlaku 100,0 kPa znotraj (Enclosed) in zunaj (Free) vakumske komore.

Sila vzgona, dosežena v vakuumski komori, je večja od tiste, ki bi jo bilo mogoče doseči v prostem okolju. Ena od možnih razlag za to je, da je kroženje zraka v vakumski komori večje kot v zunanjem okolju. Če to drži, potem bi lahko vrteči se propeler v vakumski komori modelirali, kot da se vzpenja navpično.



Slika 16: Skica propelerja, ki ustvarja vzgon v navpičnem letu.

Zrak vstopi v pretočno cev s hitrostjo V_c , nato pridobi dodatno hitrost v_i , ko gre skozi propeler, in nazadnje tvori končno hitrost s hitrostjo $V_c + v_i$. Če uporabimo načela ohranjanja mase, navora in energije kot pri lebdenju, dobimo:

$$\frac{dm}{dt} = \rho * A * (V_c + v_i) \quad (13)$$

$$F = \frac{dm}{dt} * w \quad (14)$$

$$w = 2 * v_i \quad (15)$$

Če združimo enačbe (13), (14) in (15), dobimo enačbo za silo vzgona pri navpičnem vzpenjanju (Volkov, 2018).

$$F = 2 * \rho * A * (V_c + v_i) * v_i \quad (16)$$

Upoštevamo da:

$$V_c = k * v_i \quad (17)$$

$$v_i = \lambda_h * R * \omega \quad (18)$$

$$\rho = p * \frac{M}{R * T} \quad (19)$$

Če je k določen koeficient, dobimo enačbo, ki se glasi:

$$F = \frac{8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * M}{R * T} * p * f^2 * (1 + k) \quad (20)$$

Ta koeficient je neodvisen od zračnega tlaka v vakumski komori (Johnson, 1994), kar pomeni, da lahko približek sile vzgona zunaj vakumske komore izračunamo po naslednjem postopku, pri čemer je σ razmerje med silo vzgona, zabeleženo v vakumski komori in zunaj nje.

$$\sigma = \frac{F_{\text{in chamber}}}{F_{\text{outside chamber}}} = \frac{\frac{8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * M * p * f^2 * (1 + k)}{R * T}}{\frac{8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * M * p * f^2}{R * T}} = (1 + k) \quad (21)$$

Iz poglavja 3.1 je razvidno, da je na grafu sile vzgona v odvisnosti od kvadrirane frekvence vrtenja smerni koeficient $m = \frac{8 * \pi^3 * r^4 * \lambda_h^2 * M * p}{R * T}$. Če torej izmerimo silo vzgona pri enaki frekvenci, dobimo σ samo z uporabo smernih koeficientov.

$$\sigma = \frac{m_{5-100}}{m_{5\text{free}}} \quad (22)$$

V Prilogi 2 in 4 dobimo podatke za smerne koeficiente:

$$m_{5-100} = (4,97 \pm 0,08) * 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{Hz}^2} = 4,97 * (1 \pm 0,02) * 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{Hz}^2}$$

$$m_{5\text{free}} = (3,03 \pm 0,07) * 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{Hz}^2} = 3,03 * (1 \pm 0,02) * 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{Hz}^2}$$

Iz njih lahko izračunamo σ :

$$\sigma = \frac{m_{5-100}}{m_{5\text{free}}} = 1,64 * (1 \pm 0,04) = 1,64 \pm 0,07$$

To razmerje bi moralo biti enako za vsako primerjavo med silami zunaj in znotraj vakumske komore, saj sta frekvenca vrtenja in zračni tlak enaka. Ta podatek je pomemben, ker lahko sedaj spremenimo smerni koeficient sile vzgona v odvisnosti od

zračnega tlaka, izmerjen v vakumski komori m_{5-vac} , tako da predstavlja smerni koeficient, ki bi ga dobili, če bi meritve opravili v prostem okolju. Modificirani smerni koeficient m_{5-mod} dobimo tako, da m_{5-vac} delim s σ . Iz Priloge 5 dobimo, da:

$$m_{5-vac} = (16,9 \pm 0,4) * 10^{-3} \frac{N}{kPa} = 16,9 * (1 \pm 0,02) * 10^{-3} \frac{N}{kPa}$$

m_{5-mod} je torej:

$$m_{5-mod} = \frac{m_{5-vac}}{\sigma} = 10,3 * (1 \pm 0,06) * 10^{-3} \frac{N}{kPa} = (10,3 \pm 0,6) * 10^{-3} \frac{N}{kPa}$$

Funkcija novega modificiranega grafa sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka je:

$$F = m_{5-mod} * p$$

Zrak je stisljiv plin, kar pomeni, da se njegova gostota in tudi tlak spreminjata z višino.

Naslednja enačba prikazuje, kako se zračni tlak v Zemljini atmosferi spreminja z višino (Brombacher, 1944).

$$p = p_0 * \left(1 - \frac{L * h}{T_0}\right)^{\frac{g * M}{R * L} - 1} \quad (23)$$

Parameter	Opis	Vrednost
h	Nadmorska višina	/
p_0	Standardni zračni tlak na gladini morja	$(101,325 \pm 0,001) \text{ kPa}$
L	Hitrost spreminjanja temperature z višino: $L = \frac{g}{c_p}$	$(0,00976 \pm 0,00001) \frac{K}{m}$
c_p	Izobarna specifična toplota	$(1004,69 \pm 0,01) \frac{J}{kg * K}$
T_0	Standardna temperatura ozračja na gladini morja	$(288,19 \pm 0,01) \text{ K}$
g	Težni pospešek	$(9,81 \pm 0,01) \frac{m}{s^2}$
M	Molska masa suhega zraka	$(0,029 \pm 0,001) \frac{kg}{mol}$
R	Splošna plinska konstanta	$(8,314 \pm 0,001) \frac{J}{mol * K}$

Tabela 7: Spisek in opis parametrov v enačbi (23).

Če enačbo (23) vstavimo v formulo za silo vzgona propelerja, dobimo enačbo:

$$F = \frac{8 * \pi^3 * \lambda_h^2 * R^4 * f^2 * M}{R * T} * p_0 * \left(1 - \frac{L * h}{T_0}\right)^{\frac{g * M}{R * L} - 1}$$

$$F = m_{5-mod} * p_0 * \left(1 - \frac{L * h}{T_0}\right)^{\frac{g * M}{R * L} - 1} \quad (24)$$

Iz enačbe (24) izrazimo višino, da dobimo enačbo (25):

$$h = \frac{\left(1 - \frac{g * M}{R * L} - 1 \sqrt{\frac{F}{m_{5-mod} * p_0}}\right) * T_0}{L} \quad (25)$$

Vrednost minimalne sile vzgona za lebdenje je odvisna od teže kvadrokopterja. Kvadrokopter za letenje uporablja štiri enake propelerje s petimi lopaticami. Zato je treba težo kvadrokopterja deliti s štiri, da določimo, koliko mora dvigniti vsak posamezni propeler.

Masa kvadrokopterja z vsemi štirimi propelerji:

$$m_{kvadrokopter} = (0,275 \pm 0,001) \text{ kg}$$

Potrebna sila vzgona, ki jo mora ustvariti en propeler:

$$F = g * \frac{m_{kvadrokopter}}{4} = (0,674 \pm 0,003) \text{ N}$$

Z vnosom vseh spremenljivk in parametrov v enačbo dobimo vrednost za največjo nadmorsko višino, na kateri lahko moj kvadrokopter še vedno lebdi:

$$h = 4727,6 \text{ m}$$

Iz merskih napak vseh parametrov izračunamo največjo in najmanjšo možno nadmorsko višino in določimo napako predvidene nadmorske višine:

$$h_{max} = 5093,9 \text{ m}$$

$$h_{min} = 4280,1 \text{ m}$$

$$\Delta h = \frac{h_{max} - h_{min}}{2} = 406,9 \text{ m}$$

Končna največja višina na kateri bo moj kvadrokopter lahko lebdel je:

$$h = (4700 \pm 400) \text{ m}$$

4 Zaključek

Največja višina, ki jo teoretično lahko doseže moj kvadrokopter s 5-lopatnimi propelerji, ki se vrtijo s frekvenco 183,4 Hz, je $4700 \text{ m} \pm 400 \text{ m}$.

Največjo silo vzgona so propelerji ustvarili pri vrtenju s frekvenco 183,4 Hz. Povezava med silo vzgona, kvadratom frekvence vrtenja in zračnim tlakom je bila sorazmerna kljub temu, da so bile meritve opravljene v majhni vakuumski komori. Mogoče je doseči tudi višje frekvence vrtenja, a ker je bila moja raziskava osredotočena na raziskovanje mojega kvadrokopterja, ki lahko doseže le 183,4 Hz, ko je električni potencial na elektromotorju 23,5 V, sem se odločil končati meritve pri tej frekvenci.

Ugotovljeno je bilo, da so bile sile vzgona, izmerjene pod vakuumsko komoro, večje od sil, izmerjenih zunaj nje. To je pomenilo, da smo morali spremeniti dobljeno meritev. Domnevali smo, da je bila povečana meritev sile posledica boljšega kroženja zraka (Johnson, 1994). Modificiranje smernih koeficientov sile vzgona v odvisnosti od zračnega tlaka je omogočilo modeliranje leta kvadrokopterja zunaj vakumske komore. To so le domneve, ki jih nismo mogli ustrezno preizkusiti. Za preizkus bi morali pridobiti veliko večjo vakuumsko komoro, ki bi omogočila simulacijo leta v prostem okolju. Izvedba poskusa v veliki vakuumski komori bi odpravila potrebo po zadnjem koraku modificiranja smernih koeficientov, kar bi posledično zmanjšalo napako nadmorske višine. Te velike komore so drage in presegajo proračun te raziskave.

Napaka izračunane največje višine lebdenja je večja od pričakovane. To je zato, ker je enačba (25) zahtevala uporabo različnih parametrov, katerih napake so se seštele.

Trenutno ne najdemo nobene druge metode za izračun največje višine lebdenja, zato bi bila druga rešitev tega problema čim manjša negotovost posameznih parametrov. V raziskavi sem predpostavil, da sestava zraka in gravitacijski pospešek ostaneta konstantna. Nisem upošteval vetrov, ki pihajo navzgor ali navzdol v ozračju ali dejstva, da se tlak zraka spreminja zaradi prisotnosti vodne pare. Ob upoštevanju vseh teh sprememb, ki bi se lahko pojavile med dejanskim letom, je velika negotovost višine lebdenja upravičena in deluje kot koristen približek.

5 Viri in literatura

Brombacher, W.G. (1944). Altitude by Measurement of Air Pressure and Temperature. *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 34(9), pp.277–299.

Hu, J. and Lanzon, A. (2018). An innovative tri-rotor drone and associated distributed aerial drone swarm control. *Robotics and Autonomous Systems*, 103, pp.162–174.

Johnson, W. (1994). *Helicopter Theory*. Dover Publications.

Landell-Mills, N. (2016). Newton Explains lift; Buoyancy Explains flight. *Journal of Aeronautics & Aerospace Engineering*, 5(4).

mars.nasa.gov (n.d.). *Mars Helicopter*. [online] mars.nasa.gov. Available at: <https://mars.nasa.gov/technology/helicopter/#> [Accessed 10 Feb. 2022].

Nancy Robinson Masters (2012). *Propeller plane*. Ann Arbor, Mich.: Cherry Lake Pub.

Volkov, K. (2018). *Flight Physics - Models, Techniques and Technologies*. IntechOpen.

Priloga 1

1) Surovi podatki za propeler z dvema lopaticama

Začetni parametri						
Temperatura $T = (25,5 \pm 0,5) \text{ }^\circ\text{C}$				Število lopatic $N = 2$		
Frekvenca vrtenja $f = (38,8 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak $p \text{ (kPa)}$		Sila vzgona $F \text{ (N)}$				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
p_2	20,0	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
p_3	30,0	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01
p_4	40,0	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01
p_5	50,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_6	60,0	0,02	0,01	0,02	0,03	0,02
p_7	70,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_8	80,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_9	90,0	0,03	0,02	0,03	0,03	0,03
p_{10}	100,0	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03

Frekvenca vrtenja $f = (55,9 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak $p \text{ (kPa)}$		Sila vzgona $F \text{ (N)}$				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
p_2	20,0	0,01	0,00	0,02	0,01	0,01
p_3	30,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_4	40,0	0,03	0,04	0,03	0,02	0,03
p_5	50,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05
p_6	60,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_7	70,0	0,05	0,06	0,05	0,05	0,05
p_8	80,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_9	90,0	0,06	0,06	0,05	0,06	0,06
p_{10}	100,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07

Frekvenca vrtenja $f = (71,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak $p \text{ (kPa)}$		Sila vzgona $F \text{ (N)}$				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01
p_2	20,0	0,02	0,02	0,03	0,02	0,02
p_3	30,0	0,04	0,03	0,02	0,03	0,03
p_4	40,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_5	50,0	0,05	0,06	0,06	0,06	0,07
p_6	60,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_7	70,0	0,09	0,10	0,09	0,09	0,09
p_8	80,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_9	90,0	0,12	0,11	0,12	0,11	0,11
p_{10}	100,0	0,12	0,13	0,12	0,12	0,12

Frekvencija vrtenja $f = (88,5 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
p_2	20,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_3	30,0	0,05	0,06	0,05	0,06	0,05
p_4	40,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_5	50,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
p_6	60,0	0,12	0,11	0,11	0,11	0,11
p_7	70,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_8	80,0	0,15	0,15	0,15	0,16	0,15
p_9	90,0	0,17	0,16	0,16	0,17	0,17
p_{10}	100,0	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18

Frekvencija vrtenja $f = (102,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,02	0,01	0,02	0,02	0,01
p_2	20,0	0,03	0,05	0,05	0,05	0,05
p_3	30,0	0,06	0,07	0,08	0,07	0,07
p_4	40,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_5	50,0	0,12	0,12	0,14	0,12	0,12
p_6	60,0	0,15	0,14	0,15	0,14	0,15
p_7	70,0	0,17	0,16	0,17	0,17	0,17
p_8	80,0	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
p_9	90,0	0,23	0,24	0,23	0,23	0,23
p_{10}	100,0	0,25	0,25	0,26	0,25	0,24

Frekvencija vrtenja $f = (118,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_2	20,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_3	30,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_4	40,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_5	50,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
p_6	60,0	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
p_7	70,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p_8	80,0	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27
p_9	90,0	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
p_{10}	100,0	0,33	0,33	0,33	0,32	0,33

Frekvencija vrtenja $f = (135,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_2	20,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
p_3	30,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12

p ₄	40,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
p ₅	50,0	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
p ₆	60,0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
p ₇	70,0	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
p ₈	80,0	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
p ₉	90,0	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
p ₁₀	100,0	0,43	0,44	0,43	0,43	0,43

Frekvenca vrtenja f = (151,1 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p ₂	20,0	0,10	0,10	0,10	0,09	0,10
p ₃	30,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
p ₄	40,0	0,21	0,22	0,21	0,21	0,21
p ₅	50,0	0,27	0,27	0,27	0,28	0,27
p ₆	60,0	0,32	0,32	0,33	0,32	0,32
p ₇	70,0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
p ₈	80,0	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44
p ₉	90,0	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49
p ₁₀	100,0	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54

Frekvenca vrtenja f = (167,3 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p ₂	20,0	0,13	0,13	0,14	0,13	0,14
p ₃	30,0	0,19	0,20	0,19	0,19	0,19
p ₄	40,0	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
p ₅	50,0	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
p ₆	60,0	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
p ₇	70,0	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46
p ₈	80,0	0,55	0,54	0,53	0,54	0,54
p ₉	90,0	0,60	0,60	0,61	0,60	0,59
p ₁₀	100,0	0,67	0,66	0,67	0,66	0,66

Frekvenca vrtenja f = (183,4 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,07	0,06	0,07	0,05	0,07
p ₂	20,0	0,15	0,16	0,16	0,15	0,16
p ₃	30,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p ₄	40,0	0,31	0,33	0,31	0,31	0,31
p ₅	50,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
p ₆	60,0	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
p ₇	70,0	0,54	0,55	0,55	0,57	0,55
p ₈	80,0	0,65	0,66	0,66	0,65	0,65
p ₉	90,0	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72
p ₁₀	100,0	0,79	0,78	0,79	0,78	0,80

2) Surovi podatki za propeler s tremi lopaticami

Začetni parametri						
Temperatura $T = (25,5 \pm 0,5) \text{ }^\circ\text{C}$				Število lopatic $N = 3$		
Frekvenca vrtenja $f = (38,8 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
p_2	20,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
p_3	30,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
p_4	40,0	0,02	0,03	0,02	0,03	0,02
p_5	50,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_6	60,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_7	70,0	0,06	0,04	0,04	0,04	0,04
p_8	80,0	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04
p_9	90,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_{10}	100,0	0,05	0,05	0,06	0,05	0,05

Frekvenca vrtenja $f = (55,9 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
p_2	20,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_3	30,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_4	40,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_5	50,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_6	60,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_7	70,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_8	80,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
p_9	90,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_{10}	100,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11

Frekvenca vrtenja $f = (71,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_2	20,0	0,03	0,04	0,04	0,04	0,03
p_3	30,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_4	40,0	0,07	0,07	0,06	0,07	0,07
p_5	50,0	0,09	0,10	0,09	0,09	0,09
p_6	60,0	0,11	0,13	0,11	0,10	0,11
p_7	70,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_8	80,0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
p_9	90,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
p_{10}	100,0	0,19	0,20	0,20	0,19	0,19

Frekvencija vrtenja $f = (88,5 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,03	0,02	0,02	0,03	0,03
p_2	20,0	0,04	0,05	0,04	0,05	0,05
p_3	30,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
p_4	40,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
p_5	50,0	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13
p_6	60,0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
p_7	70,0	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
p_8	80,0	0,23	0,24	0,23	0,24	0,23
p_9	90,0	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
p_{10}	100,0	0,28	0,29	0,30	0,29	0,29

Frekvencija vrtenja $f = (102,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,05	0,04	0,04	0,05	0,04
p_2	20,0	0,07	0,07	0,08	0,08	0,07
p_3	30,0	0,11	0,13	0,11	0,11	0,10
p_4	40,0	0,15	0,16	0,15	0,15	0,15
p_5	50,0	0,20	0,19	0,19	0,20	0,19
p_6	60,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p_7	70,0	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27
p_8	80,0	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
p_9	90,0	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
p_{10}	100,0	0,39	0,38	0,39	0,39	0,39

Frekvencija vrtenja $f = (118,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05
p_2	20,0	0,10	0,10	0,11	0,11	0,10
p_3	30,0	0,15	0,16	0,15	0,16	0,15
p_4	40,0	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
p_5	50,0	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
p_6	60,0	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
p_7	70,0	0,36	0,37	0,36	0,37	0,36
p_8	80,0	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
p_9	90,0	0,47	0,48	0,47	0,47	0,47
p_{10}	100,0	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52

Frekvencija vrtenja $f = (135,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_2	20,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
p_3	30,0	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19

p ₄	40,0	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
p ₅	50,0	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
p ₆	60,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
p ₇	70,0	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
p ₈	80,0	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
p ₉	90,0	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
p ₁₀	100,0	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67

Frekvenca vrtenja f = (151,1 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
p ₂	20,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
p ₃	30,0	0,25	0,26	0,25	0,26	0,25
p ₄	40,0	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
p ₅	50,0	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41
p ₆	60,0	0,50	0,51	0,51	0,51	0,51
p ₇	70,0	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59
p ₈	80,0	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
p ₉	90,0	0,76	0,77	0,76	0,76	0,76
p ₁₀	100,0	0,83	0,84	0,83	0,84	0,84

Frekvenca vrtenja f = (167,3 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p ₂	20,0	0,19	0,20	0,19	0,20	0,19
p ₃	30,0	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
p ₄	40,0	0,41	0,41	0,42	0,42	0,41
p ₅	50,0	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52
p ₆	60,0	0,62	0,63	0,62	0,62	0,63
p ₇	70,0	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72
p ₈	80,0	0,83	0,83	0,84	0,83	0,83
p ₉	90,0	0,93	0,93	0,94	0,93	0,93
p ₁₀	100,0	1,03	1,04	1,03	1,03	1,04

Frekvenca vrtenja f = (183,4 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
p ₂	20,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
p ₃	30,0	0,36	0,36	0,37	0,36	0,36
p ₄	40,0	0,48	0,49	0,50	0,49	0,49
p ₅	50,0	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
p ₆	60,0	0,76	0,75	0,76	0,75	0,75
p ₇	70,0	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
p ₈	80,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
p ₉	90,0	1,13	1,13	1,12	1,12	1,12
p ₁₀	100,0	1,23	1,23	1,24	1,24	1,24

3) Surovi podatki za propeler s štirimi lopaticami

Začetni parametri						
Temperatura $T = (25,5 \pm 0,5) ^\circ\text{C}$				Število lopatic $N = 4$		
Frekvenca vrtenja $f = (38,8 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
p_2	20,0	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01
p_3	30,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_4	40,0	0,02	0,02	0,03	0,03	0,02
p_5	50,0	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03
p_6	60,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_7	70,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_8	80,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_9	90,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_{10}	100,0	0,05	0,06	0,06	0,07	0,06

Frekvenca vrtenja $f = (55,9 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00
p_2	20,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_3	30,0	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04
p_4	40,0	0,05	0,06	0,05	0,05	0,05
p_5	50,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_6	60,0	0,08	0,08	0,07	0,08	0,08
p_7	70,0	0,10	0,10	0,10	0,11	0,10
p_8	80,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
p_9	90,0	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13
p_{10}	100,0	0,14	0,14	0,14	0,15	0,14

Frekvenca vrtenja $f = (71,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_2	20,0	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04
p_3	30,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_4	40,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
p_5	50,0	0,11	0,11	0,12	0,11	0,11
p_6	60,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_7	70,0	0,16	0,17	0,16	0,16	0,16
p_8	80,0	0,18	0,18	0,19	0,18	0,19
p_9	90,0	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
p_{10}	100,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23

Frekvencija vrtenja $f = (88,5 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_2	20,0	0,06	0,06	0,06	0,07	0,07
p_3	30,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_4	40,0	0,13	0,14	0,14	0,13	0,13
p_5	50,0	0,16	0,16	0,17	0,17	0,17
p_6	60,0	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
p_7	70,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
p_8	80,0	0,28	0,29	0,28	0,28	0,28
p_9	90,0	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
p_{10}	100,0	0,35	0,35	0,33	0,35	0,35

Frekvencija vrtenja $f = (102,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_2	20,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
p_3	30,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_4	40,0	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
p_5	50,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p_6	60,0	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
p_7	70,0	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
p_8	80,0	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
p_9	90,0	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
p_{10}	100,0	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47

Frekvencija vrtenja $f = (118,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_2	20,0	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
p_3	30,0	0,17	0,17	0,18	0,18	0,18
p_4	40,0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
p_5	50,0	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
p_6	60,0	0,38	0,38	0,39	0,38	0,38
p_7	70,0	0,44	0,43	0,44	0,44	0,44
p_8	80,0	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51
p_9	90,0	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58
p_{10}	100,0	0,65	0,64	0,65	0,64	0,64

Frekvencija vrtenja $f = (135,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
p_2	20,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
p_3	30,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24

p ₄	40,0	0,33	0,33	0,34	0,33	0,33
p ₅	50,0	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41
p ₆	60,0	0,49	0,49	0,49	0,50	0,49
p ₇	70,0	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57
p ₈	80,0	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66
p ₉	90,0	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
p ₁₀	100,0	0,82	0,81	0,82	0,81	0,82

Frekvenca vrtenja $f = (151,1 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p ₂	20,0	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19
p ₃	30,0	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
p ₄	40,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
p ₅	50,0	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51
p ₆	60,0	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
p ₇	70,0	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
p ₈	80,0	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82
p ₉	90,0	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93
p ₁₀	100,0	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02

Frekvenca vrtenja $f = (167,3 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,12	0,12	0,12	0,14	0,12
p ₂	20,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
p ₃	30,0	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37
p ₄	40,0	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
p ₅	50,0	0,63	0,64	0,63	0,64	0,63
p ₆	60,0	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
p ₇	70,0	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
p ₈	80,0	1,01	1,03	1,01	1,01	1,00
p ₉	90,0	1,14	1,14	1,15	1,15	1,14
p ₁₀	100,0	1,26	1,27	1,26	1,26	1,26

Frekvenca vrtenja $f = (183,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
p ₂	20,0	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
p ₃	30,0	0,44	0,44	0,43	0,44	0,44
p ₄	40,0	0,60	0,61	0,60	0,60	0,60
p ₅	50,0	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
p ₆	60,0	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90
p ₇	70,0	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06
p ₈	80,0	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22
p ₉	90,0	1,38	1,38	1,38	1,38	1,38
p ₁₀	100,0	1,52	1,51	1,52	1,52	1,53

4) Surovi podatki za propeler s petimi lopaticami

Začetni parametri						
Temperatura $T = (25,5 \pm 0,5) ^\circ\text{C}$				Število lopatic $N = 5$		
Frekvenca vrtenja $f = (38,8 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01
p_2	20,0	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01
p_3	30,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_4	40,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_5	50,0	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04
p_6	60,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_7	70,0	0,05	0,05	0,06	0,06	0,05
p_8	80,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_9	90,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_{10}	100,0	0,07	0,07	0,08	0,07	0,07

Frekvenca vrtenja $f = (55,9 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
p_2	20,0	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03
p_3	30,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_4	40,0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
p_5	50,0	0,09	0,08	0,07	0,08	0,08
p_6	60,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
p_7	70,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
p_8	80,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_9	90,0	0,14	0,14	0,15	0,15	0,14
p_{10}	100,0	0,17	0,17	0,16	0,16	0,16

Frekvenca vrtenja $f = (71,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
p_2	20,0	0,05	0,04	0,05	0,05	0,05
p_3	30,0	0,07	0,07	0,08	0,08	0,07
p_4	40,0	0,10	0,11	0,10	0,11	0,10
p_5	50,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_6	60,0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
p_7	70,0	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
p_8	80,0	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
p_9	90,0	0,23	0,23	0,24	0,24	0,23
p_{10}	100,0	0,26	0,28	0,26	0,26	0,26

Frekvencija vrtenja $f = (88,5 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
p_2	20,0	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
p_3	30,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
p_4	40,0	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
p_5	50,0	0,20	0,21	0,21	0,20	0,22
p_6	60,0	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
p_7	70,0	0,27	0,27	0,26	0,27	0,27
p_8	80,0	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
p_9	90,0	0,35	0,35	0,35	0,36	0,36
p_{10}	100,0	0,40	0,39	0,40	0,39	0,39

Frekvencija vrtenja $f = (102,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
p_2	20,0	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
p_3	30,0	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
p_4	40,0	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
p_5	50,0	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
p_6	60,0	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
p_7	70,0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
p_8	80,0	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
p_9	90,0	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47
p_{10}	100,0	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52

Frekvencija vrtenja $f = (118,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07
p_2	20,0	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
p_3	30,0	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21
p_4	40,0	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
p_5	50,0	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
p_6	60,0	0,42	0,42	0,42	0,42	0,42
p_7	70,0	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49
p_8	80,0	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57
p_9	90,0	0,63	0,63	0,64	0,64	0,63
p_{10}	100,0	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70

Frekvencija vrtenja $f = (135,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta p = \pm 0,5 \text{ kPa}$		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
p_1	10,0	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
p_2	20,0	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
p_3	30,0	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27

p ₄	40,0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
p ₅	50,0	0,46	0,47	0,47	0,46	0,46
p ₆	60,0	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
p ₇	70,0	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64
p ₈	80,0	0,73	0,73	0,74	0,74	0,74
p ₉	90,0	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82
p ₁₀	100,0	0,91	0,91	0,91	0,93	0,91

Frekvenca vrtenja f = (151,1 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
p ₂	20,0	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
p ₃	30,0	0,34	0,32	0,33	0,33	0,33
p ₄	40,0	0,46	0,46	0,46	0,46	0,46
p ₅	50,0	0,56	0,56	0,57	0,57	0,57
p ₆	60,0	0,68	0,68	0,68	0,68	0,70
p ₇	70,0	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
p ₈	80,0	0,93	0,93	0,93	0,94	0,93
p ₉	90,0	1,03	1,03	1,03	1,03	1,03
p ₁₀	100,0	1,13	1,13	1,13	1,13	1,13

Frekvenca vrtenja f = (167,3 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14
p ₂	20,0	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27
p ₃	30,0	0,41	0,41	0,41	0,41	0,40
p ₄	40,0	0,56	0,56	0,57	0,56	0,56
p ₅	50,0	0,71	0,72	0,71	0,71	0,71
p ₆	60,0	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
p ₇	70,0	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
p ₈	80,0	1,14	1,14	1,14	1,14	1,14
p ₉	90,0	1,27	1,26	1,27	1,26	1,26
p ₁₀	100,0	1,40	1,41	1,40	1,40	1,42

Frekvenca vrtenja f = (183,4 ± 0,4) Hz						
Zračni tlak p (kPa)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka Δp = ±0,5 kPa		Merska napaka ΔF = ±0,01 N				
		F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
p ₁	10,0	0,17	0,17	0,16	0,17	0,17
p ₂	20,0	0,32	0,30	0,32	0,32	0,32
p ₃	30,0	0,49	0,50	0,49	0,49	0,48
p ₄	40,0	0,66	0,67	0,67	0,67	0,67
p ₅	50,0	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85
p ₆	60,0	1,01	1,00	1,00	0,99	1,00
p ₇	70,0	1,18	1,18	1,18	1,18	1,18
p ₈	80,0	1,36	1,36	1,37	1,37	1,37
p ₉	90,0	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51
p ₁₀	100,0	1,67	1,67	1,68	1,68	1,67

Priloga 2

- 1) Nakloni za grafe sile vzgona v odvisnosti od kvadratne frekvence vrtenja za propeler z dvema lopaticama.

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
m ₂₋₁₀₀	$2,36 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₉₀	$2,15 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₈₀	$1,93 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₇₀	$1,64 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₆₀	$1,40 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₅₀	$1,18 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₂₋₄₀	$0,93 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m ₂₋₃₀	$0,69 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m ₂₋₂₀	$0,48 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m ₂₋₁₀	$0,23 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$

- 2) Nakloni za grafe sile vzgona v odvisnosti od kvadratne frekvence vrtenja za propeler s tremi lopaticami.

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
m ₃₋₁₀₀	$3,69 * 10^{-5}$	$0,08 * 10^{-5}$
m ₃₋₉₀	$3,34 * 10^{-5}$	$0,08 * 10^{-5}$
m ₃₋₈₀	$2,98 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₇₀	$2,58 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₆₀	$2,25 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₅₀	$1,86 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₄₀	$1,47 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₃₀	$1,09 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
m ₃₋₂₀	$0,70 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$
m ₃₋₁₀	$0,36 * 10^{-5}$	$0,06 * 10^{-5}$

3) Nakloni za grafe sile vzgona v odvisnosti od kvadratne frekvence vrtenja za propeler s štirimi lopaticami.

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
m ₄₋₁₀₀	4,52 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₉₀	4,09 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₈₀	3,63 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₇₀	3,15 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₆₀	2,71 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₅₀	2,27 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₄₀	1,81 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₃₀	1,33 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₂₀	0,86 * 10 ⁻⁵	0,06 * 10 ⁻⁵
m ₄₋₁₀	0,44 * 10 ⁻⁵	0,06 * 10 ⁻⁵

4) Nakloni za grafe sile vzgona v odvisnosti od kvadratne frekvence vrtenja za propeler s petimi lopaticami.

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
m ₅₋₁₀₀	4,97 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₉₀	4,50 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₈₀	4,07 * 10 ⁻⁵	0,08 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₇₀	3,51 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₆₀	2,99 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₅₀	2,52 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₄₀	2,00 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₃₀	1,47 * 10 ⁻⁵	0,07 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₂₀	0,97 * 10 ⁻⁵	0,06 * 10 ⁻⁵
m ₅₋₁₀	0,49 * 10 ⁻⁵	0,06 * 10 ⁻⁵

Priloga 3

1) Podatki za propeler z dvema lopaticama zunaj vakumske komore.

Zračni tlak $p = (100 \pm 0,5)$ kPa						
Frekvenca vrtenja f (Hz)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta f = \pm 0,4$ Hz		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01$ N				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
f_1	38,8	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
f_2	55,9	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
f_3	71,6	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
f_4	88,5	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
f_5	102,4	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
f_6	118,6	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
f_7	135,4	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26
f_8	151,1	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
f_9	167,3	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39
f_{10}	183,4	0,47	0,47	0,47	0,47	0,47

2) Podatki za propeler s tremi lopaticami zunaj vakumske komore.

Zračni tlak $p = (100 \pm 0,5)$ kPa						
Frekvenca vrtenja f (Hz)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta f = \pm 0,4$ Hz		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01$ N				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
f_1	38,8	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
f_2	55,9	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
f_3	71,6	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
f_4	88,5	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
f_5	102,4	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23
f_6	118,6	0,31	0,31	0,31	0,31	0,31
f_7	135,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
f_8	151,1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
f_9	167,3	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
f_{10}	183,4	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73

3) Podatki za propeler s štirimi lopaticami zunaj vakumske komore.

Zračni tlak $p = (100 \pm 0,5)$ kPa						
Frekvenca vrtenja f (Hz)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta f = \pm 0,4$ Hz		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01$ N				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
f_1	38,8	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
f_2	55,9	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
f_3	71,6	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
f_4	88,5	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
f_5	102,4	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
f_6	118,6	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
f_7	135,4	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49
f_8	151,1	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61
f_9	167,3	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
f_{10}	183,4	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

4) Podatki za propeler s petimi lopaticami zunaj vakumske komore.

Zračni tlak $p = (100 \pm 0,5)$ kPa						
Frekvenca vrtenja f (Hz)		Sila vzgona F (N)				
Merska napaka $\Delta f = \pm 0,4$ Hz		Merska napaka $\Delta F = \pm 0,01$ N				
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
f_1	38,8	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
f_2	55,9	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
f_3	71,6	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
f_4	88,5	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
f_5	102,4	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
f_6	118,6	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43
f_7	135,4	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
f_8	151,1	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
f_9	167,3	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85
f_{10}	183,4	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02

Priloga 4

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{Hz}^2}\right)$
$m_{2\text{free}}$	$1,40 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
$m_{3\text{free}}$	$2,18 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
$m_{4\text{free}}$	$2,68 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$
$m_{5\text{free}}$	$3,03 * 10^{-5}$	$0,07 * 10^{-5}$

Priloga 5

Naklon	Vrednost $\left(\frac{N}{\text{kPa}}\right)$	Absolutna merska napaka $\left(\frac{N}{\text{kPa}}\right)$
$m_{2\text{-vac}}$	$8,1 * 10^{-3}$	$0,3 * 10^{-3}$
$m_{3\text{-vac}}$	$12,5 * 10^{-3}$	$0,4 * 10^{-3}$
$m_{4\text{-vac}}$	$15,5 * 10^{-3}$	$0,4 * 10^{-3}$
$m_{5\text{-vac}}$	$16,9 * 10^{-3}$	$0,4 * 10^{-3}$