

Mladi raziskovalci Slovenije 2022

56. srečanje

IGRA ZA DVA

Matematika

Raziskovalna naloga

OŠ Bojana Iliča, Maribor

Avtorja: Dino Đonlagić,

Maša Katrašnik

Mentor: Jožef Senekovič

Maribor 2022

KAZALO

1. UVOD.....	1
2. PREDSTAVITEV IGRE	2
2.1 DRUGE IZBRANE MOŽNOSTI	3
3. PRAVILO	4
3.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU	4
4. VARIANTE IGRE	5
4.1 NEGATIVNA ŠTEVILA	5
4.1.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU NEGATIVNIH ŠTEVIL	6
4.2 ODŠTEVANJE	6
4.2.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU ZA ODŠTEVANJE	7
4.3 DECIMALNA ŠTEVILA	7
4.4 MNOŽENJE	9
4.4.1. PRAVILO PRI MNOŽENJU	10
6. ZAKLJUČEK	12
7. DRUŽBENA ODGOVORNOST	13
8. VIRI	13

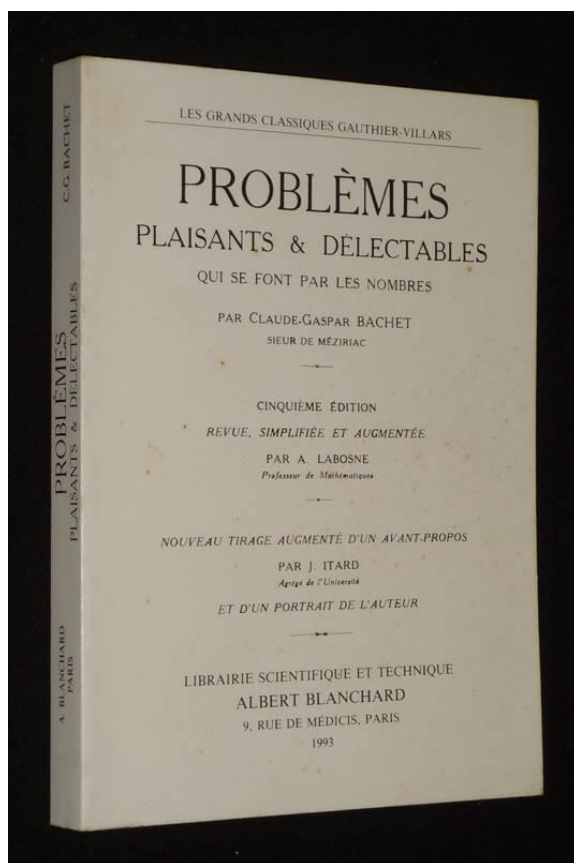
Povzetek

Predstavimo zelo staro igro, kjer je potrebno samo navajati naravna števila, recimo do števila 100. Prvi igralec izbere neko število med 1 in 10, drugi naslednje, vendar največ za 10 večje od prvega izbranega števila. Igra se konča in zmaga tisti, ki prvi izreče »število 100«. V raziskovalni nalogi raziščemo, katera števila so najbolj primerna za začetek igre, torej iščemo zmagovalno strategijo in kako navajamo naslednja števila v igri. V nadaljevanju izberemo poljubno končno število in poljubno največje možno število za prištevanje ter si izmislimo nove variacije igre, kjer pravila igranja nekoliko spremenimo. Zapišemo strategijo tako oblikovane igre.

1. UVOD

O igri za dva sva izvedela pri izbirnem predmetu matematične delavnice. Je strateška igra, ki jo je leta 1612 opisal Claude Gaspard Bachet de Méziriac v knjigi (slika 1) Zanimivi in zabavni problemi (Problemes plaisans et delectables qui se font par les nombres).

Claude Gaspard Bachet de Méziriac (1581-1638) je bil francoski matematik, pesnik in izbrani član Académie française.



(Slika 1: knjiga Zabavni in zanimivi problemu v izvirnem jeziku-francoščini)

2. PREDSTAVITEV IGRE

Prvi igralec začne igro z izbiro naravnega števila med 1 in 10. Nato drugi igralec pove število (naravno), ki je lahko najmanj za 1 in največ za 10 večje od števila, ki ga je povedal njegov soigralec. Igro nadaljujeta po enakem postopku. Zmaga igralec, ki prvi pove število 100. Igro smo najprej pri izbirnem predmetu igrali v dvojicah. Iz poskusov in napak smo ugotovili, kako začeti in nadaljevati, da v igri zmagamo. Predstavimo naše ugotovitve na primeru (Tabela 1). Prvi igralec pove število 1, drugi število 5 (je najmanj 1 in največ 10). Nato drugi igralec pove število 12, saj je prišel 7 (je najmanj 1 in največ 10). V tabeli so zapisane še naslednje izbire števil. Zmaga igralec, ki kot svoje zadnje število pove število 89. Nasprotnik namreč ne sme navesti števila, ki je od zadnjega navedenega števila večje za več kot 10. Kar pomeni, da karkoli imamo možnost prišteti k številu 89, je v vsakem primeru manj od 100. Seveda pa k vsakemu navedenemu številu lahko nato prištejemo manj kot 10 in zagotovljena nam je zmaga.

(Tabela 1: primer igre za dva)

Igralec-1	Igralec-2
1	5
12	22
23	30
34	39
45	51
56	66
67	69
78	88
89	95
100	/

Po sistematičnem igranju in premisleku tako izračunamo tudi preostala, največja možna števila »zmagovalnega zaporedja«.

Zmaga igralec, ki prvi uspe navesti eno izmed naslednjih števil, saj mu to omogoči, da s poznavanjem pravila izreče še ostala števila zaporedja, vse do končnega števila 100:

1 → 12 → 23 → 34 → 45 → 56 → 67 → 78 → 89 → 100

Zmaga je zagotovljena, če igralec-1 sledi danemu zaporedju, saj bo izrekel število 89. Naslednje število, ki ga ima možnost izreči igralec 2 je največ za 10 večje od 89 (to je 99) in zato bo lahko igralec-1 v vsakem primeru izrekel število 100. Z izbiro zgoraj zapisanih števil nasprotniku onemogočimo, da je zadnje število, ki ga lahko pove, število 89. Ker mora navesti za največ 10 večje število, nikakor ne more prvi izreči »število 100«.

Ne glede na prvo navedeno število (če soigralec ne pozna pravila), poskušamo v navajanju števil čimprej navesti eno izmed zapisanih števil, saj je posledično zmaga je zagotovljena.

Iz zapisanega zaporedja ugotovimo, da lahko navedena števila izračunamo tako, da odštevamo število 11 (ker je največje možno število prištevanja število 10) od postavljene zgornje meje igre (število 100). Tako je $89 = 100 - 11$, $89 - 11 = 78$, $78 - 11 = 67$, ... $12 - 11 = 1$.

2.1 DRUGE IZBRANE MOŽNOSTI

V nadaljevanju si pogledjmo še kakšen primer igre, če spremenimo nekatere pogoje (zahteve) igre. V naslednjem primeru je končno število večje od 100 in največje možno število za prištevanje večje od 10.

V primeru, da za končno število izberemo število 200 (n) in da je največje število za prištevanje 15 (x), mora igralec-1 slediti naslednjemu zaporedju (če želi zmagati):

$$8 \rightarrow 24 \rightarrow 40 \rightarrow 56 \rightarrow 72 \rightarrow 88 \rightarrow 104 \rightarrow 120 \rightarrow 136 \rightarrow \\ 152 \rightarrow 168 \rightarrow 184 \rightarrow 200$$

Vsa mejna števila izračunamo z odštevanjem: $200 - 16 = 184$, $184 - 16 = 168$, $168 - 16 = 152$... $24 - 16 = 8$.

Če prvi igralec reče »število 9« mi nadaljujemo s številom 24 (ki je za 15 večje, kar je dovoljeno).

V naslednjem primeru je končno število manjše od 100 in število za prištevanje je manjše od 10. Za končno število izberemo 50 (n) in največje število za prištevanje 5 (x), potem mora igralec-1 slediti naslednjemu zaporedju:

$$2 \rightarrow 8 \rightarrow 14 \rightarrow 20 \rightarrow 26 \rightarrow 32 \rightarrow 38 \rightarrow 44 \rightarrow 50 .$$

3. PRAVILO

Zapišimo najkrajše možno zaporedje števil, ki mu sledimo, če je naše končno število n in naše največje število za prištevanje x , in si prizadevamo zmagati. Od vsake naslednje razlike odštejemo $x + 1$. Z odštevanjem začnemo pri končnem številu (n) in odštevamo, dokler je razlika pozitivno število.

Začnemo z odštevanjem $x + 1$ od števila n .

$$n - (x + 1) = a_1$$

Recimo da izračunamo število a_1 . Uporabimo enak postopek kot pri številu n in od števila a_1 odštejemo število $x + 1$.

$$a_1 - (x + 1) = a_2$$

Z odštevanjem nadaljujemo. Ko pridemo do najmanjšega možnega pozitivnega števila, smo dobili zaporedje števil, ki jih moramo navajati, da zmagamo v igri za dva.

$$n - (x + 1) = a$$

$$a_1 - (x + 1) = a_2$$

$$a_2 - (x + 1) = a_2, a_2 > 0$$

$$a_3 - (x + 1) < 0$$

Formula, s katero lahko ugotovimo katerokoli število v zaporedju:

$$n - z(x + 1) = a_z$$

z = mesto števila v zaporedju od n proti i

V tem primeru, bo zaporedje kateremu sledimo naslednje:

$$a_3 \rightarrow a_2 \rightarrow a_1 \rightarrow n .$$

3.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU

Kako izračunamo prvo število zaporedja? V začetni igri je to število 1, v primeru končnega števila 200 in prištevanja 15 je prvo število 8. To prvo število seveda izračunamo z zaporednim

odštevanjem za 1 večjega števila, kot ga smemo v igri prišteti (torej, če prištevamo 10, je to število 11). Hitro ugotovimo, da želeno število izračunamo z deljenjem. Tako je $100 : 11 = 9$ in ostanek je 1. Torej zaporedje začnemo s številom 1.

V primeru igre do 200 in prištevanjem števila 15, izračunamo količnik $200 : 16 = 12$ in ostanek je 8, kar je prvo število zaporedja.

Za poljubno število n in prištevanje števila x izračunamo količnik tako $n : (x+1)$. Ostanek r tega deljenja je prvo število zaporedja in $r < x$. Naslednje število je $r + (x + 1)$, nato $r + 2 \cdot (x + 1) \dots$

4. VARIANTE IGRE

4.1 NEGATIVNA ŠTEVILA

Če v igro vključimo negativna števila, moramo poleg končnega števila (n) in največjega možnega števila za prištevanje (x), določiti najmanjše možno število (i). Odštevamo, dokler je naše najmanjše število večje od števila i .

Primer:

$$n = 50$$

$$i = -50$$

$$x = 10$$

Uporabimo že znano pravilo in odštevamo, dokler je naša razlika večja od števila i . Zaporedje števil je:

$$\begin{aligned} &-49 \rightarrow -38 \rightarrow -27 \rightarrow -16 \rightarrow -5 \rightarrow 6 \rightarrow 17 \rightarrow 28 \rightarrow \\ &\rightarrow 39 \rightarrow 50. \end{aligned}$$

4.1.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU NEGATIVNIH ŠTEVIL

V primeru, da začnemo z negativnim številom, uporabimo zgornje pravilo na podoben način, z izjemo, da seštejmo absolutni vrednosti našega začetnega števila in našega končnega števila ter dobljeno vsoto delimo z vsoto našega največjega števila za prištevanje in števila 1. Ostanek nato prištejemo našemu začetnemu številu in dobljeni rezultat je prvo število v zaporedju.

primer:

$$n = 50$$

$$i = -50$$

$$x = 10$$

$$((|n|+|i|):(x+1)) = k \text{ in } r \text{ je ost.}$$

V našem primeru bo k prikazoval rezultat, ki je naravno število in r ostanek.

$$((|50| + |-50|): 11) = 99, \text{ ostanek } 1$$

Velja:

$$i + r = \text{prvo število v zaporedju, tako je } -50 + 1 = -49.$$

4.2 ODŠTEVANJE

Recimo da zmaga igralec, ki prvi reče število 1, ki je v tem primeru končno število(n). Določimo največje možno število za odštevanje (x) in naše začetno število (j). Recimo da je $x = 10$ in $j = 150$. Pravilo, ki ga upoštevamo, je podobno kot pravilu za iskanje zaporedja, kjer prištevamo. Zaporedje najdemo tako, da vsaki naslednji vsoti prištejemo $x + 1$, začnemo z $n + (x + 1)$. Zaporedje števil, ki jih lahko navedemo da zmagamo, je:

$$144 \rightarrow 133 \rightarrow 122 \rightarrow 111 \rightarrow 100 \rightarrow 89 \rightarrow 78 \rightarrow 67 \rightarrow \\ \rightarrow 56 \rightarrow 45 \rightarrow 34 \rightarrow 23 \rightarrow 12 \rightarrow 1.$$

4.2.1 PRVO ŠTEVILO V ZAPOREDJU ZA ODŠTEVANJE

Prvo število v primeru odštevanja je sledeče; ostanku količnika začetnega števila in vsote največjega števila za prištevanje ter števila 1, odštejemo število 1 in dobljeni rezultat odštejemo od začetnega števila.

Primer:

$$j : (x + 1) = k \text{ in ostanek } r$$

V našem primeru bo k prikazoval rezultat, ki je naravno število in r bo prikazoval ostanek.

$$150 : 11 = 13, \text{ ostanek } 7$$

$$j - (r - 1) = \text{začetno število, torej } 150 - (7 - 1) = 144.$$

4.3 DECIMALNA ŠTEVILA

Če v igro vključimo decimalna števila, moramo določiti na koliko decimalk jih bomo omejili.

V primeru, da bi jih omejili na eno decimalko, bi pravilo za prištevanje izgledalo tako:

$$n - (x + 0.1)$$

To lahko zapišemo tudi sledeče:

$$n - (x + 10^{-1})$$

Torej od našega največjega števila (n) smo odšteli seštevek našega največjega števila (x) in naše omejitve decimalnih mest. V tem primeru je to bila 10^{-1} , saj smo jo omejili na eno decimalno mesto. Če bi jo omejili na 3 decimalna mesta, bi morali prišteti 10^{-3} itd.. Ugotovljeno pravilo je naslednje:

$$n - (x + 10^{-m})$$

Spremenljivka m predstavlja našo poljubno omejitev decimalnih mest.

Za decimalna števila lahko uporabimo že ugotovljena pravila pri iskanju začetnega števila, varianti igre z odštevanjem, varianti igre z negativnimi števili itd., z izjemo da v teh pravilih število 1 nadomestimo z 10^{-m} . Torej pravila bodo sledeča:

Pravilo za iskanje prvega števila v zaporedju za prištevanje je;

$$n : (x + 10^{-m}) = k \text{ in } r \text{ je ost.}$$

Ostanek r je začetno število zaporedja.

Pravilo za iskanje prvega števila v zaporedju negativnih števil;

$$((|n| + |i|) : (x + 10^{-m})) = k \text{ in } r \text{ je ost.}$$

Kot že znano, je naše prvo število v zaporedju $i + r$.

Pravilo za odštevanje z decimalnimi števili;

$$n + (x + 10^{-m})$$

Pravilo za iskanje prvega števila v zaporedju za odštevanje;

$$j : (x + 10^{-m}) = k \text{ in ostanek } r$$

Naše prvo število v zaporedju je $j - (r - 10^{-m})$.

Navedimo primer z decimalnimi števili, kjer prištevamo in je naše največje možno število n 100, naše največje število za prištevanje x 10 ter naša omejitev decimalnih mest m 1. To pomeni, da je naše najmanjše možno število za prištevanje 0,1, ker je 10^{-m} torej 10^{-1} oz. 0,1. Posledično je naše začetno število 9,1, ker je $100 : (10 + 0,1) = 9$ in ostanek je 9,1. Torej ostanek je naše začetno število. Najdemo naslednje zmagovalno zaporedje:

$$9,1 \rightarrow 19,2 \rightarrow 29,3 \rightarrow 39,4 \rightarrow 49,5 \rightarrow 59,6 \rightarrow 69,7 \rightarrow 79,8 \rightarrow \\ \rightarrow 89,9 \rightarrow 100.$$

4.4 MNOŽENJE

Če v igri operacijo zamenjamo z množenjem, se pravila spremenijo, saj števila, ki niso večkratniki faktorjev, s katerimi množimo, v igri ne morejo nastopiti.

Igro z množenjem si zamislimo na sledeč način. Igralec-1 začne igro z začetnim številom, ki je poljubno naravno število večje ali enako 2 in manjše ali enako 5 (i). Igralec-2 lahko nato pomnoži število svojega nasprotnika s poljubnim naravnim številom, ki je večje ali enako 2 in manjše ali enako 5 in ga bomo označili z y . V tem primeru je najmanjše možno število za množenje torej 2 (y_{min}), največje možno število za množenje pa 5 (y_{max}). Igralca z množenjem na takšen način nadaljujeta, dokler eden od njiju ne izreče število, ki je večje ali enako 1000 (n) in s tem zmaga. Torej velja:

$$2 \leq i \leq 5,$$

$$2 \leq y \leq 5,$$

$$n \geq 1000.$$

Število 1 iz igre izključimo, da onemogočimo možnost množenja s številom 1, ker bi bil v tem primeru zmnožek enak prvemu faktorju.

Najprej si pogledjmo izbran primer takšne igre. Igralec-1 bi na primer začel s številom 3. Nato bi igralec-2 pomnožil 3 s 4 (saj je 4 večje od 2 in manjše od 5) ter dobil zmnožek 12. Igralec-1 bi igro nadaljeval z množenjem števila 12 z 2 (ki ga ima možnost uporabiti, ker je enako 2) in s tem dobil število 24. Igralca množenje na tak način nadaljujeta dokler eden od njiju ne izreče števila večjega ali enakega 200 in manjšega od 1000. Njegov nasprotnik ima v tem primeru možnost zmagati, saj dobi z množenjem kateregakoli števila večjega ali enakega 200 in manjšega od 1000 z ustreznim številom večjim ali enakim 2 in manjšim ali enakim 5, zmnožek, ki je večji ali enak 1000 in s tem zmaga, kar pomeni konec igre. V Tabeli 2 je prikazan potek te igre. V prikazanem primeru zmaga igralec-2, ker je $1080 \geq 1000$.

Igralec-1	Igralec-2
3	$3 \times 4 = 12$
$12 \times 2 = 24$	$24 \times 5 = 120$
$120 \times 3 = 360$	$360 \times 3 = 1080$

(Tabela 2: primer igre za dva z množenjem)

4.4.1. PRAVILO PRI MNOŽENJU

Zmagal bo igralec, katerega predhodnik bo izrekel število, ki je večje ali enako 200 in manjše od 1000, saj bo tako lahko z izbiro ustreznega faktorja (y), izrekel število 1000 ali število večje od 1000. Če zaporedje smiselno nadaljujemo do manjših števil, ki jih izrečeta igralca predhodno, ugotovimo, da bo igralec imel možnost zmagati, če bo izrekel število, ki je večje ali enako 100 in manjše od 200, saj bo v tem primeru nasprotni igralec lahko izrekel zgolj število, ki je večje ali enako 200 in manjše od 1000. To zaporedje nadaljujemo do še manjših števil in ugotovimo, da bo igralec, ki bo izrekel število večje ali enako 20 in manjše od 100 izgubil, če bo njegov nasprotnik poznal pravilo zaporedja. V tem primeru bo igralec, ki pozna pravilo zaporedja, namreč lahko izrekel število, ki je večje ali enako 100 in manjše od 200. Igralec, ki pozna pravilo zaporedja, bo torej zmagal, če uspe navesti število, ki je večje ali enako 10 in manjše od 20, saj bo v tem primeru njegov nasprotnik primoran izreči število, ki je večje ali enako 20 in manjše od 100. Ne glede na izbrano začetno število, ki je med 2 in 5, si lahko igralec že v drugi potezi zagotovi zmago, če izreče število večje ali enako 10 in manjše od 20.

Pri igri obstaja več poti do zmage, primer najkrajše in zanesljive zmage igralca-2 je prikazan z naslednjim zaporedjem potez obeh igralcev. Igralec-1 bo izrekel začetno število i , ki je večje ali enako 2 in manjše ali enako 5, nato pa bosta igralca izrekla zaporedje števil, ki ga bosta dobila tako, da bosta predhodno oziroma začetno število pomnožila z y , ki je naravno število večje ali enako 2 in manjše ali enako 5:

$$2 \leq i \leq 5 \rightarrow 10 \leq a_1 < 20 \rightarrow 20 \leq b_1 < 100 \rightarrow 100 \leq a_2 < 200 \rightarrow 200 \leq b_2 < 1000 \rightarrow n \geq 1000$$

(števila navedena med igro, so označena s spremenljivko b za igralca-1 in s spremenljivko a za igralca-2; začetno in končno število sta označeni z i in n).

Iz navedenega lahko za specifičen primer, kjer velja $2 \leq i \leq 5$, $2 \leq y \leq 5$ in $n \geq 1000$, razberemo »zmagovalno zaporedje«:

$$10 \leq a_1 < 20 \rightarrow 100 \leq a_2 < 200 \rightarrow n \geq 1000$$

Ugotovimo, da je pri potezah igralca- a , ki upošteva »zmagovalno zaporedje«, razmerje zgornje in spodnje meje ob upoštevanju navedenih neenakosti pri izbiri števila zaporedja

omejeno s faktorjem y_{min} , zato ker želimo onemogočiti, da bi igralec b lahko izbral faktor y , s katerim bi lahko vstopil v zmagovalno zaporedje.

Pri igralcu- b , ki pa igra po zaporedju nasprotnem zmagovalnemu je razmerje pri izbiri števila zaporedja večje, saj je omejeno s faktorjem y_{max} . S tem mu vstop v »zmagovalno zaporedje« onemogočimo, saj lahko množi največ z y_{max} , pri čemer še vedno ostane v območju svojega zaporedja, ki ga vodi v izgubo.

Splošne formule, s katerimi izračunamo števila najkrajšega možnega zaporedja potez obeh igralcev, v primeru, da zmaga igralec- a in, kjer s spremenljivko C označimo mejno število, ki ga je potrebno doseči ali prekoračiti za zmago (v prejšnjem specifičnem primeru je to bilo število 1000), zapišemo:

$$n \geq C$$

$$\frac{C}{y_{max}} \leq \tilde{a}_{k-1} < C$$

$$\frac{C}{y_{max} \times y_{min}} \leq \tilde{a}_{k-2} < \frac{C}{y_{max}}$$

$$\frac{C}{y_{max}^2 \times y_{min}} \leq \tilde{a}_{k-3} < \frac{C}{y_{max} \times y_{min}}$$

$$\frac{C}{y_{max}^2 \times y_{min}^2} \leq \tilde{a}_{k-4} < \frac{C}{y_{max}^2 \times y_{min}}$$

kjer indeks k označi število potez, ki so bile potrebne za dosego zmage, $\tilde{a}$ pa označuje zaporedje števil navedenih med igro za igralca-1 in za igralca-2, saj z ozirom na poljubno izbiro števila C ni možno v naprej določiti ali bo zmagal igralec-1 ali igralec-2.

Za splošen primer, kjer velja $y_{min} \leq i \leq y_{max}$, $y_{min} \leq y \leq y_{max}$ in $n \geq C$, razberemo »zmagovalno zaporedje«:

$$\frac{C}{y_{max}^{z/2} \times y_{min}^{z/2}} \leq \tilde{a}_{k-z} < \frac{C}{y_{max}^{z/2} \times y_{min}^{z/2-1}}$$

kjer z indeksom označimo mesto števila v zaporedju od n proti i .

Ko dosežemo končno število je $z=0$, zato imajo vsa predhodna števila, ki jih pove igralec, ki poznava pravilo zaporedja in ki bo zmagal, sode indekse z .

6. ZAKLJUČEK

Naše najpomembnejše ugotovitve so sledeče:

- formula, kjer začnemo s poljubnim številom (i) in lahko prištevamo največje število (x) ter je končno število (n), se glasi $n - (x+1) = a_1$. Zaporedje odštevanja nadaljujemo dokler je rezultat večji od števila i . Če želimo izračunati število, ki je na poljubnem mestu v zaporedju si pomagamo s formulo $n - z(x+1) = a_z$, kjer z predstavlja mesto števila v zaporedju od zadaj naprej (torej od n do i).
 - Formula, kjer želimo izvedeti naše začetno število pri varianti s pozitivnimi števili kjer prištevamo največje število za prištevanje x in prištevamo dokler je vsota manjša ali enaka našemu končnemu številu n je sledeča: $n : (x+1) = k$ in r je ostanek; r = prvo število v zaporedju.
 - Formula, kjer želimo izračunati naše začetno število pri varianti z negativnimi števili s prištevanjem, je sledeča: $((|n| + |i|) : (x+1)) = k$ in r je ostanek; $i + r$ = prvo število v zaporedju.
 - V formuli, kjer v igro vključimo decimalna števila, zamenjamo število 1 s številom 10^{-m} . Spremenljivka m predstavlja število določenih decimalnih mest.
 - Pri igri z množenjem ugotovimo, da se pravila precej razlikujejo od iger, kjer je bilo uporabljeno seštevanje in odštevanje. Formulo, s katero ugotovimo zmagovalno zaporedje, zapišemo $\frac{C}{y_{max}^{z/2} \times y_{min}^{z/2}} \leq \tilde{a}_{k-z} < \frac{C}{y_{max}^{z/2} \times y_{min}^{z/2-1}}$.
- kjer z indeksom z označimo mesto števila v zaporedju od n proti i .
- Ko dosežemo končno število je $z=0$, zato imajo vsa predhodna števila, ki jih pove igralec, ki pozna pravilo zaporedja in ki bo zmagal, sode indekse z .

7. DRUŽBENA ODGOVORNOST

Z raziskovalno nalogo sva spoznala zanimivo področje povezave med igrami in matematiko. Največkrat se sploh ne zavedamo, da z igranjem iger uporabljamo tudi matematična znanja, oziroma, nam lahko matematična znanja predstavljajo pomoč pri igranju iger. Z raziskovalno nalogo tako prispevava k popularizaciji matematike in spoznavanju njene vrednosti v vsakdanjih situacijah. Pri pisanju raziskovalne naloge sva brskala po virih, ki sva jih tudi navedla in s tem spoštovala avtorske pravice.

8. VIRI

https://en.wikipedia.org/wiki/Claude_Gaspar_Bachet_de_M%C3%A9ziriac (28.11.2021)

https://second.wiki/wiki/bachete28099sches_spiel (28.11.2021)

<http://www.presek.si/24/1295-Vencelj-pristevanka.pdf> (28.11.2021)

<https://www.leslibraires.fr/livre/15414634-problemes-plaisants-et-delectables-qui-se-font--bachet-claude-gaspar-librairie-scientifique-et-technique-albert-blanc> (28.11.2021)