

OŠ Alojzija Šuštarja
Štula 23, Ljubljana

Strategije igre križci in krožci

Raziskovalna naloga

Področje: OŠ matematika

Avtorici: Nika Obrulk in Neža Jeromen

Mentorica: Andreja Urh

Ljubljana, marec 2022

KAZALO

1	UVOD	5
2	TEORETIČNI DEL	5
2.1	OPIS IGRE	5
2.2	ZGODOVINA	6
2.3	RAZLIČICE	7
2.4	RAZLAGA OSNOVNIH POJMOV	7
2.5	CILJI RAZISKOVALNE NALOGE	8
2.6	METODE RAZISKOVANJA	8
3	EMPIRIČNI DEL	9
3.1	ZMAGA PRI IGRI	9
3.2	ŠTEVILO RAZLIČNIH POTEKOV IGRE	10
3.3	STRATEGIJE IGRANJA	10
3.4	TRIKI PRI IGRANJU	14
4	ZAKLJUČEK	15
5	VIRI IN LITERATURA	16
6	PRILOGE	17

KAZALO SLIK

Slika 1: Križci v vrsti	5
Slika 2: Rota	6
Slika 3: Terni Lapilli	6
Slika 4: 3D različica	7
Slika 5: Igra s polaganjem simbolov	7
Slika 6: Poimenovanja polj na mreži	8
Slika 7: Zmaga v petih korakih	9
Slika 8: Zmaga v sedmih korakih	9
Slika 9: Tri glavne možnosti postavitve prvega simbola in možnosti za drugi simbol	10
Slika 10: Pametno igranje - križec začne na sredini	11
Slika 11: Pametno igranje - križec začne v vogalu	12
Slika 12: Pametno igranje - križec začne na robu	12
Slika 13: Krožec igra pametno, a zgubi	13
Slika 14: Več nizov dveh simbolov	13
Slika 15: Zaporedje sredina, vogal, rob za krožec ni ugodno	13
Slika 16: Neodločen izid igre	14
Slika 17: Kotna strategija	14

SEZNAM PRILOG

Priloga 1: Del preiskovanja z upoštevanjem samo trditve 5	17
Priloga 2: Nadaljevanje preiskovanja z upoštevanjem samo trditve 5	18

POVZETEK

Igra križci in krožci je bila priljubljena že v starem Rimu in starem Egiptu, ljudje vseh starosti pa jo radi za sprostitev igrajo tudi danes. V raziskovalni nalogi smo predstavili zgodovino igre in njene različice. V osrednjem delu smo izpostavili vprašanje, katere strategije so pri igri najbolj učinkovite. Ugotovili smo, da strategija, ki vedno prinese zmago, ne obstaja, možno pa je vedno igrati tako, da je izid igre neodločen. Predstavili smo hierarhijo različnih strategij, ki jih je vredno upoštevati za uspešno igro.

Ključne besede: strategija, igre, razvedrilna matematika

1 UVOD

Sva Neža in Nika, učenki osmega razreda osnovne šole. Radi imava matematiko, v prostem času pa radi pečeva. Igra križci in krožci nama je bila vedno všeč, ker je zelo preprosta in zanimiva, ter jo lahko igramo kjer koli, saj zanjo potrebujemo samo pisalo in podlago.

Preden sva o njej začeli raziskovati, sva vedeli:

- da je izid največkrat neodločen,
- da moramo strategijo, ko jo nasprotnik prepozna, spremeniti, sicer bo izid neodločen ali pa nas bo nasprotnik celo premagal,
- da se igro, če si spreten, da igrati tudi med poukom.

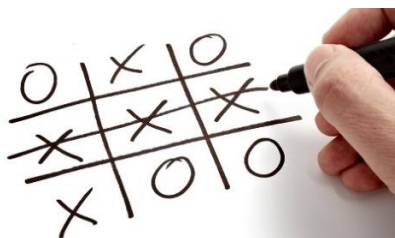
S pomočjo mentorice sva si postavili zanimiva raziskovalna vprašanja in napisali hipoteze. Na spletu sva začeli iskati literaturo, ki pa je v slovenščini ni veliko. Našli sva le nekaj virov, med njimi tudi magistrsko nalogo in dva članka v reviji Presek. O zgodovini igre nisva v slovenščini odkrili nič uporabnega, zato sva večino podatkov poiskali v angleščini, pri čemer naju je presenetilo, koliko različnih imen ima igra v angleščini. Na internetu najdemo tudi veliko angleških posnetkov, ki prikazujejo različne trike in z njimi obljublajo zmago, kar pa je, kot razloživa v empiričnem delu, zavajajoče.

V raziskovalni nalogi sva predstavili pravila igre križci in krožci, njeno zgodovino in različice igre, nato pa sva se posvetili raziskovanju različnih strategij in ugotavljanju, katera je najboljša. Želeli sva pregledati čim več možnosti in odkriti, kako je najpametneje igrati. Pri tem sva odkrili, da igra nima samo ene rešitve in samo ene zmagovalne strategije, ampak je polna zapletov in trikov, zato nama je še vedno v izziv.

2 TEORETIČNI DEL

2.1 OPIS IGRE

Miselna igra križci in krožci se igra na mreži s 3x3 polji. Na papir se nariše mreža iz dveh navpičnih in dveh vodoravnih črt, ki se med seboj sekajo pod pravim kotom. S tem nastane devet kvadratnih polj. Igro igrata dva igralca, ki izmenično v prazna polja rišeta eden križce in drugi krožce. Prvi igralec si izbere polje in vanj nariše svoj simbol. Potem je na vrsti njegov nasprotnik, ki si izbere drugo polje na mreži in vanj nariše svoj simbol. Tako se igra izmenjuje nadaljuje. Zmaga tisti, ki prvi uspe nanizati svoje tri simbole v vrsto - navpično, vodoravno ali diagonalno. Rezultat igre je lahko tudi neodločen, če na koncu nihče nima treh simbolov v vrsti in so vsa polja zapolnjena (Gradišnik, 1993).



Slika 1: Križci v vrsti

(Vir: <https://citymagazine.si/kako-v-igri-krizci-in-krozci-vedno-zmagati/>)

2.2 ZGODOVINA

Igra križci in krožci (v angleščini najpogosteje Tic Tac Toe) se je razvila iz podobnih iger, ki so jih igrali v preteklosti. V Starem Rimu sta se igrali igri imenovani Rota, kar v prevodu pomeni kolo, in Terni Lapilli, kar v prevodu pomeni trije kamenčki.



Slika 2: Rota

(Vir: <https://www.ancientgames.org/rota/>)

Pri obeh igrah ima vsak igralec tri kamenčke, ki jih lahko premika po praznih mestih na plošči in poskuša sestaviti vrsto treh svojih kamenčkov. Igri se razlikujeta samo po obliki igralne plošče, ki je pri Roti okrogla, pri igri Terni Lapilli pa kvadratna. Podobne igre so se pojavile tudi v Starem Egiptu, civilizacijah na Srednjem Vzhodu in pri ameriških staroselcih (Coolmath Games, Tic Tac Toe History: Three-in-a-row through the ages).



Slika 3: Terni Lapilli

(Vir: <https://banimatharoo.wordpress.com/2017/10/10/terni-lapilli/>)

Ime križci in krožci (Noughts and Crosses) se je prvič pojavilo v angleških časopisih leta 1858. V začetku 20. stoletja pa se je v ZDA pojavilo ime Tic Tac Toe, ki je danes prevladujoče.

Leta 1952 je bilo igro križci in krožci pod imenom OXO prvič možno igrati tudi proti računalniku. To je bila ena prvih videoiger, kjer je človek lahko igral proti računalniku, ki je bil sposoben igro igrati enakovredno človeku (Coolmath Games, Tic Tac Toe History: Three-in-a-row through the ages).

2.3 RAZLIČICE

Igra obstaja v različnih oblikah - namesto risanja lahko simbole polagamo na ploščo, obstaja tudi 3D verzija igre, kjer obračamo kocke s simboli. Simboli so lahko križci in krožci, seveda pa lahko za simbole uporabimo tudi črke ali besede. Tudi Brzomislec, Mlin, Tri v vrsto ali Štiri v vrsto in druge so igre z enakim principom. Seveda pa obstajajo tudi virtualne različice te igre.



Slika 4: 3D različica

(Vir: <https://igrala-pozinek.si/Spletna-prodaja/krizci-krozci/>)



Slika 5: Igra s polaganjem simbolov

(Vir: <https://www.aamori.com/si/blog/miselna-igra-tic-tac-toe/>)

2.4 RAZLAGA OSNOVNIH POJMOV

V raziskovalni nalogi uporablja naslednje pojme:

- Korak: Poteza enega od igralcev, postavitve enega simbola na mrežo.
- Blokirati: Nasprotniku preprečiti zmago, ko ima dva simbola v vrsti.
- Zmaga: Trije enaki simboli v stolpcu, vrstici ali na diagonalni.
- Neodločen izid: Vsa polja so zapolnjena, nobenemu od igralcev pa ni uspelo postaviti treh simbolov v vrsto.
- Strategija: Po SSKJ strategija pomeni postopke oziroma načine za doseg kakega cilja, je dolgoročen načrt dejanj.
- Poimenovanja za polja v igralni mreži 3x3: Polja sva poimenovali z imeni: sredina, vogal in rob, kot je prikazano na sliki 6.

VOGAL	ROB	VOGAL
ROB	SREDINA	ROB
VOGAL	ROB	VOGAL

Slika 6: Poimenovanja polj na mreži

2.5 CILJI RAZISKOVALNE NALOGE

Cilj raziskovalne naloge je bil odgovoriti na spodnja vprašanja:

- Najmanj koliko korakov potrebujemo za zmago?
- Največ koliko korakov potrebujemo za zmago?
- Ali obstaja strategija, ki ti vedno prinese zmago?
- Ali je bolje začeti igro ali prepustiti začetek nasprotniku?
- Ali je zaradi napačne prve poteze igra lahko izgubljena?
- Koliko različnih potekov igre obstaja?

V povezavi s strategijami igranja igre pa sva postavili naslednje hipoteze:

H1: Strategija, s katero lahko vedno zmagamo, ne obstaja, obstajajo pa strategije, s katerimi ne izgubimo – izid je neodločen.

H2: Najpametneje je igrati tako, da simbol postavimo v sredino, nato v vogal in šele nazadnje na rob.

H3: Bolje je igro začeti, kot začetek prepustiti nasprotniku.

H4: Za zmago je potrebno, da ustvarimo hkrati več nizov dveh simbolov, ki jih nasprotnik ne more blokirati v eni potezi.

2.6 METODE RAZISKOVANJA

Pri raziskovanju sva uporabili metodo dela s strokovno literaturo, praktično preiskovanje problema, matematično sklepanje, posploševanje in dokazovanje.

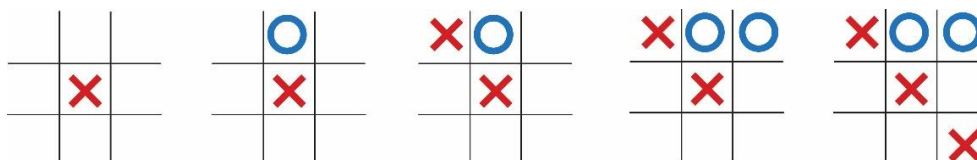
3 EMPIRIČNI DEL

V tem poglavju upoštevava, da oba igralca igrata po pravilih igre. Simbola, ki ju uporabljava, sta križec in krožec na mreži sestavljeni iz polj: sredine, štirih vogalov in štirih robov.

3.1 ZMAGA PRI IGRI

Trditev 1: Za zmago potrebujemo najmanj 5 in največ 9 korakov, če igro začnemo, v nasprotnem primeru pa najmanj 6 in največ 8 korakov.

Pri raziskovanju sva ugotovili, da za zmago potrebujemo najmanj pet korakov, če začnemo, če pa začne nasprotnik, lahko zmagamo najhitreje v šestih korakih. Primer zmage v najmanj korakih je prikazan na spodnji sliki.

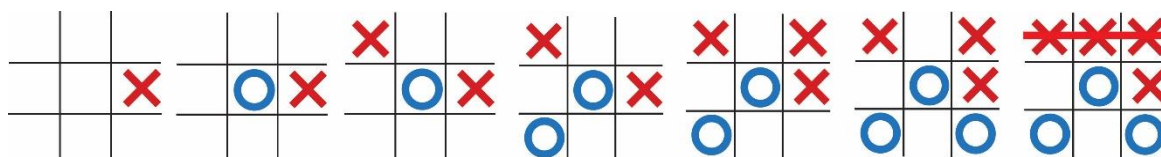


Slika 7: Zmaga v petih korakih

Zmaga v petih korakih je skoraj nemogoča, če oba igralca igrata pametno, saj bi nasprotnik v četrtem koraku lahko preprečil zmago, s tem da bi blokiral križce.

Največ korakov, potrebnih za zmago, je devet, če začnemo igro, ali osem, če začne nasprotnik. Tudi taka zmaga je skoraj nemogoča, ker se med igro zapolnijo že skoraj vsa polja in ker bi nasprotnik lahko preprečil zmago z blokiranjem.

Pri raziskovanju sva opazili, da se največ zmag zgodi v sedmem koraku, če zmaga tisti, ki začne.



Slika 8: Zmaga v sedmih korakih

Trditev 2: Bolje je igro začeti, kot začetek prepustiti nasprotniku.

Bolj verjetno je, da zmagamo, če začnemo. Za to obstajata dva razloga. Prvi razlog je, da je tisti, ki začne, vedno za en simbol v prednosti pred nasprotnikom. Tudi na koncu igre ima na mreži en simbol več, če se igro odigra do konca, ali če tisti, ki začne, zmaga, če pa zmaga nasprotnik, imata na mreži oba enako število simbolov. Drugi razlog je, da tisti, ki začne, vodi in usmerja igro. Vsaj na začetku ima veliko možnosti, da postavi dva simbola v vrsto, kar pametnega nasprotnika pripravi k temu, da ga mora blokirati in s tem slediti njegovi igri.

3.2 ŠTEVILO RAZLIČNIH POTEKOV IGRE

Pri preiskovanju vseh možnih iger sva imeli kar nekaj težav. Če bi želeli pregledati čisto vse možne ige, bi morali preiskati kar 362 880 možnosti.

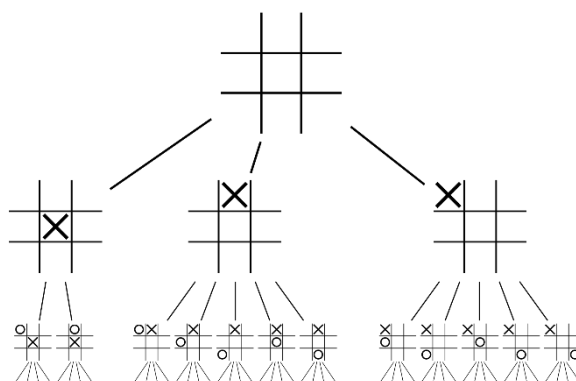
Trditev 3: Število vseh možnih iger izračunamo po formuli:

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362\,880.$$

Prvi na vrsti izbira, kam bo postavil svoj simbol, med devetimi polji. Drugi izbira med osmimi, nato spet prvi med sedmimi in tako naprej. Če ta števila pomnožimo med seboj, dobimo zgornjo število, ki nam pove, koliko različnih iger obstaja.

Trditev 4: Dejansko število različnih iger je precej manjše od števila vseh možnih iger.

Število različnih iger je manjše zaradi treh razlogov. Prvi razlog je, da pri številu vseh možnih iger ne upoštevamo simetrije. Tako na začetku v resnici nimamo devetih različnih možnosti, ampak samo tri različne možnosti - prvi simbol lahko postavimo na sredino, v vogal ali na rob. Število možnosti se tako že v prvem koraku zmanjša za trikrat. Ponekod se simetrija pojavi tudi med igro, vendar je ta dejavnik težje upoštevati pri izračunu števila različnih iger.



Slika 9: Tri glavne možnosti postavitve prvega simbola in možnosti za drugi simbol

(Vir: <https://computinglearner.com/general-tree-data-structure-example-printing-levels-of-the-tic-tac-toe-game-tree/>)

Drugi razlog pa je, da v številu vseh iger ni upoštevano to, da se igra lahko konča z zmago prej kot v osmih korakih. V tem primeru igralca ne bi igrala naprej, kar spet zmanjša število različnih iger.

Število iger, ki bi jih bilo treba pregledati, pa je še vedno previsoko, ker se v resnični igri oba igralca trudita zmagati - igrata pametno, pri tem pa upoštevata nekatera pravila, o katerih bova spregovorili v naslednjem poglavju.

3.3 STRATEGIJE IGRANJA

V tem poglavju bova več napisali o tem, kaj pomeni igrati pametno. Našli sva več različnih staregij, ki jih je dobro upoštevati pri igri, da imamo več možnosti za zmago.

Prva pomembna odločitev pri igri je, da če imamo možnost izbire, raje začnemo. Razloge za to sva navedli pri trditvi 2.

Za naslednjo trditev sva prepričani, da jo upoštevajo prav vsi, ki so kdaj igrali igro križci in krožci.

Trditev 5: Če imaš možnost, postavi svoj simbol tja, kjer sta že dva tvoja simbola v vrsti, sestavi niz treh svojih simbolov v vrsti in zmagaj. Če si na vrsti in ima nasprotnik dva simbola v vrsti, ga blokiraj.

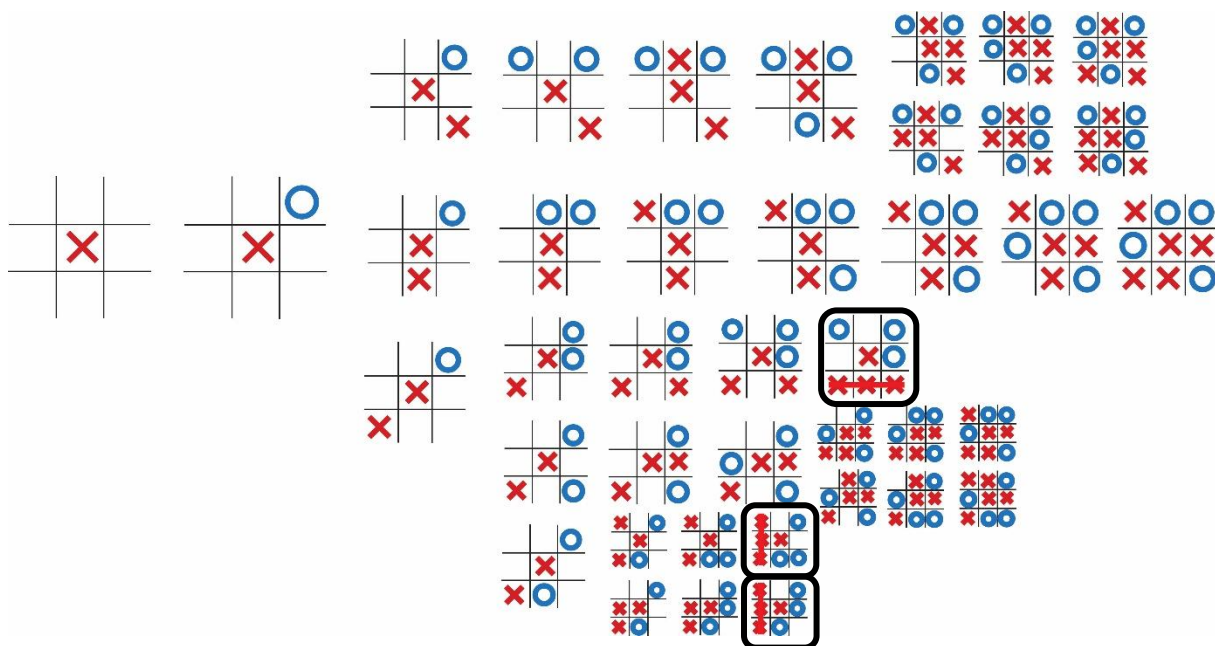
Te trditve se je zagotovo vredno držati, če želimo zmagati. Trditev očitno velja, saj izhaja iz pravil igranja. Z upoštevanjem tega pravila sva poskušali pregledati vse možnosti, a jih je bilo še vedno preveč. Del raziskovanja na ta način sva priložili v poglavje Priloge.

Nato sva razmišljali, kako bi igrali še bolj pametno in s tem zmanjšali število možnosti, ki jih je potrebno pregledati. Prišli sva do naslednje ugotovitve, ki je omenjena tudi v članku križci in krožci oživiljeni v reviji Presek (Potočnik, 1998):

Trditev 6: Vedno postavi svoj simbol tja, kjer imaš največ možnosti, da sestaviš niz treh simbolov.

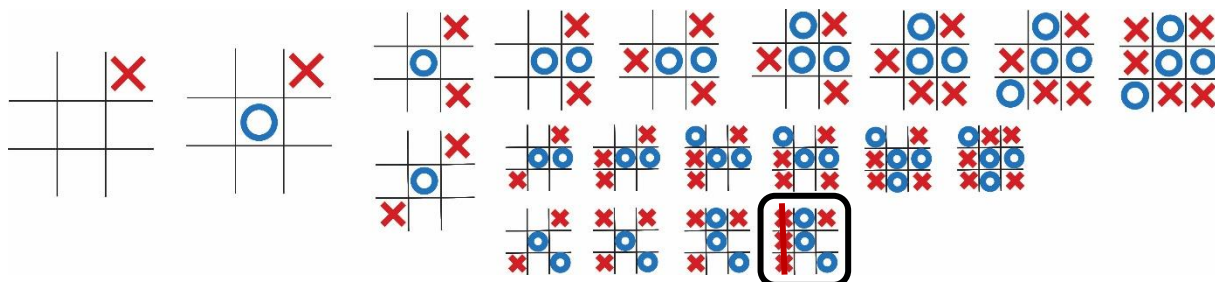
Upoštevanje obeh zgornjih trditev v nadaljevanju poimenujemo pametno igranje. Na spodnjih slikah je predstavljeno najino raziskovanje, kjer oba igralca igrata pametno in upoštevata obe zgornji pravili. Upoštevali sva tudi, da, kadar je bilo v nekem koraku več enakovrednih mest, sva pregledali vse možnosti.

Na sliki 10 v prvem koraku križec postavi svoj simbol na sredino, kjer ima po zgornji trditvi največ možnosti za zmago. Nato krožec svoj simbol postavi v enega od vogalov (zaradi simetrije je vseeno, v katerega). Križec lahko v tretjem koraku svoj simbol postavi na tri različna mesta (z upoštevanjem simetrije). Na vsakem od teh mest ima dve možnosti za sestavo trojice. Na enak način sva razmišljali tudi pri ostalih korakih in predstavili vse možnosti pametne igre, v kateri oba igralca igrata pametno.

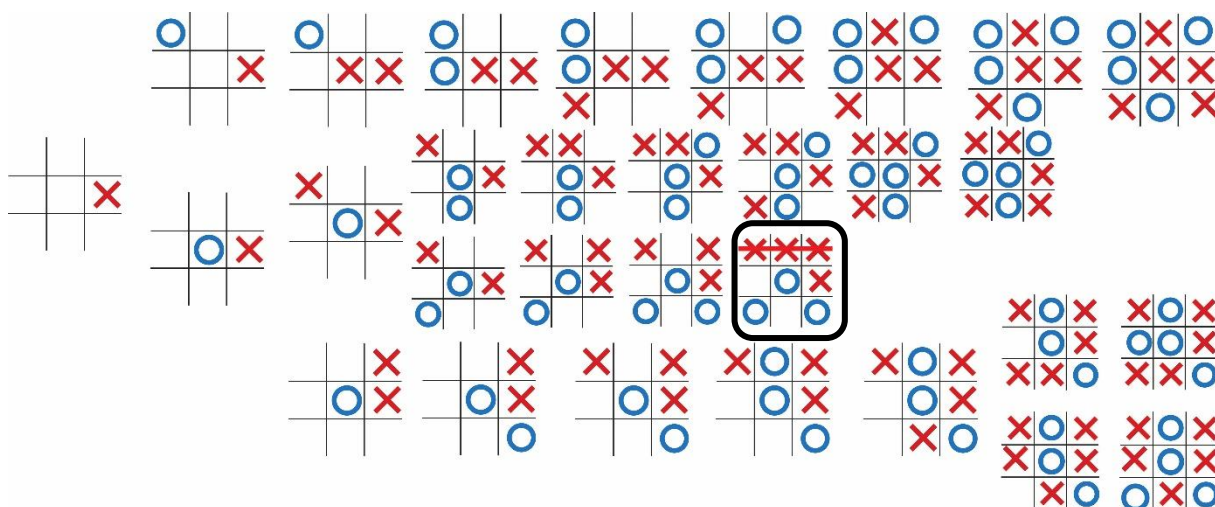


Slika 10: Pametno igranje - križec začne na sredini

Da bi odgovorili na raziskovalno vprašanje, če je igra izgubljena zaradi napačne prve poteze, sva preverili, kaj se zgodi, če križec svoj simbol postavi drugam, kot na sredino (kjer je največ možnosti za zmago). To prikazujeta sliki 11 in 12.



Slika 11: Pametno igranje - križec začne v vogalu



Slika 12: Pametno igranje - križec začne na robu

Pri raziskovanju vseh treh možnosti začetka sva ugotovili, da ne obstaja napačna prva poteza, ki bi vodila do tega, da igro vedno izgubimo.

Trditev 7: Zaradi napačne prve poteze igra ne more biti izgubljena.

Ne glede na to, katero od treh možnosti izberemo za prvo potezo, bo izid igre lahko neodločen, obstaja pa tudi možnost za zmago. Največ možnosti za zmago je, če začnemo na sredini ($3/8$), nato če začnemo v vogalu ($1/3$) in najmanj, če začnemo na robu ($1/5$). Kljub temu izkušeni igralci pogosto igro začnejo v vogalu, o čemer govoriva v naslednjem podpoglavju.

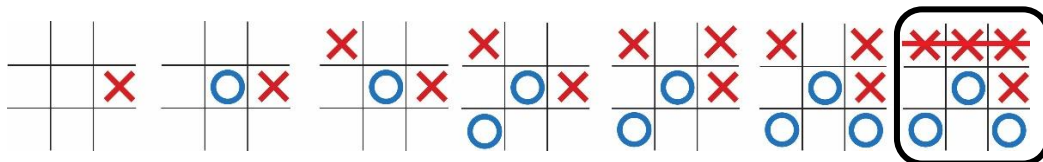
Iz zgornjih slik je razvidno, da je, če oba igralca igrata pametno, zelo malo možnosti za zmago križca, ki igro začne. Vidi se tudi, da krožec nikoli ne zmaga. Vidimo, da je zmaga križca mogoča samo takrat, ko imamo na izbiro več enakovrednih možnosti. To pomeni, da je v takem trenutku zmaga odvisna od izbire nasprotnika.

Trditev 8: Nemogoče je igrati tako, da vedno zmagamo, lahko pa vedno igramo tako, da je izid neodločen.

Iz slik zgoraj se vidi, da je pri vsaki začetni postavitvi križca izid igre lahko neodločen. Krožec pa vedno lahko prepreči zmago.

Na slikah lahko opazimo tudi, da je bolje začeti in da krožec nikoli ne zmaga, kar je dodaten dokaz za trditev 2.

Opazovali sva tudi, kako naj igra krožec. Na slikah 10, 11 in 12 lahko opazimo, da krožec igra pametno, pa kljub temu lahko izgubi, če igro začne križec. Spodaj je primer, kako krožec izgubi.



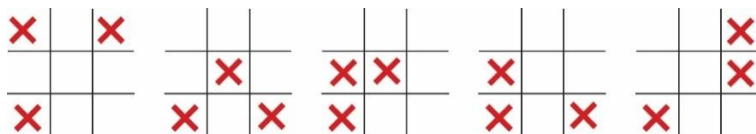
Slika 13: Krožec igra pametno, a zgubi

Razmišljali sva, katerih strategij se mora krožec držati, da prepreči zmago in bo izid neodločen.

Iz slike 13 je razvidno, da križec zmaga, ker si v petem koraku ustvari dva niza dveh simbolov, med katerima ni nasprotnikovih simbolov. Zmaga, ker krožec ne more blokirati obeh nizov hkrati.

Trditev 9: Za zmago je potrebno, da ustvarimo hkrati več nizov dveh simbolov, ki jih nasprotnik ne more blokirati v eni potezi.

Ta trditev velja, ker bi nas, če bi sestavili samo en niz dveh simbolov, v naslednjem koraku nasprotnik blokiral in nam preprečil zmago. Nekaj primerov več nizov dveh simbolov je na sliki 14.

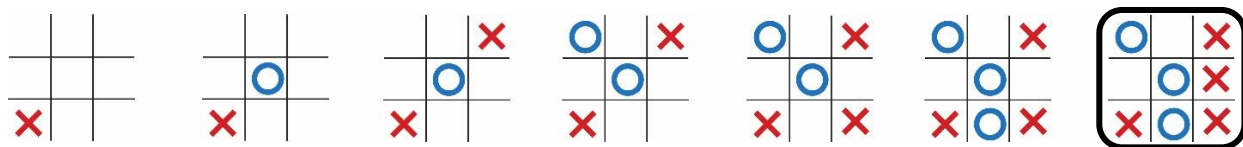


Slika 14: Več nizov dveh simbolov

Ugotovili sva tudi, da spodnja trditev ne velja vedno.

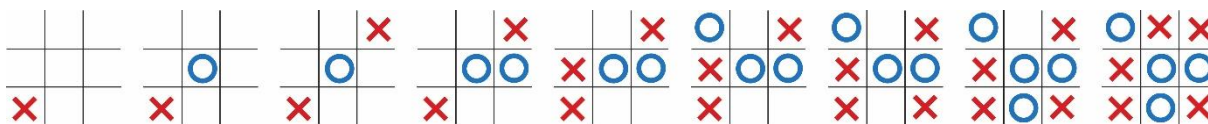
Trditev 10: Najpametneje je igrati tako, da simbol postavimo v sredino, nato v vogal in še le nazadnje na rob.

Čeprav ima simbol na sredini prazne mreže štiri možnosti za sestavo trojice, vogal tri in rob dve možnosti, se včasih zgodi, da ni vedno najpametneje upoštevati tega zaporedja pri izbiri postavitve simbolov.



Slika 15: Zaporedje sredina, vogal, rob za krožec ni ugodno

Kot vidimo na sliki 13, križec že v prvem koraku ne izbere sredine, na koncu pa kljub temu lahko zmaga. Ker se krožec pri igranju drži trditve 10, v tem primeru izgubi. Na spodnji sliki vidimo, da, če bi krožec v četrtem koraku namesto vogala izbral rob, bi bil izid igre neodločen.



Slika 16: Neodločen izid igre

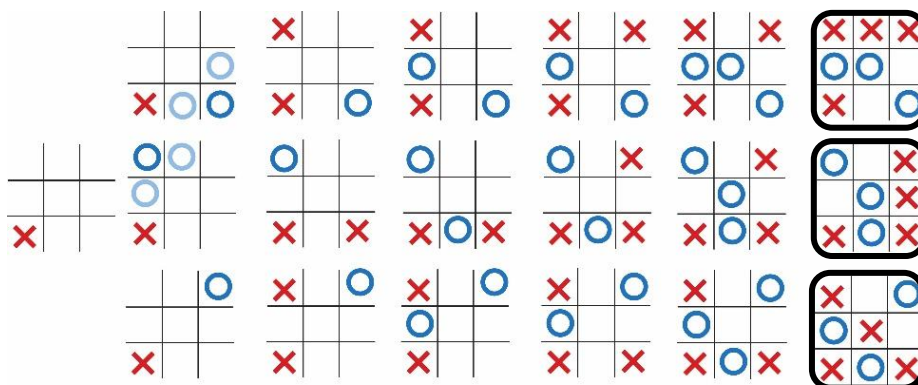
Na podlagi vsega, kar sva ugotovili, sva sestavili naslednjo hierarhijo strategij:

1. Če imaš možnost, postavi svoj simbol tja, kjer sta že dva tvoja simbola v vrsti, sestavi niz treh svojih simbolov v vrsti in zmagaj. Če si na vrsti in ima nasprotnik dva simbola v vrsti, ga blokiraj (trditev 5).
2. Bolje je igro začeti, kot začetek prepustiti nasprotniku (trditev 2).
3. Ustvari si hkrati več nizov dveh simbolov, ki jih nasprotnik ne more blokirati v eni potezi in prepreči nasprotniku, da si on ustvari več nizov (trditev 9).
4. Vedno postavi svoj simbol tja, kjer imaš največ možnosti, da sestaviš niz treh simbolov (trditev 6).
5. Igraj tako, da simbol postaviš v sredino, nato v vogal in šele nazadnje na rob (trditev 10).

Trditev 9 od nas zahteva, da razmišljamo nekaj korakov v naprej. Pri tem nam lahko pomagajo že znani triki igre križci in krožci, ki jih opiševa v naslednjem podpoglavju.

3.4 TRIKI PRI IGRANJU

Na spletu lahko najdemo veliko različnih trikov, mnogo od njih je objavljenih pod naslovom, ki obljublja vsakokratno zmago (Youtube: Always win Tic tac toe), kar ni mogoče, če imaš pametnega nasprotnika. Eden bolj znanih trikov je, da začnemo v enem od kotov. Če nasprotnik svoj simbol postavi na katerokoli polje, razen na sredino, je zmaga zagotovljena. Če pa nasprotnik svoj simbol postavi na sredino, lahko še vedno zmagamo ali pa je izid neodločen. Zmaga in neodločeni izidi, ko smo začeli v kotu in je nasprotnik svoj simbol postavil na sredino, so prikazani na sliki 11. Kako zmagamo, če nasprotnik simbola ne da na sredino, pa vidimo na spodnji sliki.



Slika 17: Kotna strategija

Našli sva tudi nekaj napotkov, ki nam pomagajo, da ne izgubimo, če začne nasprotnik. Opisani so na spletni strani Meishizui.com - Kako zmagati pri igri Tic tac toe. Če nasprotnik začne v

kotu, moramo svoj simbol postaviti na sredino. Naš naslednji simbol moramo nujno postaviti na rob in ne na vogal, razen, če moramo blokirati nasprotnika. Na ta način bi morala biti vsaka igra neodločena.

Če nasprotnik začne na sredini, moramo svoj simbol postaviti na vogal. Nato ga samo še blokiramo in izid bo neodločen.

Če nasprotnik začne na robu, moramo svoj simbol postaviti na sredino. Če nasprotnik svoj naslednji simbol postavi na nasprotni rob tako, da nastane vrstica XOX, lahko zmagamo, če naslednji simbol postavimo na kateri koli vogal.

Samo ena strategija, ki nam vedno omogoči zmago, ne obstaja. Na internetu sicer lahko najdemo veliko spletnih strani, ki se imenujejo »Kako vedno zmagati« in podobno, vendar vse prikažejo le koristne nasvete, ki nam pomagajo, da imamo več možnosti za zmago.

4 RAZPRAVA IN ZAKLJUČEK

V raziskovalni nalogi sva odgovorili na zastavljena vprašanja in prišli do zanimivih ugotovitev.

Ugotovili sva, kakšno je najmanjše in največje število korakov, potrebnih za zmago, da je pri igri bolje začeti kot prepustiti začetek nasprotniku, da strategija, ki vedno prinese zmago ne obstaja, saj je igra kot pri šahu odvisna od nasprotnika, možno pa je vedno igrati tako, da je izid neodločen.

Razmišljali sva, kako čim bolj pametno igrati igro križci in krožci in na podlagi raziskovanja sestavili naslednjo hierarhijo strategij:

1. Če imaš možnost, postavi svoj simbol tja, kjer sta že dva tvoja simbola v vrsti, sestavi niz treh svojih simbolov v vrsti in zmagaj. Če si na vrsti in ima nasprotnik dva simbola v vrsti, ga blokiraj.
2. Bolje je igro začeti, kot začetek prepustiti nasprotniku.
3. Ustvari si hkrati več nizov dveh simbolov, ki jih nasprotnik ne more blokirati v eni potezi in prepreči nasprotniku, da si on ustvari več nizov.
4. Vedno postavi svoj simbol tja, kjer imaš največ možnosti, da sestaviš niz treh simbolov.
5. Igraj tako, da simbol postaviš v sredino, nato v vogal in šele nazadnje na rob.

Zanimivo je, da je strategija, da postavimo simbol najprej v sredino, nato v vogal in šele nazadnje na rob, najbolj neuporabna, ker drži samo v določenih primerih in so vse ostale navedene strategije boljše od nje. Tako lahko hipotezo 2 ovrževa, ostale pa potrdiva.

Poskušali sva izračunati število vseh možnih iger, vendar števila nisva mogli natančno določiti. Ugotovili pa sva, da je to število manjše od 362 880 in kateri dejavniki vplivajo na to, da je v resnici iger manj.

Preiskali sva različne igre, kjer oba igralca igrata »pametno« - pri igri uporabljata prvo in četrto strategijo iz hierarhije strategij, ki ju kot logični omenja tudi članek iz revije Presek (Potočnik,

1998). Predvidevali sva, da če nasprotnik ne igra »pametno«, še lažje zmagamo. Presenetilo pa naju je, da to včasih ne drži in da je bolj pomembno paziti, da si nasprotnik ne ustvari več nizov dveh simbolov. Pri tem nam lahko koristi poznavanje nekaterih trikov, ki sva jih navedli v nalogi.

Zanimivo bi bilo raziskati čisto vse možnosti, tudi tiste, ko nasprotnik ne igra »pametno«, saj bi s tem morda odkrili še kakšen zanimiv trik ali pa še kakšno strategijo. Temo bi lahko razširili tudi na igro v prostoru 3 x 3 x 3 ali pa bi povečali mrežo na 4 x 4 ali 5 x 5 in opazovali igro štiri v vrsto in pet v vrsto itd. Lahko bi igri dodali še enega igralca na večji mreži.

Pri raziskovanju sva se zelo zabavali. Zelo sva bili ponosni, ko sva opazovali, kako nastaja čisto najina raziskovalna naloga. Uživali sva v preiskovanju možnosti in odkrivanju različnih strategij. Všeč nama je bilo, da zmagovalna strategija ne obstaja, saj sva mnenja, da so take igre bolj zanimive, ker so ti vedno v izziv, kot na primer šah. Igre z zmagovalno strategijo hitro niso več zabavne, ko ugotoviš »foro«, ker veš da lahko vedno zmagaš. Ni negotovosti, ki igro zaplete in jo naredi zanimivo. Pri raziskovanju strategij sva se učili strateškega razmišljanja. Upava, da bodo najine ugotovitve še komu pomagale pri igranju igre križci in krožci.

5 VIRI IN LITERATURA

Coolmath Games, *Tic Tac Toe History: Three-in-a-row through the ages*. Ogledano: 19. 3. 2022. Dostopno na:

<https://www.coolmathgames.com/blog/tic-tac-toe-history-three-in-a-row-thru-the-ages>

Gradišnik, B. (1993). *Igre: volčje in ovčje*: priročnik za hazarderje in proti njim. Ljubljana: DZS.

Meishizui.com, *Kako zmagati pri igri Tic tac toe*. Ogledano: 19. 3. 2022. Dostopno na:

https://sl.meishizui.com/31929/Kako_zmagati_pri_igri_Tic_Tac_Toe

Potočnik, P. (1998). *Križci in krožci oživiljeni*. V: Presek, letn. 26, št. 4, str. 226-229. Ogledano: 19. 3. 2022. Dostopno na: <http://www.presek.si/26/1376-Potocnik.pdf>

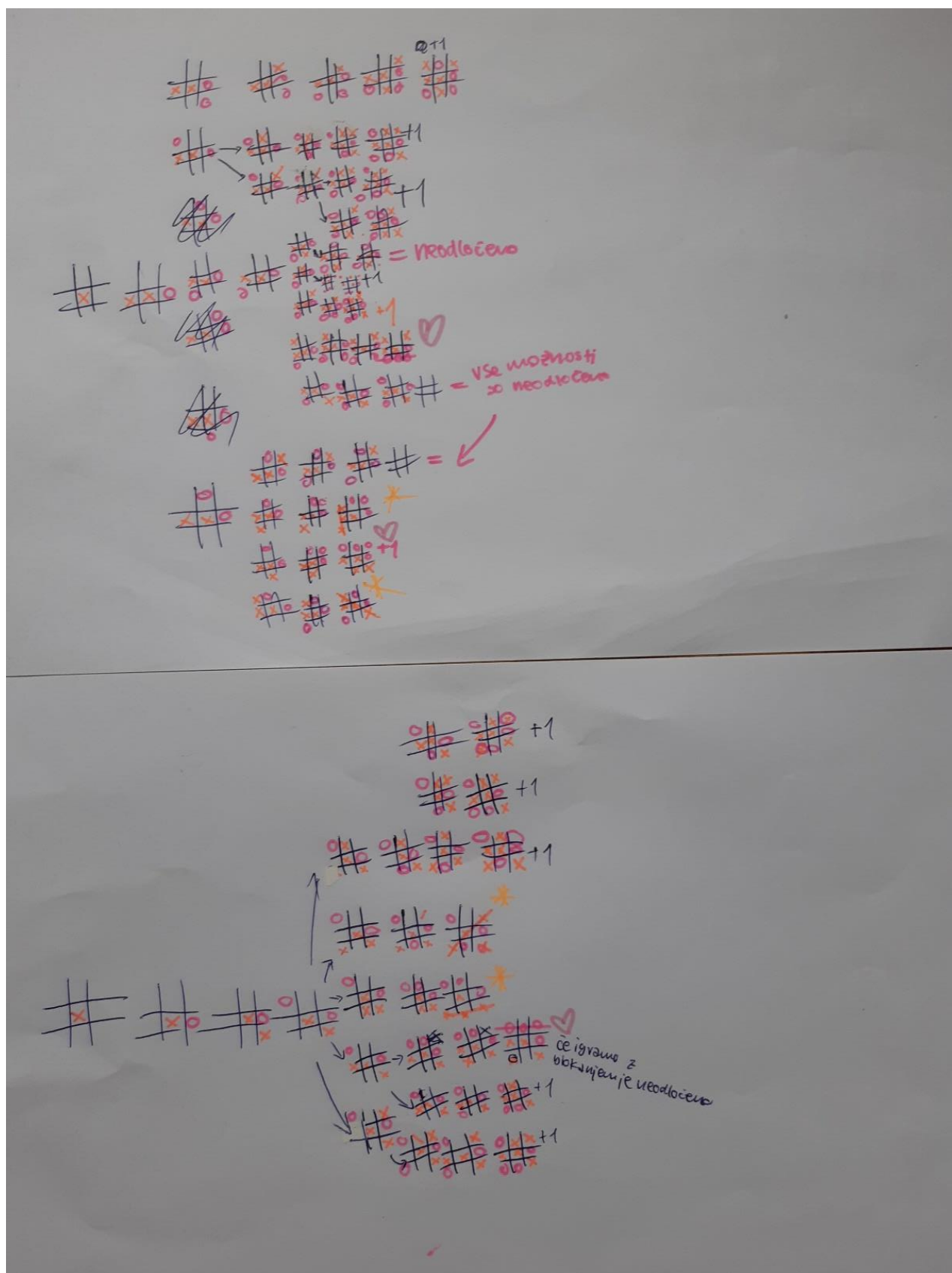
SSKJ, *Strategija*. Ogledano: 19. 3. 2022. Dostopno na:

https://fran.si/iskanje?FilteredDictionaryIds=130&View=1&Query=*strategija

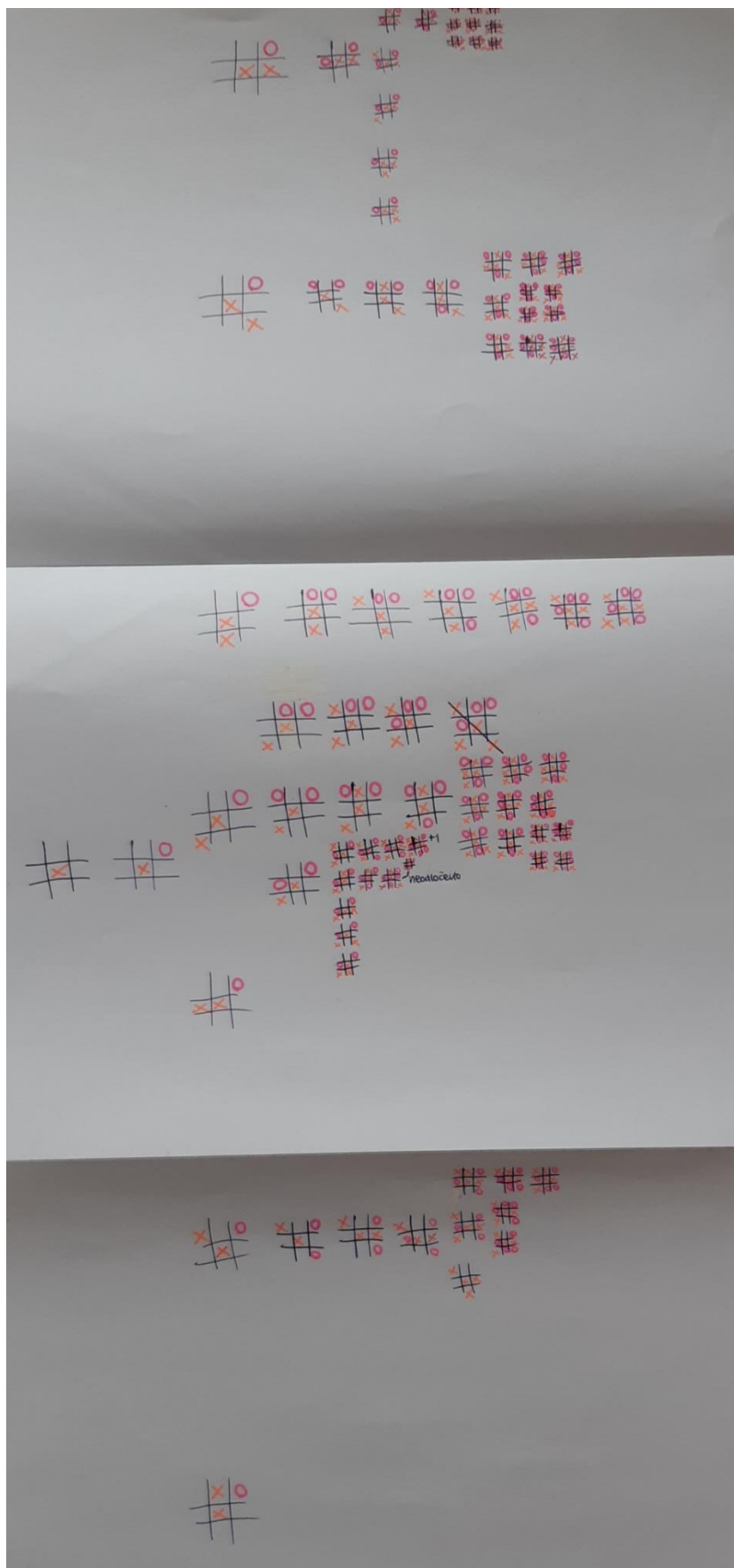
Youtube, *Always win Tic tac toe*. Ogledano: 19. 3. 2022. Dostopno na:

<https://www.youtube.com/watch?v=OmC07DvEayY>

6 PRILOGE



Priloga 1: Del preiskovanja z upoštevanjem samo trditve 5



Priloga 2: Nadaljevanje preiskovanja z upoštevanjem samo trditve 5