

Gimnazija Kranj

Koroška cesta 13, 4000 Kranj

ZAUSTAVLJANJE VRTEČEGA SE SPREDNJEGA KOLESA NA CESTNEM KOLESU

Raziskovalna naloga s področja fizike

Avtorica: Tjaša Sušnik

Mentor: mag. Oliver Ogris

Kranj, 2021

POVZETEK

Namen raziskovalne naloge je ugotoviti, kako se moč, ki zaustavlja vrteče se sprednje kolo, spreminja v odvisnosti od obodne hitrosti kolesa. Pri tem je bila določena zgolj moč, ki se pojavi kot posledica trenja v ležajih in zračnega upora, kadar celotno cestno kolo miruje glede na okoliški zrak (v praksi to pomeni, da piha veter »v hrbet« z enako hitrostjo, kot se premika cestno kolo). Naloga vsebuje dva ločena eksperimenta: v prvem z nihanjem sprednjega kolesa na kratki vrvici določam vztrajnostni moment kolesa, v drugem pa z merjenjem kotne hitrosti (z laserskim senzorjem) med zaustavljanjem kolesa določam obodno hitrost in pojemek. Pri tem vztrajnostni moment izračunam iz nihajnega časa po enačbi: $J = \frac{t_0^2 mgr}{4\pi^2}$, kotni pojemek pa po enačbi: $\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t_2 - t_1}$. Moč, ki pri tem zaustavlja kolo izračunam kot: $P = M\omega = J_c \alpha \omega$. Pri tem je J vztrajnostni moment kolesa okrog izbrane osi nihanja, J_c vztrajnostni moment okrog središča kolesa, t_0 nihajni čas, m masa kolesa, g gravitacijski pospešek, r polmer kolesa, α kotni pojemek, ω kotna hitrost, t čas, P moč in M navor. Rezultati podpirajo hipotezo, da moč, ki zaustavlja kolo, narašča z naraščanjem obodne hitrosti kolesa. Izkaže pa se, da je zveza med obodno hitrostjo in močjo precej zapletena, saj pri nižjih hitrostih prevladuje sila trenja v ležajih, pri višjih hitrostih pa sila zračnega upora. Če kolo vozi brez spodsavanja je obodna hitrost kolesa enaka hitrosti, s katero se premika cestno kolo. Na podlagi rezultatov je bila narejena tudi ocena za moč, ki bi zaustavljala sprednje kolo pri hitrosti $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, kar je realna hitrost kolesarjev na kolesarskih dirkah. Izračunana je bila tudi moč, ki bi zaustavljala kolo, če bi upoštevali, da se trenje v ležajih poveča, ko na kolo sede kolesar z neko maso.

ABSTRACT

The aim of this research was to investigate how the power stopping the spinning front bicycle wheel depends on the peripheral velocity of the wheel. Only the power due to friction in the bearing of the front wheel and air resistance when the whole bike is at rest relative to the surrounding air (which means that there is tailwind (wind in the direction of bike motion) blowing with the same speed as the road bike is moving) was determined. The research involves two separate experiments: in the first, the moment of inertia was determined by oscillating the front wheel on a short string, and in the second experiment peripheral velocity and angular deceleration was determined by measuring angular velocity using the photogate sensor while the wheel was stopping. The moment of inertia was calculated according to the equation: $J = \frac{t_0^2 mgr}{4\pi^2}$, and angular deceleration according to the equation: $\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t_2 - t_1}$. Power stopping the wheel was calculated as: $P = M\omega = J_c \alpha \omega$. Here J is the moment of inertia around the chosen axis, J_c is moment of inertia around the centre of the wheel, t_0 is the period of oscillation, m is mass of the wheel, g is gravitational acceleration, r is radius of the wheel, α is angular deceleration, ω is angular velocity, t is time, P is power and M is torque. Results confirmed the hypothesis that power stopping the wheel increases with increasing peripheral velocity of the wheel. However, it turns out that the relationship between peripheral velocity and power is quite complex because friction in the bearing plays the major role at lower velocities but air friction becomes more important at higher velocities. If the wheel rolls without slipping, peripheral velocity of the wheel has the same magnitude as speed of the road bike. According to the results a prediction of power that would be stopping the front wheel at speed $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, which is a realistic value of cyclists' speed in a race. Also, the power that would be stopping the wheel, taking into account that friction in the bearing increases when a cyclist with certain mass is riding the bike, was calculated.

VSEBINSKO KAZALO

POVZETEK	1
ABSTRACT	1
KAZALO SLIK.....	3
KAZALO GRAFOV	3
KAZALO PREGLEDNIC.....	3
UVOD	4
TEORETIČNO OZADJE.....	4
RAZISKOVALNO VPRAŠANJE	5
HIPOTEZA.....	5
SPREMENLJIVKE.....	5
NEODVISNA SPREMENLJIVKA	5
ODVISNA SPREMENLJIVKA	5
KONTROLNE SPREMENLJIVKE.....	5
PRIPOMOČKI.....	6
POSTOPEK.....	7
1. Določanje vztrajnostnega momenta	7
2. Zaustavljanje kolesa	7
PODATKI IN ANALIZA	8
1. Določanje vztrajnostnega momenta	8
2. Zaustavljanje kolesa	9
ZAKLJUČEK	14
Varnost	14
Prednosti in pomanjkljivosti	14
Izboljšave	16
VIRI IN BIBLIOGRAFIJA	17
PRILOGA.....	18

KAZALO SLIK

Slika 1: Sprednje kolo	6
Slika 2: Eksperimentalno določanje vztrajnostnega momenta	7
Slika 3: Eksperiment: Zaustavljanje kolesa	7
Slika 4: Meritve kolesa	9
Slika 5: Izbiranje točk na grafu kotne hitrosti v odvisnosti od časa tako, da ležijo na sredini med hribom in dolino na grafu	10

KAZALO GRAFOV

Graf 1: Kotna hitrost v odvisnosti od časa	10
Graf 2: Kotni pojemek v odvisnosti od časa	13
Graf 3: Moč, ki zaustavlja sprednje kolo v odvisnosti od hitrosti	13
Graf 4: Model moči, ki zaustavlja vrteče sprednje kolo, v odvisnosti od časa za kolesarja in kolo z maso približno 60 kg	15
Graf 5: Kotna hitrost v odvisnosti od časa za 4 različne ponovitve	18

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Nihajni časi	8
Preglednica 2: Meritve in izračunane kotne hitrosti (ω), kotni pojмки (α), hitrosti (v), in moč (P)	12

UVOD

V prostem času treniram cestno kolesarstvo, kjer uspeh na dirki največkrat ni odvisen le od kolesarjevih sposobnosti, ampak tudi od kolesa in opreme. Če želimo ugotoviti, katera oprema bo najprimernejša, je potrebne precej fizike, in v tej raziskovalni nalogi bom preverila, koliko moči se izgublja zgolj z vrtenjem sprednjega kolesa, brez upoštevanja sile trenja s podlago (koeficient trenja je namreč odvisen od podlage: asfalt, makadam, tlakovci itd.).

Za določitev moči, ki zaustavlja vrteče se sprednje kolo, je najprej treba izmeriti kotni pojemek in vztrajnostni moment kolesa.

Kotni pojemek je bil določen z eksperimentom, v katerem sem zavrtela kolo in laserskim senzorjem določila čase, ob katerih so napere prekinile laserski žarek.

Vztrajnostni moment je bil določen z eksperimentom, v katerem je kolo nihalo na kratki vrvi, pri tem pa sem izmerila nihajni čas.

TEORETIČNO OZADJE

Krožno gibanje zahteva, da na telo deluje sila, usmerjena proti središču kroženja. Posledično je tudi pri enakomernem kroženju prisoten centripetalni pospešek, ker se spreminja smer vektorja hitrosti (ki je vedno tangento na orbito kroženja).

Kadar pa se kolo zaustavlja, se poleg smeri spreminja še velikost hitrosti. V tem primeru veljajo naslednje enačbe:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\varphi = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = 2\alpha\varphi$$

Kjer je: φ kot zasuka (kot, ki ga vrteče se telo opiše v določenem časovnem intervalu), ω kotna hitrost (ki pove, kako hitro se kot φ spreminja s časom t : $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$) in α kotni pospešek (ki pove, kako hitro se kotna hitrost ω spreminja s časom t : $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$).

Računalniški program Vernier Graphical Analysis, uporabljen v tej raziskavi, je kotno hitrost izračunal po enačbi: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, kjer je $\Delta\varphi$ vedno 22.5° , kot med dvema zaporednima naperama na kolesu.

Kotni pojemek je posledica navora, ki ga povzročata zračni upor in sila trenja v ležajih. Navor lahko izračunamo po enačbi: $M = Fd$, kjer je M navor okrog izbrane osi, F sila in d pravokotna ročica, ki je najkrajša razdalja med vrtiliščem in premico, na kateri leži sila. (Tsokos, 2016)

Podobno lahko zamenjamo gibalno količino za vrtilno količino: $\Gamma = J\omega$, kjer je Γ vrtilna količina, J vztrajnostni moment okrog izbrane osi in ω kotna hitrost okrog te osi. Vztrajnostni moment je odvisen od osi rotacije, mase telesa in razporeditve te mase (oblike telesa). Navor je hitrost spreminjanja vrtilne količine s časom: $M = \frac{\Delta\Gamma}{\Delta t} = \frac{J\Delta\omega}{\Delta t} = I\alpha$. (Tsokos, 2016)

Vztrajnostni moment je bil določen za os, ki je oddaljena razdaljo r od težišča, ko je kolo nihalo okrog te osi. Iz nihajnega časa t_0 je bil izračunan kot: $t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgr}} \Rightarrow J = \frac{t_0^2 mgr}{4\pi^2}$ (Nave, 2016)

Da bi določili vztrajnostni moment za os skozi središče kolesa, je bil uporabljen Steinerjev izrek (poznani tudi kot Huygens-Steinerjev izrek ali redkeje izrek o vzporedni osi). Povezuje vztrajnostni moment okrog katere koli osi z njeno vrednostjo okrog vzporedne osi, ki poteka skozi težišče: $J = J_C + mr^2$. Pri tem je J vztrajnostni moment okrog izbrane osi, J_C vztrajnostni moment okrog težišča in r razdalja med tema osema. (Abdulghany, 2017)

RAZISKOVALNO VPRAŠANJE

Kako je moč (P), ki zaustavlja vrteče se sprednje kolo, in je posledica zračnega upora in sile trenja v ležajih, odvisna od obodne hitrosti (v) vrtečega kolesa?

Obodno hitrost sem izbrala, ker je enaka hitrosti premikajočega se cestnega kolesa, kadar kolesa ne spodrsavajo.

HIPOTEZA

Moč, ki zaustavlja vrteče sprednje kolo, narašča z naraščanjem obodne hitrosti kolesa, ker zračni upor narašča z naraščajočo hitrostjo (glede na enačbo $F_d = \frac{1}{2} \rho A c v^2$ (Nave, 2016)) medtem ko navor v ležajih ostaja konstanten.

SPREMENLJIVKE

NEODVISNA SPREMENLJIVKA

Obodna hitrost¹ (v).

Hitrost se je spreminjala s časom, ko se je kolo zaustavljalo. Izmerjena je bila z laserskim senzorjem, ki je zabeležil čase, ob katerih so napere prečkale laserski žarek. Iz kotne hitrosti je bila obodna hitrost izračunana kot $v = \omega r$. Obodna hitrost ima enako velikost kot hitrost, s katero bi se premikalo celotno cestno kolo, če predpostavimo, da se kolo kotali brez spodrsavanja.

ODVISNA SPREMENLJIVKA

Moč, ki zaustavlja vrteče se sprednje kolo (P).

V prvem delu eksperimenta so bile opravljene vse meritve, potrebne za izračun moči (masa, vztrajnostni moment, polmer kolesa), potem pa je bila izračunana moč. Moč in hitrost povezuje enačba: $P = M\omega = \frac{Mv}{r} = \frac{J\omega v}{r}$. (Lumenlearning, n. d.)

KONTROLNE SPREMENLJIVKE

Lega laserskega senzorja in laserja je bila stalna, edin premikajoč se objekt je bilo sprednje kolo, ki se je vrtelo. To pomeni, da je bila kotna hitrost lahko izračunana iz časov, ob katerih so napere prečkale laserski žarek.

¹ Obodna hitrost = hitrost kolesa, zato bo zaradi preglednosti v nadaljevanju v besedilu označena zgolj kot hitrost.

Pretok zraka je bil omejen, da ne bi povzročal dodatnega zračnega upora. Eksperiment je bil namreč opravljen v sobi z zaprtimi okni in vrati.

Temperatura in tlak sta bila med eksperimentom konstantna ($22.0^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ in $1.00 \text{ bar} \pm 0.05 \text{ bara}$), ker je zračni upor (F) odvisen od gostote zraka (zračni upor je pogosto izražen kot: $F = \frac{1}{2}\rho A c v^2$, pri čemer je ρ gostota zraka), ki je funkcija temperature in tlaka ($pV = nRT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$).

Tlak v zračnici kolesa je bil konstanten in je znašal $6.5 \text{ barov} \pm 0.1 \text{ bar}$.

PRIPOMOČKI

- Sprednje kolo
- Laser
- Svetlobna vrata (Vernier-jev senzor)
- Tehnica ($\pm 1 \text{ g}$)
- Merilni trak ($\pm 0.05 \text{ cm}$)
- Štoparica ($\pm 0.01 \text{ s}$)
- Stojalo za kolo
- Stojalo za fotoaparata (za pritrditev laserja)
- Elastike (za dodatno pritrditev kolesa)
- Računalnik
- Vernier Graphical Analysis – računalniški program za analizo podatkov
- Microsoft Excel - računalniški program za analizo podatkov
- Logger Pro - računalniški program za analizo podatkov

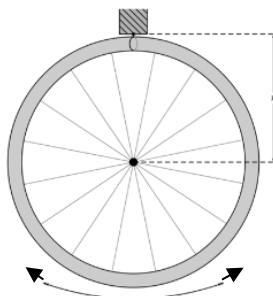


Slika 1: Sprednje kolo

POSTOPEK

1. Določanje vztrajnostnega momenta

1. Sprednje kolo je bilo vzeto iz cestnega kolesa in pritrjeno na zelo kratko vrvico (z zanemarljivo dolžino), da je bilo zagotovljeno, da težišče niha na polmeru r okrog osi.
2. Potem je bilo odmaknjeno za majhen kot in izmerjen je bil čas 10 nihajev (glej *Preglednico 1*).



Slika 2: Eksperimentalno določanje vztrajnostnega momenta

2. Zaustavljanje kolesa

1. Kolo je bilo vpeto v stojalo in krmilo je bilo dodatno fiksirano z elastikami.
2. Svetlobna vrata so bila prilepljena na mizo za sprednjim kolesom tako, da je bil laserski žarek usmerjen pravokotno na sprednje kolo v svetlobna vrata.
3. Laserska vrata so bila povezana z računalnikom in Vernier Graphical Analysis je bil uporabljen za meritve vsake izmed ponovitev.
4. Z roko sem zavrtela kolo in vključila računalniški program. Program je prenehal beležiti podatke, ko se je kolo popolnoma zaustavilo.
5. Korak 4 je bil ponovljen še trikrat.



Slika 3: Eksperiment: Zaustavljanje kolesa

PODATKI IN ANALIZA

1. Določanje vztrajnostnega momenta

$$m = (984 \pm 1) \text{ g} = (0.984 \pm 0.001) \text{ kg}, (\delta m \approx 0.001)^2$$

$$r = (34.5 \pm 0.1) \text{ cm} = (0.345 \pm 0.001) \text{ m}, (\delta r \approx 0.003)$$

Vrednost gravitacijskega pospeška za Kranj (mesto, v katerem je potekal eksperiment) je: $g = (9.80638 \pm 0.00001) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Adams, 2014); ($\delta g \approx 1 \cdot 10^{-6}$)

$10 \cdot t_0 \text{ [s]} \pm 0.01 \text{ s}$	$t_0 \text{ [s]} \pm 0.001 \text{ s}$
15.21	1.521
15.51	1.551
15.32	1.532
15.48	1.548
15.60	1.560
15.57	1.557

Preglednica 1: Nihajni časi

Absolutna napaka nihajnega časa t_0 je bila določena kot največja razlika med povprečno vrednostjo nihajnega časa t_0 in posamezno meritvijo nihajnega časa t_0 : $\Delta t_0 = \bar{t}_0 - t_{0_1} = 1.5448 \text{ s} - 1.521 \text{ s} = 0.024 \text{ s}$

$$t_0(\text{average}) = (1.54 \pm 0.02) \text{ s}, (\delta t_0 \approx 0.02)$$

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgr}} \Rightarrow J = \frac{t_0^2 mgr}{4\pi} = \frac{(1.54 \text{ s})^2 \cdot 0.984 \text{ kg} \cdot 9.80638 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0.345 \text{ m}}{4\pi} = 0.6324651502 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\delta J = 2\delta t_0 + \delta m + \delta g + \delta r = 2 \cdot 0.02 + 0.001 + 1 \cdot 10^{-6} + 0.003 \approx 0.04$$

$$J = (0.63 \pm 0.02) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Za izračun vztrajnostnega momenta okrog osi skozi središče kolesa je bil uporabljen Steinerjev izrek, pri čemer je bilo predpostavljeno, da je središče kolesa tudi njegovo težišče. (Abdulghany, 2017).

$$J_C = J - mr^2 = 0.6324651502 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 - 0.984 \text{ kg} \cdot (0.345 \text{ m})^2 = 0.5153445502 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Delta mr^2 = mr^2 \cdot \delta mr^2 = mr^2 \cdot (\delta m + 2 \cdot \delta r) = 0.984 \text{ kg} \cdot (0.345 \text{ m})^2 \cdot (0.001 + 2 \cdot 0.003) = 0.0002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Delta J_C = \Delta J + \Delta mr^2 = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.0002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \approx 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_C = (0.52 \pm 0.02) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

² Nekatere vrednosti v računih so že zaokrožene na primerno število veljavnih mest, da je besedilo preglednejše. Ko so bile vrednosti vstavljen v računalno, so bile vedno uporabljene nezaokrožene vrednosti.

2. Zaustavljanje kolesa

Zbrani so bili 4 grafi kotne hitrosti v odvisnosti od časa (glej *Prilogo*), da sem se prepričala, da so zbrani podatki zanesljivi in ponovljivi. Te grafe je računalniški program Vernier Graphical Analysis naredil samodejno iz časov, ko so napere prečkale laserski žarek, in iz podatka o številu naper na kolesu. Kolo, uporabljeno v tem eksperimentu, ima 16 naper, ki so enakomerno razporejene, kar pomeni, da je kot med dvema zaporednima naperama 22.5° oz. 0.392699 rad.

$$x = (56.6 \pm 0.5) \text{ mm}$$

$$l = (290.0 \pm 0.5) \text{ mm}$$

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{x}{l}$$

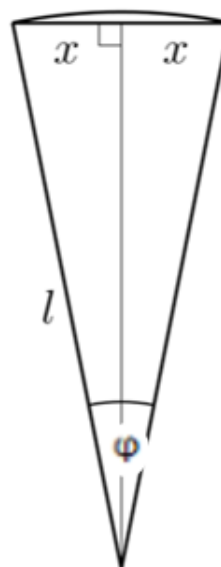
$$\varphi_{max} = 2 \cdot \arcsin \left(\frac{(56.6 + 0.5) \text{ mm}}{(290.0 - 0.5) \text{ mm}} \right) = 22.75^\circ$$

$$\varphi_{min} = 2 \cdot \arcsin \left(\frac{(56.6 - 0.5) \text{ mm}}{(290.0 + 0.5) \text{ mm}} \right) = 22.27^\circ$$

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{2} = \frac{22.75^\circ - 22.27^\circ}{2} = 0.2^\circ$$

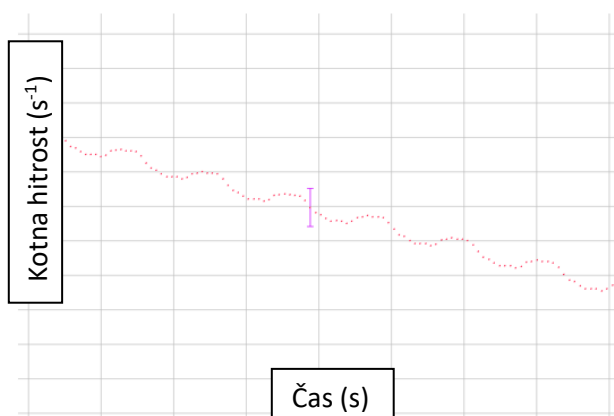
$$\varphi = (22.5 \pm 0.2)^\circ$$

$$\delta\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\varphi} = 0.01$$

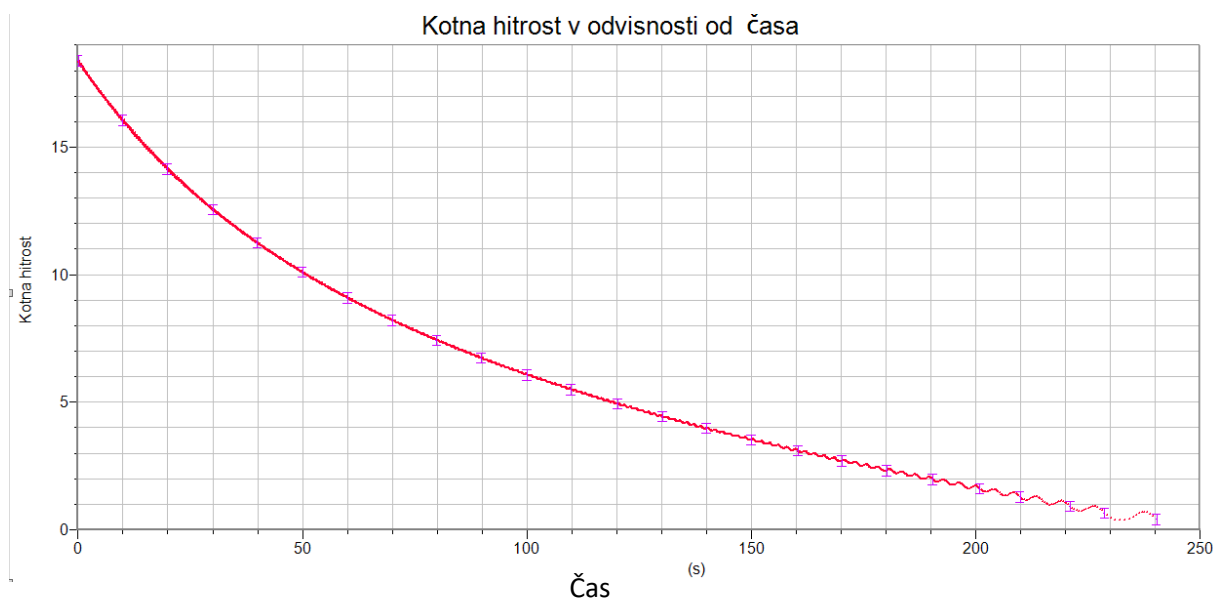


Slika 4: Meritve kolesa

Potem je bil eden izmed grafov izbran za nadaljnjo obdelavo. Zaradi lažje obravnave je bilo izmed več tisoč točk izbranih 25 točk, tako, da je med zaporednima točkama približno 10 s in da vsaka izmed njih leži na sredini med hribom in dolino »valov« na grafu, ki so nastali kot posledica opletanja kolesa. Kako so bile te točke izbrane, prikazuje Slika 5, ki je zgolj povečan odsek grafa: *Kotna hitrost v odvisnosti od časa*, zato ni označenih nobenih vrednosti časa in kotne hitrosti. Ker masa kolesa ni povsem enakomerno razporejena okoli osi kroženja, je sprednje kolo in posledično celotno cestno kolo začelo opletati s frekvenco $\frac{1}{t_0}$ (t_0 je v tem primeru obhodni čas = čas enega vrtljaja kolesa v eksperimentu *Zaustavljanje kolesa*, ne pa nihajni v eksperimentu *Določanje vztrajnostnega momenta*). Do tega je prišlo, ker kolo ni bilo povsem togo vpeto. Predvsem proti koncu, ko je bila hitrost že zelo nizka, je imela masa ventilčka velik vpliv na kotno hitrost, kar je prav tako vidno na grafu: *Kotna hitrost v odvisnosti od časa* (krivulja ni gladka, ampak je valovita). Takrat kolo sicer ne opleta več, ampak teža ventilčka povzroča dodaten navor. Kolo se je vedno zaustavilo v legi, kjer je bil ventilček na spodnji strani kolesa. Opletanje je bilo tako predvidljivo, da sem brez težav lahko predvidevala, da bi krivulja brez opletanja potekala skozi sredino valovite krivulje, kar pomeni, da so intervali napak odvisni le od napake kota. Kotno hitrost ob teh časih (25 izbranih točk), ω , je izračunal računalniški program kot: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{22,5^\circ}{\Delta t}$. Ker so imele vrednosti časa 4 ali več veljavnih mest, lahko napake časa v izračunih zanemarimo.



Slika 5: Izbiranje točk na grafu kotne hitrosti v odvisnosti od časa tako, da ležijo na sredini med hribom in dolino na grafu



Graf 1: Kotna hitrost v odvisnosti od časa

Vrednosti α , v , in P so bile izračunane v računalniškem programu Excel, zato bodo izračuni s številkami prikazani le za en primer.

$$\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t_2 - t_1} = \frac{18.39243278 \text{ s}^{-1} - 16.04965874 \text{ s}^{-1}}{9.989812 \text{ s} - 0.021415 \text{ s}} = 0.235020138 \text{ s}^{-2}$$

Relativna napaka φ je enaka relativni napaki ω , ker je napaka časa zanemarljiva. Iz tega lahko izračunamo relativno napako α kot:

$\delta\alpha = \delta(\omega_1 - \omega_2) + \delta(t_1 - t_2)$, ker pa je relativna napaka časa zanemarljiva, sledi:

$$\begin{aligned} \delta\alpha &= \delta(\omega_1 - \omega_2) = \frac{(\delta\omega \cdot \omega_1 + \delta\omega \cdot \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_2)} = \delta\omega \cdot \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_2)} = 0.01 \cdot \frac{(18.39243278 \text{ s}^{-1} + 16.04965874 \text{ s}^{-1})}{(18.39243278 \text{ s}^{-1} - 16.04965874 \text{ s}^{-1})} \\ &= 0.147014142 \end{aligned}$$

To je približna vrednost α ob času $t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{0.021415 \text{ s} + 9.989812 \text{ s}}{2} = 5.0056135 \text{ s}$. Torej smo dobili 24 vrednosti α , vsaka izmed njih za čas med dvema zaporednima vrednostma časa na prvotnem grafu. Za nadaljnje izračune je bila približna vrednost ω za vsakega izmed teh 24 novih vrednosti časa izračunana kot:

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{18.39243278 \text{ s}^{-1} + 16.04965874 \text{ s}^{-1}}{2} = 17.22104576 \text{ s}^{-1}.$$

Te vrednosti ω so bile potem uporabljene za izračun hitrosti ob teh 24 vrednostih časa:

$$v = \omega r = 17.22104576 \text{ s}^{-1} \cdot 0.345 \text{ m} = 5.941260787 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Moč je bila izračunana kot:

$$P = M\omega = J_c \alpha \omega = 0.5153445502 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 0.235020138 \text{ s}^{-2} \cdot 17.22104576 \text{ s}^{-1} = 2.08575016 \text{ W}.$$

Potem je bila izračunana še relativna napaka P :

$$\delta P = \delta J_c + \delta\alpha + \delta\omega = 0.0451112687 + 0.147014142 + 0.01 = 0.202125411 \approx 0.2.$$

Relativna napaka hitrosti je bila:

$$\delta v = \delta\omega + \delta r = 0.01 + 0.0028985507246377 = 0.0038985507246377 \approx 0.004.$$

Intervali napak so prikazani na grafih 2 in 3, vendar so napake časa premajhne, da bi bili intervali napak za čas vidni na grafu. Za α in P so bile izračunane absolutne napake in so prikazane v *Preglednici 2*:

$$\Delta\alpha = \delta\alpha \cdot \alpha = 0.147014142 \cdot 0.235020138 \text{ s}^{-2} = 0.034551284 \text{ s}^{-2} \approx 0.03 \text{ s}^{-2}$$

$$\Delta P = \delta P \cdot P = 0.202125411 \cdot 2.08575016 \text{ W} = 0.421583108 \text{ W} \approx 0.4 \text{ W}$$

Tjaša Sušnik: Zaustavljanje vrtečega se sprednjega kolesa na cestnem kolesu

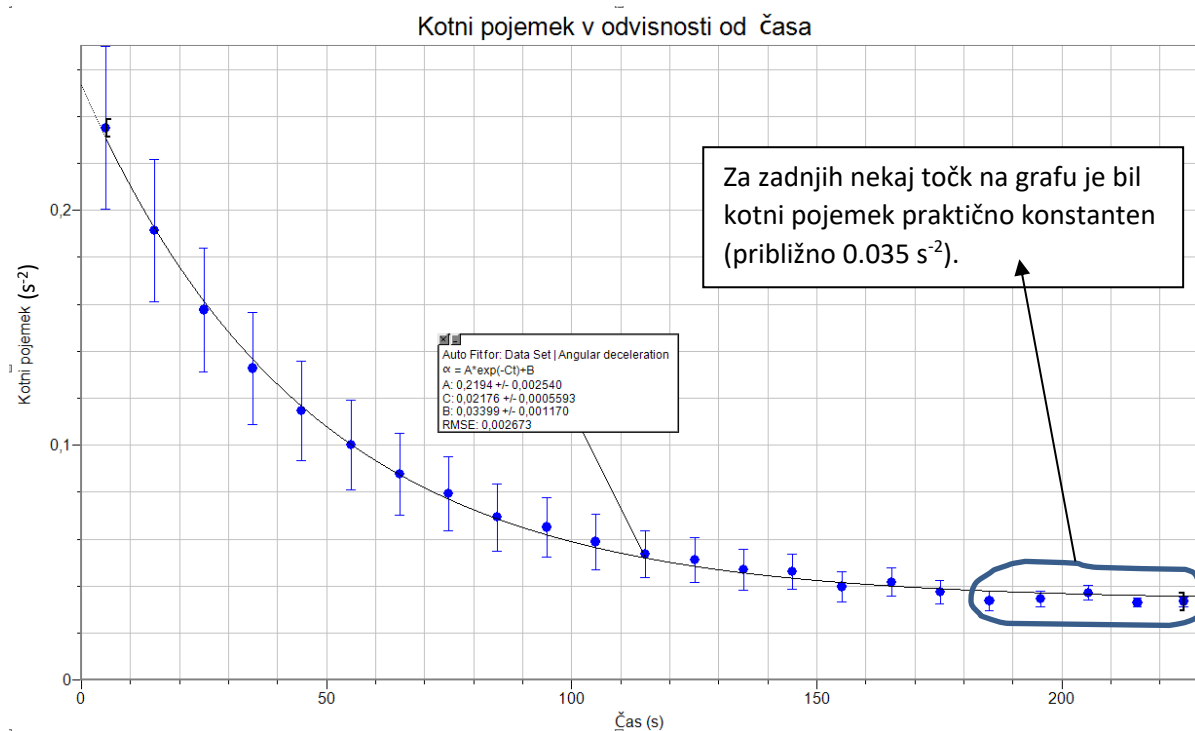
t [s] (±0.000001 s)	ω [s ⁻¹] (± 1 %)	t [s] (± 0.000001 s)	ω [s ⁻¹] (± 1 %)	α [s ⁻²]	v [$\frac{\text{km}}{\text{h}}$] (± 1 %)	P [W]
0.021415	18.4					
		5.0056135	17.2	0.23 ± 0.03	21.4	2.1 ± 0.4
9.989812	16.0					
		14.9655965	15.1	0.19 ± 0.03	18.8	1.5 ± 0.3
19.94138	14.1					
		24.993209	13.4	0.16 ± 0.03	16.6	1.1 ± 0.2
30.04504	12.6					
		35.001619	11.9	0.13 ± 0.02	14.8	0.8 ± 0.2
39.9582	11.2					
		44.971164	10.7	0.11 ± 0.02	13.2	0.6 ± 0.2
49.98413	10.1					
		55.0048175	9.6	0.10 ± 0.02	11.9	0.5 ± 0.1
60.02551	9.09					
		64.9993225	8.65	0.088 ± 0.02	10.7	0.4 ± 0.1
69.97314	8.21					
		74.9463445	7.82	0.08 ± 0.02	9.7	0.32 ± 0.08
79.91955	7.42					
		84.88584	7.08	0.07 ± 0.01	8.80	0.25 ± 0.07
89.85213	6.74					
		94.9783335	6.40	0.06 ± 0.01	7.95	0.21 ± 0.05
100.1045	6.07					
		104.996411	5.78	0.06 ± 0.01	7.18	0.18 ± 0.04
109.8883	5.50					
		115.049745	5.22	0.05 ± 0.01	6.48	0.14 ± 0.04
120.2112	4.94					
		125.1994935	4.69	0.051 ± 0.009	5.82	0.12 ± 0.03
130.1878	4.43					
		135.102596	4.20	0.047 ± 0.009	5.22	0.10 ± 0.02
140.0174	3.97					
		145.002493	3.74	0.046 ± 0.008	4.65	0.09 ± 0.02
149.9876	3.51					
		155.2061135	3.31	0.040 ± 0.006	4.12	0.07 ± 0.01
160.4247	3.10					
		165.3069985	2.90	0.042 ± 0.006	3.60	0.06 ± 0.01
170.1893	2.69					
		175.183231	2.51	0.037 ± 0.005	3.11	0.048 ± 0.009
180.1771	2.32					
		185.2799165	2.15	0.034 ± 0.004	2.67	0.037 ± 0.007
190.3827	1.98					
		195.662046	1.80	0.035 ± 0.003	2.23	0.031 ± 0.005
200.9414	1.61					
		205.409689	1.45	0.037 ± 0.003	1.80	0.028 ± 0.004
209.878	1.28					
		215.4754935	1.10	0.033 ± 0.002	1.36	0.019 ± 0.002
221.073	0.914					
		224.917457	0.785	0.033 ± 0.002	0.975	0.014 ± 0.002
228.7619	0.657					
		234.5282565	0.530	0.0219 ± 0.0009	0.659	0.0060 ± 0.0006
240.2946	0.404					

Preglednica 2: Meritve³ in izračunane kotne hitrosti (ω), kotni pojemki (α), hitrosti (v), in moč (P)

³ Vrednosti α in P v Preglednici 2 so že zaokrožene na primerno število veljavnih mest. Pri računanju so bile uporabljene nezaokrožene vrednosti.

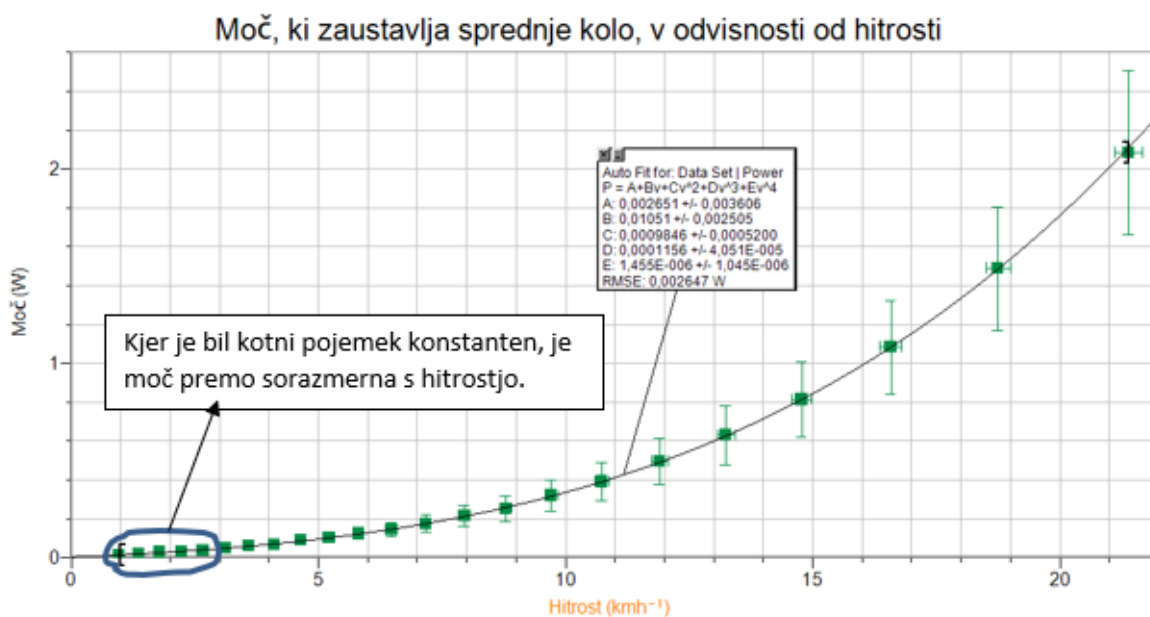
Če narišemo graf, opazimo, da zadnja točka (ob času $t=234.5$ s) leži izven dosega intervala napak krivulje in zato ne ustreza predvideni krivulji. Zato je bila izločena iz grafa in ni bila vključena niti v nadaljnjih grafih.

Narejen je bil graf kotnega pojemka (α) v odvisnosti od časa (t), ki je bil potem aproksimiran s krivuljo, ki se matematično najbolje prilaga točkam, kar se je izkazalo, da je eksponentna funkcija.



Graf 2: Kotni pojemek v odvisnosti od časa

Narejen je bil še graf moči, ki zaustavlja vrteče se kolo, (P) v odvisnosti od hitrosti, in zopet je bila za aproksimacijo izbrana krivulja, ki se matematično najbolje prilaga točkam. Izkazalo se je, da je ta krivulja polinom četrte stopnje.



Graf 3: Moč, ki zaustavlja sprednje kolo v odvisnosti od hitrosti

ZAKLJUČEK

Čeprav se je izkazalo, da je bila moč, ki je zaustavljala kolo v eksperimentu, zelo majhna (približno 2 W pri $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$), vseeno ni povsem zanemarljiva, predvsem ker je iz grafov razvidno, kako moč narašča z naraščanjem hitrosti kolesa. To pomeni, da vpliv moči, ki zaustavlja sprednje kolo, postane precej pomembnejši, če kolesarimo hitreje (npr. na kolesarski dirki) in v profesionalnem športu, kjer šteje vsak watt, celo tako majhne izgube moči postanejo pomembne. Na primer pri $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, kar je normalna povprečna hitrost na kolesarski dirki, bi bila ta moč (glede na krivuljo, ki je aproksimirala Graf 4): $P = 0.002651 + 0.01051 \cdot 40 + 0.0009846 \cdot 40^2 + 0.0001156 \cdot 40^3 + 1.455 \cdot 10^{-6} \cdot 40^4 = 13.121611 \text{ W}$. Če predpostavimo podobne izgube moči še za zadnje kolo, dobimo skupno moč: $2P = 26 \text{ W}$. Iz tega sledi, da bi v 2 urah zgolj zaradi omenjenih izgub moči porabili: $W = Pt = 26 \text{ W} \cdot 7200 \text{ s} = 190 \text{ kJ}$ energije. Seveda moramo upoštevati, da je morda aproksimacija moči, ki zaustavlja sprednje kolo, v odvisnosti od hitrosti, pri hitrostih, ki so precej višje od teh, ki smo jih merili v eksperimentu, drugačna. Poleg tega lahko opazimo, da so intervali napak pri višjih hitrostih zelo veliki, zato bi bile napake pri $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ še večje.

Rezultati podpirajo hipotezo, da moč, ki zaustavlja kolo, narašča z naraščanjem obodne hitrosti kolesa. Izkaže pa se, da je zveza med obodno hitrostjo in močjo precej zapletena, saj je različna za različne intervale hitrosti. Pri višjih hitrostih prevladuje sila zračnega upora, zato moč ne narašča linearno s hitrostjo, kot pri nižjih hitrostih (kjer je zračni upor zanemarljiv).

Varnost

Vsi ljudje, ki so bili med izvajanjem eksperimenta v sobi, so bili opozorjeni, da je laser ob neprevidni uporabi lahko nevaren. Laser je bil prilepljen na stojalo za fotoaparata približno 1 m nad tlemi (to je precej nižje kot višina oči, kadar človek stoji) in ga med eksperimentom (ko je bil vključen) nihče ni nosil naokoli, ga premikal itd. Po koncu eksperimenta je bil takoj ugasnjen. Posebna pozornost je bila potrebna, ko se je kolo vrtelo, da je bilo zagotovljeno, da se nihče ni dotikal kolesa, kar bi lahko bilo nevarno (prst bi se lahko na primer zataknil med napere).

Prednosti in pomanjkljivosti

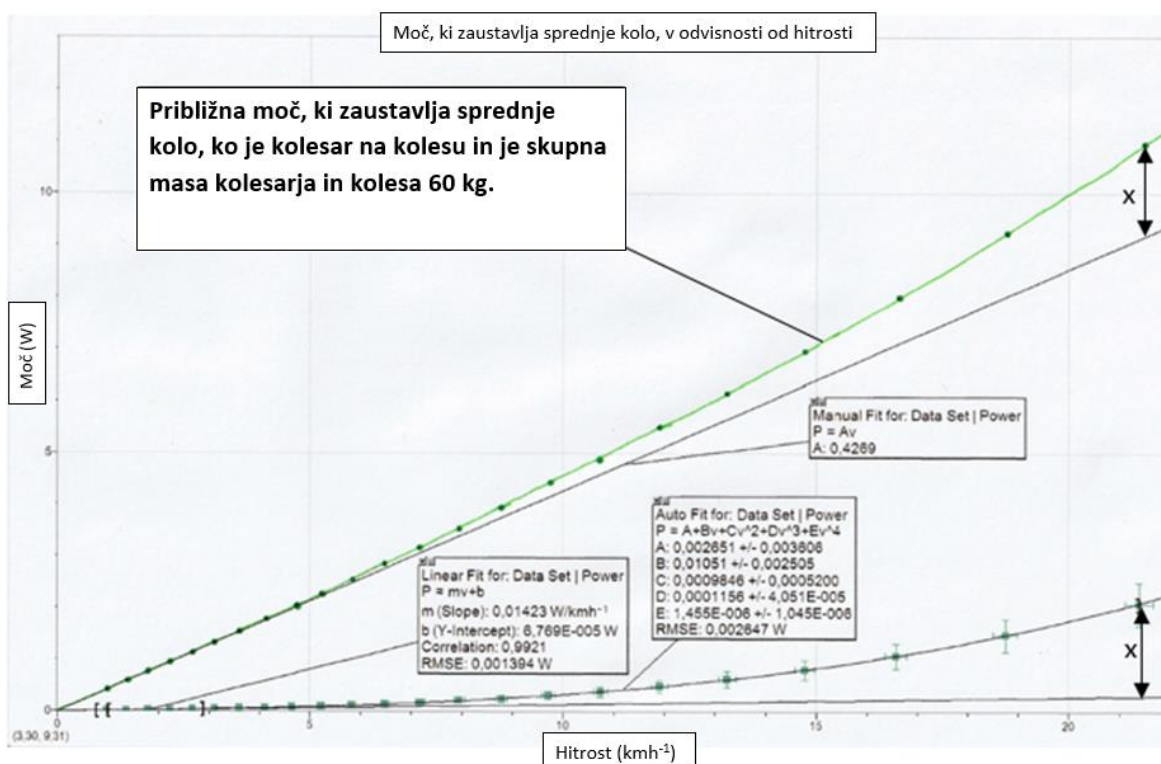
Prednost tega eksperimenta je, da je laserski senzor zagotovil veliko zelo natančnih podatkov, ker je uspel zaznati čas, ob katerem je posamezna napera prečkala laserski žarek, čeprav so bili ti časovni intervali zelo kratki.

Ker masa kolesa ni povsem enakomerno razporejena po obodu kolesa in ker kolo ni bilo povsem toga vpeto je kolo in posledično celoten sistem (stojalo in cestno kolo) začelo nihati, kar je privedlo do dodatnih napak pri meritvah. Neenakomerna razporeditev mase tudi pomeni, da eksperimentalno določen vztrajnostni moment ni povsem točen za središče kolesa, ampak ker težišče vseeno leži relativno blizu središča kolesa, je ta napaka zanemarljiva.

V tej raziskovalni nalogi je bila ugotovljena le moč, ki nastane kot posledica trenja v ležajih sprednjega kolesa in zračnega upora, kadar celotno cestno kolo miruje glede na okoliški zrak. Cestno kolo pa v praksi miruje glede na okoliški zrak le, kadar piha »veter v hrbet« (veter v smeri gibanja cestnega kolesa) z enako hitrostjo kot se premika cestno kolo.

Če bi kolesar vozil cestno kolo, bi se trenje v ležajih verjetno povečalo glede na maso kolesarja. To lahko razberemo iz enačbe za silo trenja: $F_{trenja} = kN$, kjer je k koeficient trenja in N normala (sila podlage, usmerjena pravokotno na podlago). Pri majhnih hitrostih, ko je zračni upor zanemarljiv in kolo zaustavlja le sila trenja v ležajih, bi lahko ocenili, da se masa 60 kg (masa kolesarja in kolesa) enakomerno razporedi na sprednje in zadnje kolo (torej po 30 kg na kolo). Masa sprednjega kolesa v eksperimentu je bila skoraj 1 kg, kar je približno 30-krat manj od zgornje ocene mase. Zato bi se tudi normala N in posledično sila trenja v ležajih povečala 30-krat, če bi kolesar dejansko vozil kolo. Ker je pri majhnih hitrostih moč, ki zaustavlja kolo, premo sorazmerna s trenjem v ležajih ($P = M\omega = \frac{J\alpha v}{r}$ in $M = F_{trenja} \cdot r$), bi se moč povečala za enak faktor. Pri $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ bi to pomenilo moč 1.5 W namesto zgolj 0.05 W. Pri višjih hitrostih pa k moči, ki zaustavlja kolo, prispevata tako zračni upor kot tudi trenje v ležajih.

Zato je bila za prvih nekaj točk na *Grafu 3*: Moč, ki zaustavlja sprednje kolo v odvisnosti od hitrosti narejena aproksimacija s premico, ki se matematično najboljše prilega tem točkam. Potem je bila ročno narisana premica s 30-krat večjim naklonom in na koncu je bila razlika med linearno aproksimacijo in polinomom četrte stopnje, ki je aproksimiral *Graf 3*: Moč, ki zaustavlja sprednje kolo v odvisnosti od hitrosti na celotnem intervalu (na *Grafu 4* je ta razlika za primer ene točke označena z x) dodana tej premici. Pri enakih hitrostih je namreč doprinos k izgubi moči zaradi zračnega upora enak, ne glede na obremenitev v ležajih zaradi povečanja mase (in posledično sile v ležajih). Tako je bil narejen model, ki prikazuje zvezo med močjo, ki zaustavlja sprednje kolo, v odvisnosti od hitrosti, kadar kolesar vozi kolo in je masa kolesarja s kolesom približno 60 kg.



Graf 4: Model moči, ki zaustavlja vrteče sprednje kolo, v odvisnosti od časa za kolesarja in kolo z maso približno 60 kg

Izboljšave

Če bi želeli ugotoviti moč, ki bi zaustavljala sprednje kolo, kadar bi kolesarili v brezvetrju, bi realne razmere lahko simulirali s pihanjem zraka (uporaba vetrovnika ali vsaj ventilatorja) proti kolesu s hitrostjo, ki bi jo imelo kolo, če bi bila kotna hitrost taka kot v eksperimentu (ta pa se seveda tekom eksperimenta spreminja, zato bi se morala spreminjati tudi hitrost zraka, ki piha).

Obstajata dva načina, da bi zmanjšali napake, ki so nastale kot posledica opletanja celotnega kolesa.

1. Izdelano bi bilo lahko posebno držalo za laser in svetlobna vrata, ki bi bilo pritrjeno na vilice cestnega kolesa tako, da bi nihalo z enako frekvenco kot celotno cestno kolo in tako ne bi bilo medsebojnega relativnega gibanja med svetlobnimi vrati, laserjem in cestnim kolesom (cestno kolo bi glede na laser in svetlobna vrata mirovalo).
2. Kolo bi lahko bilo povsem togo vpeto tako, da bi bilo opletanje popolnoma onemogočeno. Pri tem bi tudi stojalo moralo biti masivnejše in povsem togo vpeto v tla.

V nadaljnjih raziskavah bi bilo zanimivo ponoviti eksperiment še z zadnjim kolesom in tudi z različnimi vrstami kolesarskih obročev: polni oz. disk obroči, obroči za gorsko kolo itd. Predvidevam, da bi uporaba polnih oz. disk obročev, zmanjšala vpliv zračnega upora na moč, ki zaustavlja kolo, saj so taki obroči bolj aerodinamični in oblikovani tako, da čim bolj zmanjšajo zračni upor (zato se uporabljajo v vožnji na čas). Smiselno bi bilo tudi ponoviti eksperiment z višjimi hitrostmi, saj kolesarji na kolesarskih dirkah navadno vozijo s približno dvakrat višjo hitrostjo, kot je bila najvišja hitrost v tem eksperimentu, v sprintu pa lahko dosežejo celo 4-krat večjo hitrost. V sprintu skupine v drugi etapi Dirke po Poljski je na primer Luka Mezgec dosegel več kot $82 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (Fotheringham, 2019).

VIRI IN BIBLIOGRAFIJA

ABDULGHANY, A. R. (2017) Generalization of parallel axis theorem for rotational inertia. *American Journal of Physics*, 85 (10), pp. 791 - 795

ADAMS, B. (2014) *Local Acceleration of Gravity* [WWW]. Available from: <https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=e856809e0d522d3153e2e7e8ec263bf2> [Accessed 27/6/20].

FOTHERNIGHAM, A. (2019) *Mezgec takes 'fastest-ever' WorldTour bunch sprint in Tour de Pologne* [WWW]. Available from: <https://www.cyclingnews.com/news/mezgec-takes-fastest-ever-worldtour-bunch-sprint-in-tour-de-pologne/> [Accessed 2/1/21].

LUMENLEARNING (n.d.) *Rotational Kinetic Energy* [WWW]. Available from: <https://courses.lumenlearning.com/boundless-physics/chapter/rotational-kinetic-energy/> [Accessed 23/9/20].

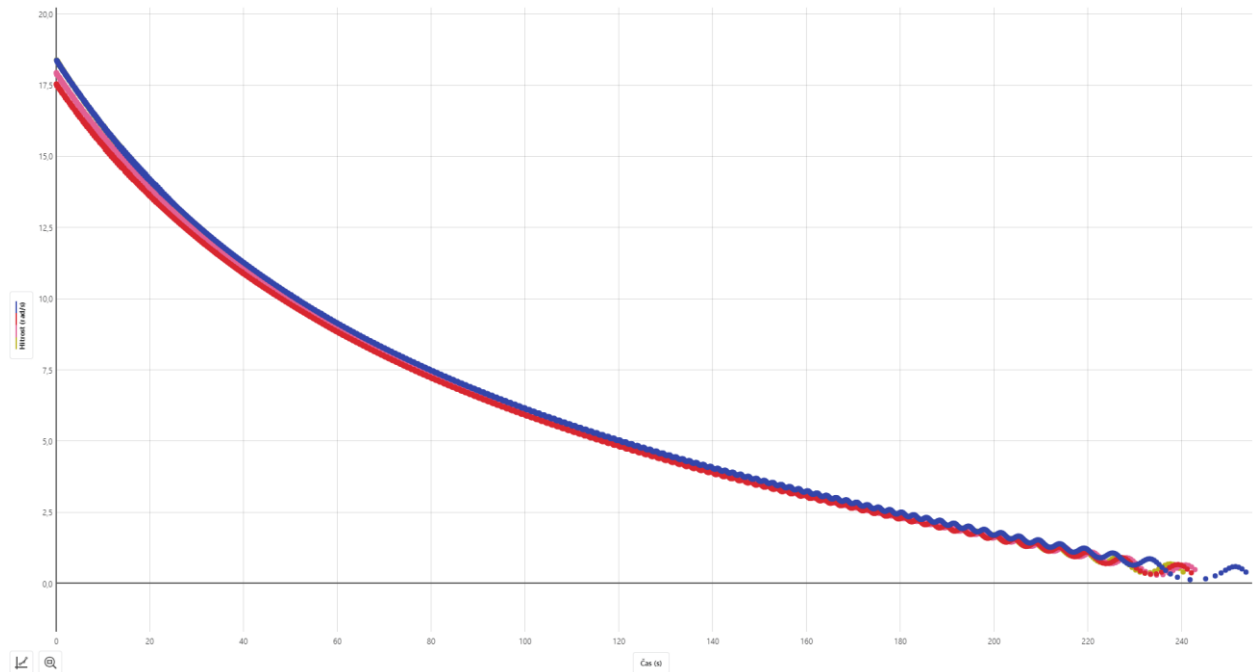
NAVE, C. R. (2016) *Hyperphysics* [WWW]. Available from: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html#ahph> [Accessed 23/9/20].

TSOKOS, K. (2016) *Physics for the IB Diploma Exam Preparation Guide*. 6th ed. Cambridge: Cambridge University Press

Vse slike so lastno delo avtorice. Skice (torej vse, kar niso fotografije) so bile narejene v LaTeX-u.

PRILOGA

Prikazani so grafi, pridobljeni med spremljanjem zaustavljanja vrtečega se sprednjega kolesa za 4 ponovitve eksperimenta. Očitno je, da imajo grafi zelo podobno obliko in se drug od drugega ne razlikujejo preveč, zato je bil le en izbran za podobno obravnavo, saj že en graf vsebuje veliko število podatkov.



Graf 5: Kotna hitrost v odvisnosti od časa za 4 različne ponovitve