

ŠTEVILSKI SESTAVI

MATEMATIKA

RAZISKOVALNA NALOGA

AVTOR: Martin Starčič, 8. a

MENTORICA: Mojca Žvokelj, prof. mat.

OŠ Miška Kranjca

Kamnogoriška cesta 35

1000 Ljubljana

Marec, 2021

KAZALO

UVOD	5
HIPOTEZE	6
1. ZGODOVINA ŠTEVIL.....	7
2. ŠTEVILSKI SESTAVI	11
2.1. Desetiški sestav	11
2.2. dvojiški sestav ali binarni sestav	11
2.3. ostali sestavi	14
2.4. KAKO PRETVORIMO ŠTEVILO IZ NEDESETIŠKEGA SESTAVA V DESETIŠKEGA? 14	
2.5. KAKO PRETVORIMO ŠTEVILO IZ DESETIŠKEGA SESTAVA V NEDESETIŠKEGA? 16	
2.6. SESTAV Z OSNOVO n^2	18
2.7. FAKTORIALNI SESTAV	18
3. ZAPIS ŠTEVILA 2020_{10} V RAZLIČNIH ŠTEVILSKIH SESTAVIH	20
3.1. V DVOJIŠKEM SESTAVU.....	20
3.2. V TROJIŠKEM SESTAVU	20
3.3. V ŠTIRIŠKEM SESTAVU	21
3.4. V PETIŠKEM SESTAVU.....	21
3.5. V ŠESTIŠKEM SESTAVU	22
3.6. V SEDMIŠKEM SESTAVU.....	22
3.7. V OSMIŠKEM SESTAVU	23
3.8. V DEVETIŠKEM SESTAVU.....	23
3.9. V DVANAJSTIŠKEM SESTAVU	24
4. PRETVARJANJE IZ NEDESETIŠKEGA SESTAVA V DRUGI NEDESETIŠKI SESTAV	24
5. RAZISKAVA.....	274
6. ZAKLJUČEK.....	29
7. VIRI IN LITERATURA.....	340

SEZNAM PRILOG

SLIKA 1: Egipčanski zapis števil	7
SLIKA 2: Babilonski zapis števil	8
SLIKA 3: Grški zapis števil	9
SLIKA 4: Rimski zapis števil.....	10
SLIKA 5: Arabski zapis števil.....	10
SLIKA 6: Pretvarjanje števila 134 v dvojiški sestav	25
TABELA 1: zapis števil od 1 do 30 v dvojiškem sistemu	13
GRAF 1: Katere številske sestave uporabljamo?	297
GRAF 2: Pretvori 10000_5 v desetiški sestav.....	308
GRAF 3: Pretvori 560 v dvojiški sestav.....	318
GRAF 4: Katere številke uporabljamo v dvojiškem sistemu?	29
ANKETA 1	296

POVZETEK

Števila lahko zapisujemo na različne načine in v različnih številskih sestavih. Zanimalo me je, kako so številski sestavi nastali, koliko jih je in za kaj so jih uporabljali, katere stvari so v njih lažje ali težje kot v desetiškem sestavu. Ker se to snov obravnava šele v 1. letniku srednje šole, me je zanimalo, kako hitro bi se to snov naučili sedmošolci. Na to se je nanašala moja anketa.

UVOD

Pri tej raziskovalni nalogi so me zanimali številski sestavi in kako je s pretvarjanjem števil v različne številske sestave. Zanimal me je tudi zgodovinski razvoj številskih sestavov in to, kako hitro se jih nauči osnovnošolec. Pri tej raziskovalni nalogi sem se želim naučiti čim več o številskih sestavih.

HIPOTEZE








1. Moja prva hipoteza je, da je desetiški sestav najboljši in najbolj priročen za vsakdanjo uporabo, vendar so nekateri sestavi boljši za zapisovanje posameznih skupin števil.








2. Moja druga hipoteza je, da bodo anketiranci dosegli vsaj 20 % točk.

1. ZGODOVINA ŠTEVIL


Ko je človek izumil število, je bilo to povezano s stvarmi, ki so jih ljudje šteli, npr. dve skodelici in dve palmi in tako je bilo, dokler ni po naključju za enako število različnih stvari uporabil isto poimenovanje in tako izumil poimenovanje za tako imenovano abstraktno število.

Nato so Egipčani 3400 pr. n. št. izumili sistem, ki je imel osnovo 10 in naslednje znake:

						
1	10	100	1000	10000	100000	10 ⁶

1	10	100	1000	10000	100000	1000000
						

4 622:



SLIKA 1: Egipčanski zapis števil

Vir slike 1 egipčanska števila:

https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&insightstoken=bcid_RPZNEaEh.2sCyg*ccid_9k0RoSH%2F&form=ANCMS1&iss=SBIUPLOADGET&selectedindex=0&id=822342289&ccid=9k0RoSH%2F&exph=264&expw=451&vt=2&sim=11

Na območju Mezopotamije v Babiloniji pa so 3000 let pr. n. št. Babilonci uporabljali šestdesetiški sestav. Števila so zapisovali takole:

𐎶 1	𐎠𐎺 11	𐎠𐎺𐎶 21	𐎠𐎺𐎶𐎶 31	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶 41	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎠𐎺𐎶𐎶 12	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶 22	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶 32	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 42	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶 13	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 23	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 33	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 10	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 20	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 40	𐎠𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 50	

SLIKA 2 : Babilonski zapis števil

Vir slike 2 babilonska števila:

https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske_%C5%A1tevilke#/media/Slika: Babylonian_numeral_s.svg

400 let pr. n. št. pa so svoj sistem izumili tudi Grki. Osnova njihovega sistema je bilo število 10. Uporabljali so naslednje znake:

Črka	Vrednost	Črka	Vrednost	Črka	Vrednost
α´	1	ι´	10	ρ´	100
β´	2	κ´	20	σ´	200
γ´	3	λ´	30	τ´	300
δ´	4	μ´	40	υ´	400
ε´	5	ν´	50	φ´	500
Ϝ´ ali ζ´ ali στ´	6	ξ´	60	χ´	600
ζ´	7	ο´	70	ψ´	700
η´	8	π´	80	ω´	800
θ´	9	ϙ´	90	Ϙ´	900

Primer: ϙζ´ = 907

SLIKA 3 : Grški zapis števil

Vir slike 3 grška števila:

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/grska_stevila_preko_abecede.jpg

Njihov sistem je bil sicer dober, a ga je približno 300 let pr. n. št. izpodrinil rimski seštevalno odštevalni sistem.

Števila so zapisovali takole:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	L	C	D	M
i	ii	iii	iv	v	vi	vii	viii	ix	x	xi	xii	l	c	d	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	50	100	500	1000

SLIKA 4 : Rimski zapis števil

Vir slike 4 rimska števila:

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/rimske_stevilke_01.jpg

Njihov sistem pa je izrinil šele arabski sistem, ki je v uporabi še danes. Zapisovali so takole :

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Arabske številke iz rokopisa iz leta 969

SLIKA 5 : Arabski zapis števil

Vir slike5 arabska števila:

https://eucbeniki.sio.si/mat5/728/arabske_stevilke_leta_969.png

2. ŠTEVILSKI SESTAVI

2.1. DESETIŠKI SESTAV

Števila dandanes zapisujemo s števkami. Številski sestav, ki ga uporabljamo, ima osnovo deset, zato so nam desetiška števila najbolj domača.

Vemo, da 57429 pomeni 5 deset tisočic (Dt), 7 tisočic (T), 4 stotice (S), 2 desetici (D) in 9 enic (E).

To je $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$.

Opazimo, da je za določanje velikosti števila zelo pomemben vrstni red.

Osnova desetiškega sistema je število 10. Številke zapisujemo z znaki, ki jih imenujemo cifre. V desetiškem sistemu je 10 cifer: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Osnovo deset uporabljamo predvsem zato, ker je to število prstov na obeh rokah.

2.2. DVOJIŠKI SESTAV ALI BINARNI SESTAV

Za osnovo sistema uporabimo število 2. Sistem se imenuje dvojiški ali binarni. Ta sistem nam ni tako znan kot desetiški, vendar se tudi dvojiški veliko uporablja. Uporablja se predvsem v računalništvu.

Dvojiški sestav je mestni zapis števil, ki uporablja le dve števki namesto desetih. Zato imamo v dvojiškem sistemu samo dve cifri in sicer 0 in 1. Za zapis števil v vsakdanjem življenju bi bil takšen sistem zelo neroden; če bi denimo želeli zapisati število prstov na eno roki, bi zapisali 101, število nogometašev na nogometnem igrišču 10110 in tako naprej.

Številka 1100110_2 pomeni: $1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 101_{10}$

Desetiško število pretvorimo v dvojiški sestav tako, da ga zaporedoma delimo z dve, dokler rezultat deljenja ni 0.

Primer 1: $5050_{10} = 110010_2$

Postopek :

$$50 : 2 = 25, \text{ ostanek } 0$$

$$25 : 2 = 12, \text{ ostanek } 1$$

$$12 : 2 = 6, \text{ ostanek } 0$$

$$6 : 2 = 3, \text{ ostanek } 0$$

$$3 : 2 = 1, \text{ ostanek } 1$$

$$1 : 2 = 0, \text{ ostanek } 1$$



Število v dvojiškem sestavu zapišemo tako, da pišemo ostanke od spodaj navzgor.

$$5050_{10} = 110010_2$$

Preberemo: Pet tisoč petdeset je ena ena nič nič ena nič po dvojiško.

Oglejmo si, kako izgleda zapis števil od 1_{10} do 30_{10} v dvojiškem sestavu.

število v desetiškem sestavu	število v dvojiškem sestavu
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
18	10010
19	10011
20	10100
21	10101
22	10110
23	10111
24	11000
25	11001
26	11010
27	11011
28	11100
29	11101
30	11110

TABELA 1: Zapis števil od 1 do 30 v dvojiškem sistemu

Iz te tabele je razvidno, da dvojiški sistem deluje zelo podobno kot desetiški sistem. Če želimo dobiti za 1 večje število od prejšnjega, moramo prejšnjemu številu prišteti 1_2 ali $1 = 2^0$. Vendar ima dvojiški sistem namesto desetih le dve števk, zaradi česar za zapis večjih števil potrebujemo daljši zapis; npr. za zapis števila, večjega od deset moramo zapisati vsaj 3 števke, za število, večje od 100 pa 7 števk.

2.3. OSTALI SESTAVI

Zaradi ločevanja številskih sestavov med seboj številom v indeksu pripišemo osnovo sestava, v katerem je število zapisano. V vsakem sestavu lahko za tvorjenje števil uporabimo le toliko cifer, kolikor je osnova številskega sestava. V sestavu z osnovo 5 je na voljo 5 cifer in to so 0, 1, 2, 3, 4. V sestavu z osnovo 7 so na voljo cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, v sestavu z osnovo 9 so na voljo cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in tako naprej. Lahko pa bi za osnovo številskega sestava uporabili katero koli drugo število.

2.4. KAKO PRETVORIMO ŠTEVILO IZ NEDESETIŠKEGA SESTAVA V DESETIŠKEGA?

Primer 1:

Če vzamemo za osnovo 5, dobimo petiški sestav.

Katero število predstavlja število 2314_5 ?

Število je zapisano v petiškem sestavu in zato ga lahko zapišemo s potencami števila pet:

$$2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 334_{10}.$$

To število se bere kot: dva tri ena štiri po petiško je enako tristo štiriintrideset po desetiško.

Primer 2:

Če vzamemo za osnovo 9, dobimo devetiški sestav.

Katero število predstavlja število 3772_9 ?

Število je zapisano v devetiškem sestavu in zato ga lahko zapišemo s potencami števila devet:

$$3 \cdot 9^3 + 7 \cdot 9^2 + 7 \cdot 9^1 + 2 \cdot 9^0$$

To število se bere kot: tri sedem sedem dva po devetiško je enako dva tisoč osemsto devetnajst po desetiško.

$$3772_9 = 3 \cdot 9^3 + 7 \cdot 9^2 + 7 \cdot 9^1 + 2 \cdot 9^0 = 2819_{10}$$

Primer 3:

Če vzamemo za osnovo 8, dobimo osmiški sestav.

Katero število predstavlja število 3466_8 ?

Število je zapisano v osmiškem sestavu in zato ga lahko zapišemo s potencami števila osem:

$$3 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$$

To število se bere kot: tri štiri šest šest po osmiško.

$$3466_8 = 3 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 1864_{10}$$

2.5. KAKO PRETVORIMO ŠTEVILO IZ DESETIŠKEGA SESTAVA V NEDESETIŠKEGA?

Primer 1:

Število 325 zapiši v šestiškem sestavu.

Izberemo si število, ga nato delimo z največjo možno potenco števila, v katerega sestav želimo pretvoriti (v našem primeru je to 6) in nato zaporedno delimo ostanke z naslednjo manjšo potenco. V zadnjem koraku delimo ostanek z $b^0=1$, kjer je b osnova novega sestava.

$$325 \div 6 = 54, \text{ostanek } 1$$

$$54 \div 6 = 9, \text{ostanek } 0$$

$$9 \div 6 = 1, \text{ostanek } 3$$

$$1 \div 6 = 0, \text{ostanek } 1$$

$$\text{in dobimo } 325_{10} = 1301_6$$

Kar pomeni:

$$\begin{aligned} 325 &= 6 \cdot 54 + 1 = 6 \cdot (6 \cdot 9) + 1 = 6 \cdot (6 \cdot (6 \cdot 1 + 3)) + 1 \\ &= 1 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^0 \end{aligned}$$

Primer 2:

Število 127 zapiši v sedmiškem sestavu.

$$127 \div 9 = 14, \text{ostanek } 1$$

$$14 \div 9 = 1, \text{ostanek } 5$$

$$1 \div 9 = 0, \text{ostanek } 1$$

$$\textit{in dobimo } 127_{10} = 151_9$$

Kar pomeni:

$$9 \cdot 14 + 1 = 9 \cdot (9 \cdot 1 + 5) + 1$$

Primer 3:

Število 241 zapiši v sedmiškem sestavu.

$$241 \div 7 = 33, \text{ostanek } 3$$

$$33 \div 7 = 4, \text{ostanek } 5$$

$$4 \div 7 = 0, \text{ostanek } 4$$

$$\textit{in dobimo } 241_{10} = 453_7$$

2.6. SESTAV Z OSNOVO n^2

V številskem sestavu z osnovo n^2 mestne vrednosti določa zaporedje popolnih kvadratov $a_n = n^2$ (pri čemer so indeksi le naravna števila). Torej je

$$a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 16, a_5 = 25, a_6 = 36, a_7 = 49, a_8 = 64, a_9 = 81 \text{ itd.}$$

Trdimo, da lahko v tem številskem sistemu zapišemo vsako naravno število. Znameniti Lagrangeov izrek pravi, da lahko vsako naravno število zapišemo kot vsoto štirih ali manj popolnih kvadratov, kar celo pomeni, da v številskem sistemu (n^2) za zapis vsakega naravnega števila potrebujemo kvečjemu 4 neničelne števke. Zapise prvih nekaj naravnih števil je zelo lahko pretvoriti v ta sestav. Pri večjih številih pa se pretvorba zelo zaplete. Tako se moramo nekoliko potruditi za zapis števila 80 v sestavu z osnovo n^2 ($80 = 1010012_n^2$ kar pomeni $1 \cdot 7_2 + 0 \cdot 6_2 + 1 \cdot 5_2 + 0 \cdot 4_2 + 0 \cdot 3_2 + 1 \cdot 2_2 + 2 \cdot 1_2$), za zapis števila 81 pa 10000000_n^2 . V tem sestavu veliko števil nima enoličnega zapisa. Primer:

$$12_{10} = 3 \cdot 2^2 + 0 \cdot 1^2 = 30_n^2 = 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 2^2 + 3 \cdot 1^1 = 103_n^2$$

2.7. FAKTORIALNI SESTAV

Eden izmed številskih sestavov je tudi tako imenovani faktorialni sistem ($f!$). Za vsako naravno število n je s simbolom $n!$ označen produkt vseh naravnih števil od 1 do vključno n . To število imenujemo n faktorialno (nekateri pravijo tudi fakulteta).

Tako je $1! = 1, 2! = 1 \cdot 2 = 2, 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

V tem sestavu je $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 6, a_4 = 24, a_5 = 120$ itd. $a_n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$

Tako kot v prejšnjem zgledu tudi tu indeks n teče le po množici naravnih števil. Tudi v tem številskem sestavu lahko predstavimo vsako naravno število. To pomeni, da lahko vsako naravno število zapišemo v obliki:

$$d_n \cdot n + d_{n-1} \cdot (n-1) + \dots + d_2 \cdot 2 + d_1 \cdot 1$$

Pri tem velja, da je d_k večji ali enak 0, d_k pa mora biti enak ali večji od k , k pa mora biti element množice naravnih števil. Poglejmo, kako pretvorimo naravno število m iz desetiškega v faktorialni sistem. Števke d_1, d_2, \dots dobimo tako, da število m najprej delimo z 2. Dobimo količnik, označimo ga z m_1 , in ostanek d_1 , ki je lahko 0 ali 1. Če je količnik m_1 različen od 0, ga delimo z m_2 in dobimo ostanek d_2 , ki je lahko 0, 1 ali 2. S postopkom nadaljujemo, če m_2 ni enako nič, m_2 delimo s 4, da dobimo količnik m_3 in ostanek d_3 . Vse ponavljamo, dokler ni nek količnik, npr. m_n , enak nič; ostanek je tedaj $d_n = m_{n-1}$ in je element D_n .

To lahko zapišemo kot:

$$m = d_n \cdot n! + \dots + d_2 \cdot 2! + d_1 \cdot 1! = d_n \dots d_2 d_1 (f).$$

Število 100 se iz desetiškega v faktorialni sistem pretvori takole:

$$100 \div 2 = 50, \text{ ostane } 0$$

$$50 \div 3 = 16, \text{ ostane } 2$$

$$16 \div 4 = 4, \text{ ostane } 0$$

$$4 \div 5 = 0, \text{ ostane } 4$$

Kar pomeni, da je $100_{10} = 4020_f$.

Kot kažejo navedeni zgledi, se lahko številski sestavi zelo razlikujejo med seboj. Večina jih sploh ni uporabnih v praksi, saj bi bilo računanje z njimi še težje kot računanje v rimskem sistemu. Nekateri pa so priročni za računanje z nekaterimi števili.

3. ZAPIS ŠTEVILA 2020_{10} V RAZLIČNIH ŠTEVILSKIH SESTAVIH

Kot zanimivost si lahko ogledamo, kako bi izgledal zapis števila 2020 v različnih sestavih.

V desetiškem 2020_{10} .

3.1. V DVOJIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 2 = 1010, \text{ ostanek } 0$$

$$1010 \div 2 = 505, \text{ ostanek } 0$$

$$505 \div 2 = 252, \text{ ostanek } 1$$

$$252 \div 2 = 126, \text{ ostanek } 0$$

$$126 \div 2 = 63, \text{ ostanek } 0$$

$$63 \div 2 = 31, \text{ ostanek } 1$$

$$31 \div 2 = 15, \text{ ostanek } 1$$

$$15 \div 2 = 7, \text{ ostanek } 1$$

$$7 \div 2 = 3, \text{ ostanek } 1$$

$$3 \div 2 = 1, \text{ ostanek } 1$$

$$1 \div 2 = 0, \text{ ostanek } 1$$



Kar je:

11111100100_2 .

Ker je $1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^{10} = 2020$.

3.2. V TROJIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 3 = 673, \text{ ostanek } 1$$

$$673 \div 3 = 224, \text{ ostanek } 1$$

$$224 \div 3 = 74, \text{ ostanek } 2$$

$$74 \div 3 = 24, \text{ ostanek } 2$$

$$24 \div 3 = 8, \text{ ostanek } 0$$

$$8 \div 3 = 2, \text{ ostanek } 2$$

$$2 \div 3 = 0, \text{ ostanek } 2$$



Kar pomeni:

$$2202211_3.$$

$$\text{Ker je } 2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 2020.$$

3.3. V ŠTIRIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 4 = 505, \text{ ostanek } 0$$

$$505 \div 4 = 126, \text{ ostanek } 1$$

$$126 \div 4 = 31, \text{ ostanek } 2$$

$$31 \div 4 = 7, \text{ ostanek } 3$$

$$7 \div 4 = 1, \text{ ostanek } 3$$

$$1 \div 4 = 0, \text{ ostanek } 1$$



Kar pomeni:

$$133210_4.$$

$$\text{Ker je } 1 \cdot 4^5 + 3 \cdot 4^4 + 3 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 2020.$$

3.4. V PETIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 5 = 404, \text{ ostanek } 0$$

$$404 \div 5 = 80, \text{ ostanek } 4$$

$$40 \div 5 = 8, \text{ ostanek } 0$$

$$8 \div 5 = 1, \text{ ostanek } 3$$



Kar pomeni:

$$31040_5 = 3 \cdot 5^4 + 1 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 = 2020$$

3.5. V ŠESTIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 6 = 336, \text{ ostanek } 4$$

$$336 \div 6 = 56, \text{ ostanek } 0$$

$$56 \div 6 = 9, \text{ ostanek } 2$$

$$9 \div 6 = 1, \text{ ostanek } 3$$

$$1 \div 6 = 0, \text{ ostanek } 1$$



Kar pomeni:

$$13204_6 = 1 \cdot 6^4 + 3 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 4 \cdot 6^0 = 2020$$

3.6. V SEDMIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 7 = 288, \text{ ostanek } 4$$

$$288 \div 7 = 41, \text{ ostanek } 1$$

$$41 \div 7 = 5, \text{ ostanek } 6$$

$$5 \div 7 = 1, \text{ ostanek } 5$$



Kar pomeni:

$$5614_7 = 5 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 = 2020$$

3.7. V OSMIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 8 = 252, \text{ ostanek } 4$$

$$252 \div 8 = 31, \text{ ostanek } 4$$

$$31 \div 8 = 3, \text{ ostanek } 7$$

$$3 \div 8 = 0, \text{ ostanek } 3$$



Kar pomeni:

$$3744_8 = 3 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 2020$$

3.8. V DEVETIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 9 = 224, \text{ ostanek } 4$$

$$224 \div 9 = 24, \text{ ostanek } 8$$

$$24 \div 9 = 2, \text{ ostanek } 6$$

$$2 \div 9 = 0, \text{ ostanek } 2$$



Kar pomeni:

$$2684_9 = 2 \cdot 9^3 + 6 \cdot 9^2 + 8 \cdot 9^1 + 4 \cdot 9^0 = 2020$$

3.9. V DVANAJSTIŠKEM SESTAVU

$$2020 \div 12 = 170, \text{ ostanek } 10$$

$$160 \div 12 = 13, \text{ ostanek } 4$$

$$13 \div 12 = 1, \text{ ostanek } 1$$

$$1 \div 12 = 0, \text{ ostanek } 1$$



Kar pomeni:

$$114a_{12}$$

$$\text{Ker je } 1 \cdot 12^3 + 1 \cdot 12^2 + 4 \cdot 12^1 + 10 \cdot 12^0 = 2020$$

4. PRETVARJANJE IZ NEDESETIŠKEGA SESTAVA V DRUGI NEDESETIŠKI SESTAV

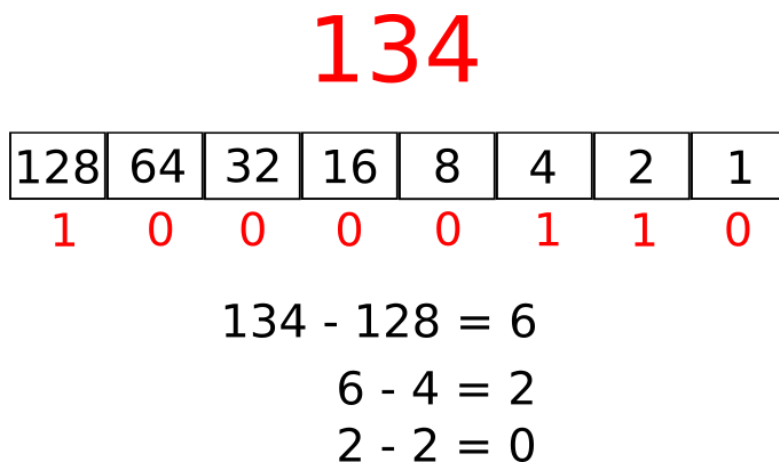
Pretvarjanje iz enega nedesetiškega sestava v drugega poteka tako, da najprej število pretvorimo v desetiški sestav in nato v želenega. Oglejmo si to na primeru štirimestnega števila, zapisanega v sestavu z osnovo e :

$$abcd_e = d \cdot e^0 + c \cdot e^1 + b \cdot e^2 + a \cdot e^3$$

Nato ga pretvorimo v drug nedesetiški sestav, na primer v dvojiški. Med potencami števila 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32 ...) poiščimo število, ki ni večje od števila, ki ga pretvarjamo. Če bi na primer želeli pretvoriti število 134 v dvojiški sestav, bi ugotovili, da je največja potenca števila 2, ki je

manjša od 134, enaka 128. Zato si zapišemo 1 in 128 odštejemo od 134 ter dobimo 6. Sedaj poskušamo naprej. Najprej preverimo ali je 64 (za ena manjša potenca števila 2) manjše od 6. Ker ni, dopišemo prejšnji enici eno ničlo in dobimo 10. Nato poskusimo z 32. Ker tudi to ni manjše od 6, dopišemo še eno ničlo in dobimo 100. Nato poskusimo z 8. Ker tudi to ni manjše od 6, dopišemo še eno ničlo in dobimo 10000. Nato poskusimo s 4. Ker je to število manjše od 6, dopišemo eno enico in dobimo 100001. Potem 4 odštejemo od 6, dobimo 2 ter poskušamo naprej z 2. Ker je ta enaka 2, pripišemo še eno enico ter dobimo 1000011. Nato odštejemo 2–2 in dobimo 0. Zato na konec dodamo še zadnjo ničlo. Postopek je končan. Število 134, zapisano dvojiško, je torej 10000110.

Postopek pretvorbe iz desetiškega v dvojiški sestav je opisan na spodnji sliki:



SLIKA 6: PRETVARJANJE ŠTEVILA 134 V DVOJIŠKI SESTAV

Vir slike: [dec2bin.png \(695×393\) \(uni-lj.si\)](#)

PRETVARJANJE IZ DVOJIŠKEGA V TROJIŠKI SESTAV.

Najprej iz dvojiškega sestava pretvorimo v desetiški sestav.

$$1010_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 10$$

Nato iz desetiškega sestava pretvorimo v trojiški sestav.

$$10 \div 3 = 3, \text{ ostanek } 1$$



$$3 \div 3 = 1, \text{ ostanek } 0$$

$$1 \div 3 = 0, \text{ ostanek } 1$$

Kar pomeni:

$$1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 101_3 = 10_{10} \dots \text{VELJA } 1010_2 = 101_3$$

PRETVARJANJE IZ PETIŠKEGA V DEVETIŠKI SESTAV.

Najprej iz petiškega sestava pretvorimo v desetiški sestav.

$$4321_5 = 1 \cdot 5^0 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 = 586_{10}$$

Nato iz desetiškega sestava pretvorimo v devetiški sestav.

$$586 \div 9 = 65, \text{ ostanek } 1$$

$$65 \div 9 = 7, \text{ ostanek } 2$$

$$7 \div 9 = 0, \text{ ostanek } 7$$



Kar pomeni:

$$586 = 7 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^1 + 1 \cdot 9^0 = 721_9$$

PRETVARJANJE IZ ŠESTIŠKEGA V ČETRTEŠKI SESTAV

Najprej iz šestiškega sestava pretvorimo v desetiški sestav.

$$305_6 = 5 \cdot 6^0 + 0 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^2 = 185$$

Nato iz desetiškega sestava pretvorimo v četrtiški sestav.

$$185 \div 4 = 46, \text{ ostanek } 1$$

$$46 \div 4 = 11, \text{ ostanek } 2$$

$$11 \div 4 = 2, \text{ ostanek } 3$$

$$2 \div 4 = 0, \text{ ostanek } 2$$



Kar pomeni:

$$185 = 2321_4 = 2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0$$

5. RAZISKAVA

Anketo sem izvajal v 7. B razredu osnovne šole Miška Kranjca Ljubljana. Sodelovalo je 28 učencev.

Najprej sem jim eno uro razlagal o številskih sestavih, kako pretvarjamo iz desetiškega sestava v nedesetiškega in kako pretvarjamo iz nedesetiškega v desetiški sestav in naredil še primer obojega. Povedal sem jim tudi, kateri številski sestav uporabljamo mi, kje uporabljamo dvojiški sistem, katere številke uporabljamo v katerem sestavu. Tema se je nekaterim zdela zanimiva, drugim pa ne preveč. Lažje so razumeli, kateri sestav uporabljamo mi in katere številke uporabljamo v katerih sestavih, kar je bilo razvidno v rezultatih ankete.

ANKETA

1. Kateri številski sestav uporabljamo mi?
2. Pretvori 10000_5 v desetiški sestav.
3. Pretvori 560_{10} v dvojiškega.
4. katere številke uporabljamo v dvojiškem sestavu.

ANKETA 1

Rezultati ankete:

Na prvo vprašane je 26 vprašanih odgovorilo pravilno.



GRAF 1 : Kateri številski sestav uporabljamo mi ?

Točke so dobili vsi, ki so napisali, da uporabljamo desetiški sestav.

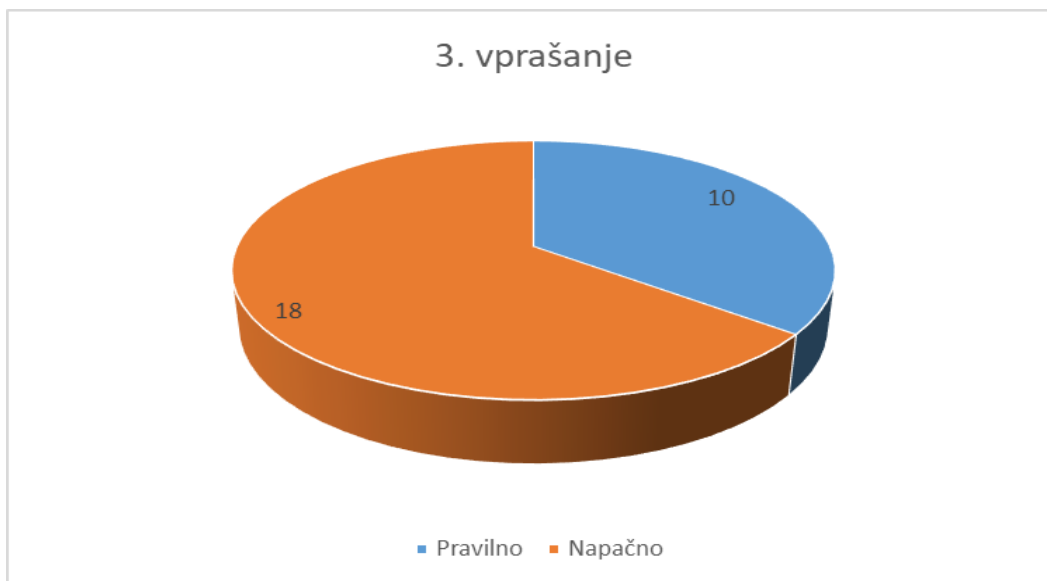
Na drugo vprašanje je pravilno odgovoril eden izmed vprašanih.



GRAF 2 : Pretvori 10000_5 v desetiški sestav

Točke so dobili vsi, ki so napisali 625_5 .

Na tretje vprašanje je pravilno odgovorilo 10 vprašanih.



GRAF 3 : Pretvori 560 v dvojiški sestav

Na četrto in peto vprašanje pa je pravilno odgovorilo 16 vprašanih.



GRAF 4 : Katere številke uporabljamo v dvjiškem sestavu ?

Grafi prikazujejo, koliko učencev je na katero vprašanje odgovorilo pravilno ali napačno.

Ugotovil sem, da se jih je veliko več naučilo, kateri sestav uporabljamo ter katere številke uporabljamo zato, da pretvarjamo iz enega v drug sestav, potrdil pa sem svojo hipotezo, v kateri sem predvidel, da bo povprečen učenec dosegel 20 odstotkov ali več.

6. ZAKLJUČEK

Ob tej raziskovalni nalogi sem se zelo veliko naučil o številskih sestavih, kako pretvarjati iz enega v drugega, spoznal sem, da imamo nešteto številskih sestavov. Tema se mi je zdela zelo zanimiva in vesel sem, da sem lahko o njej izvedel veliko novega.

Ugotovil sem, da moji sošolci bolj malo vedo o številskih sestavih. Še največ vedo o desetiškem, s katerim tudi računajo. Navdušeni so bili samo sošolci, ki so dobri matematiki in jim potence ne delajo težav in načeloma tudi dobro računajo in imajo lepe ocene pri matematiki.

7. VIRI IN LITERATURA

7.1 VIRI

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/drobci_iz_zgodovine_matematike.html, 2. 2. 2021

avtorja: Zorka Vicarja

https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&insightstoken=bcid_RPZNEaEh.2sCyg*ccid_9k0RoSH%2F&form=ANCMS1&iss=SBIUPLOADGET&selectedindex=0&id=822342289&ccid=9k0RoSH%2F&exph=264&expw=451&vt=2&sim=11,2,2 2021

https://sl.wikipedia.org/wiki/Babilonske_%C5%A1tevilke#/media/Slika: Babylonian_numeral_s.svg, 2. 2. 2021

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/grska_stevila_preko_abecede.jpg, 2. 2. 2021

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/rimske_stevilke_01.jpg, 2. 2. 2021

https://eucbeniki.sio.si/mat5/728/arabske_stevilke_leta_969.png, 2. 2. 2021

7.2 LITERATURA

[Bračiča, J. Stevilski, Sistemi Presek.pdf \(uni-lj.si\)](#)

Jakson, T., Matematika, Ilustrirana zgodovina števil. Tehnična založba Slovenija, Ljubljana 2019.

Dirk I. Strunik, Kratka zgodovina matematike. Državna založba Slovenije, Ljubljana 1978.

Kljanjšček Bon M, Dvoržak B., Felda, d. Matematika 1: Učbenik za gimnazije. Državna založba Slovenija, Ljubljana 2009.